

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков
Должность: директор
Дата подписания: 05.10.2023 15:56:57
Уникальный программный ключ:
880f7c07c583b07b775f6604a630281b13ca9fd2

Приложение 7 ОП ВО

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Северо-Западный институт управления – филиал РАНХиГС

Кафедра бизнес-информатики
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНО
Директор СЗИУ РАНХиГС
А.Д.Хлутков

**ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА
«Бизнес-аналитика»**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
реализуемой без применения электронного (онлайн) курса**

Б1.О.08.04 Дифференциальные и разностные уравнения
(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)

ДифУр
(краткое наименование дисциплины)

38.03.05 Бизнес-информатика
(код, наименование направления подготовки)

очная
(форма обучения)

Год набора – 2023

Санкт-Петербург, 2023г.

Автор–составитель:

Доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры бизнес-информатики
Клоков Владимир Иванович.

Заведующий кафедрой бизнес-информатики,
доктор военных наук, профессор

Наумов Владимир Николаевич.

РПД по дисциплине Б1.О. 08.04 Дифференциальные и разностные уравнения одобрена на заседании кафедры бизнес-информатики. Протокол от 04.07.2022г. №9

В новой редакции РПД одобрена на заседании кафедры бизнес-информатики. Протокол от 30.05.2023 г. № 8

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание и структура дисциплины
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине
5. Оценочные материалы для промежуточной аттестации
6. Методические материалы по освоению дисциплины
7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине
 - 7.1. Основная литература
 - 7.2. Дополнительная литература
 - 7.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
 - 7.4. Нормативные правовые документы
 - 7.5. Интернет-ресурсы
 - 7.6. Иные источники
8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.О.08.04 «Дифференциальные и разностные уравнения» обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Таблица 1.1

Код компетенции	Наименование компетенции	Код компонента компетенции	Наименование компонента компетенции
ОПК -4	Способен понимать принципы работы информационных технологий; использовать информацию, методы и программные средства ее сбора, обработки и анализа для информационно-аналитической поддержки принятия управленческих решений	ОПК-4.1	Способен использовать математические методы, математические модели и программные средства для решения задач сбора, обработки и анализа информации
		ОПК-4.2	Способен использовать при решении практических задач методы и программные средства сбора информации, ее обработки и анализа для информационно-аналитической поддержки принятия управленческих решений

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Таблица 1.2

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)/ профессиональные действия	Код компонента компетенции	Результаты обучения
Анализ, обоснование и выбор решения	ОПК-4.1	на уровне знаний: - теорем дифференциальных и разностных уравнений
		на уровне умений: - анализировать и обобщать информацию
		на уровне навыков: - формулирования выводов на основе полученных результатов вычисления
Анализ, обоснование и выбор решения	ОПК-4.2	на уровне знаний: - логики доказательств важнейших теорем, лежащих в основе изучаемых в курсе дифференциальных и разностных уравнений
		на уровне умений: - обобщать, анализировать, воспринимать информацию, формулировать цель и выбирать пути ее достижения
		на уровне навыков: - решения математических задач, используемых при принятии решений на основе статистической информации;

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы /72 академ.

часа.

Дисциплина реализуется частично с применением дистанционных образовательных технологий (далее – ДОТ).

Доступ к системе дистанционных образовательных технологий осуществляется каждым обучающимся самостоятельно с любого устройства на портале: <https://lms.ranepa.ru/>. Пароль и логин к личному кабинету / профилю предоставляется студенту в деканате.

Таблица 2

Вид работы	Трудоемкость в акад. часах ауд./ЭО, ДОТ	Трудоемкость в астрон. часах ауд./ЭО, ДОТ
Общая трудоемкость	72	54
Контактная работа с преподавателем	48	34,5
Лекции	20	15
Практические занятия	28	21
Лабораторные занятия		
Практическая подготовка		
Самостоятельная работа	24	18
Контроль		
Формы текущего контроля		ДЗ/КР
Форма промежуточной аттестации		Зачет

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.О.08.04 «Дифференциальные и разностные уравнения» относится к вариативной части учебного плана по направлению «Бизнес-информатика» 38.03.05. Преподавание дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения». основано на дисциплинах – Б1.О.08.01 «Математический анализ», Б1.О.08.02 «Линейная алгебра», В свою очередь она создаёт необходимые предпосылки для освоения программ таких дисциплин, как Б1.В.12 «Имитационное моделирование», Б1.О.22 «Анализ и моделирование бизнес-процессов», Б1.В.09 «Архитектура предприятия», Б1.О.19 «Математическая экономика» и ряда дисциплин по выбору студента.

Теория дифференциальных и разностных уравнений относится к числу основных разделов современной математики. Знание теории дифференциальных и разностных уравнений является важной составляющей общей математической культуры и математической грамотности выпускника.

объем ЭК (в составе дисциплины): количество академических часов, выделенных на самостоятельную работу обучающихся: всего по ЭК - 24_а.ч., из них : 24- количество академических часов, выделенных на практикоориентированные задания и текущий контроль успеваемости : всего по ЭК – 24 а.ч. Количество академических часов, выделенных на самостоятельную работу обучающихся в рамках ЭК - 24 а.ч.

Дисциплина изучается в 3-м семестре 2-го курса обучения. Формой промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом является зачет.

3. Содержание и структура дисциплины

Таблица 3

№ п/п	Наименование тем	Объем дисциплины, час.				Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с	СР		

			преподавателем по видам учебных занятий						
			Л	ЛР	ПЗ	КСР			
Тема 1	Введение. Дифференциальные уравнения 1-го порядка (ДУ-1).	11	2		5		4(4)		ДЗ
Тема 2	Дифференциальные уравнения высших порядков.	11	2		5		4(4)		К/ДЗ
Тема 3	Системы дифференциальных уравнений.	13	4		5		4(4)		К/ДЗ
Тема 4.	Качественные методы теории дифференциальных уравнений.	12	4		4		4(4)		К/ДЗ
Тема 5	Примеры дифференциальных динамических моделей.	13	4		5		4(4)		К/ДЗ
Тема 6	Разностные уравнения	12	4		4		4(4)		К/ДЗ
Промежуточная аттестация									За
Всего (акад./астр. часы):		72/54	20/15		28/21		24 (24)/ 18		

Используемые сокращения:

Л – занятия лекционного типа (лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях, обучающимся);

ПЗ – практические занятия (виды занятия семинарского типа за исключением лабораторных работ);

КСР – индивидуальная работа обучающихся с педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях (в том числе индивидуальные консультации);

СР – самостоятельная работа, осуществляемая без участия педагогических работников организации и (или) лиц, привлекаемых организацией к реализации образовательных программ на иных условиях;

СП – самопроверка;

СРО – самостоятельная работа обучающегося

К – практические контрольные задания,

ДЗ – домашнее задание,

За – зачет.

Содержание дисциплины

Тема 1. Введение. Дифференциальные уравнения 1-го порядка (ДУ-1).

Предмет учебной дисциплины. Понятие динамической системы и обыкновенного дифференциального уравнения. Определение решения обыкновенного дифференциального уравнения. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения. Задачи Коши. Геометрическая интерпретация решения обыкновенного дифференциального уравнения. Фазовое пространство, векторное поле скоростей изменения состояния. Расширенное фазовое пространство. ДУ-1 с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнение Я.Бернулли. Дифференциальные уравнения 1-го порядка в полных дифференциалах. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Примеры динамических систем описываемых обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка: накопление капитала, инфляция, размножение бактерий, распад радиоактивного

вещества, распространение эпидемий и наркомании, простейшая модель народонаселения

Основные термины: дифференциальные уравнения, задача Коши; общее, частное и особое решение ДУ.

Контрольные вопросы:

1. Определение ДУ;
2. Геометрический смысл задачи Коши;
3. Общее и частное решение дифференциального уравнения.
4. Общий и частный интеграл дифференциального уравнения.
5. Типы дифференциальных уравнений 1-го порядка и методы их интегрирования;
6. Определения линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения;
7. Теоремы о структуре общего решения линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения;
8. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков.

Некоторые типы ДУ n -го порядка, допускающие понижение порядка.

Общие сведения о линейных уравнениях высшего порядка. Линейные однородные уравнения высшего порядка. Линейные однородные уравнения 2-го порядка. Линейные однородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Геометрическая интерпретация решения однородного дифференциального уравнения второго порядка на фазовой плоскости. Фазовые портреты дифференциального уравнения второго порядка: седло, узел, фокус. Понятие устойчивости и неустойчивости положения равновесия. Достаточное условие устойчивости положения равновесия. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка. Структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) для уравнения 2-го порядка. Линейные неоднородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами (метод неопределенных коэффициентов). Линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. Амплитудочастотная и фазочастотная характеристика. Резонанс

Основные термины: дифференциальные уравнения высшего порядка, общее, частное и особое решение ДУ высшего порядка, метод Бернулли, метод Лагранжа, уравнение Бернулли, уравнение Клеро, фазовый портрет, резонанс.

Контрольные вопросы:

1. Определение ДУ высшего порядка;
2. Общее и частное решение дифференциального уравнения высшего порядка.
3. Общий и частный интеграл дифференциального уравнения высшего порядка.
4. Линейные однородные уравнения высшего порядка;
5. Линейные неоднородные уравнения высшего порядка;
6. Теоремы о структуре общего решения линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения;
7. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
8. Резонанс.

Тема 3. Системы дифференциальных уравнений (СДУ).

Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения. Интегрирование нормальной СДУ сведением к одному уравнению высшего порядка. Метод исключения. Решение систем дифференциальных уравнений в математических пакетах MAPLE, MATLAB, MATHCAD.

Основные термины: системы дифференциальных уравнений высшего порядка, интегрирование систем ДУ, метод исключения.

Контрольные вопросы:

1. Определение системы СДУ;
2. Интегрирование системы СДУ;
3. Интегрирование нормальной СДУ сведением к одному уравнению высшего порядка;
4. Метод исключения.
5. Использование математических пакетов для решения дифференциальных уравнений.
6. Использование математических пакетов для решения систем дифференциальных уравнений.

Тема 4. Качественные методы теории дифференциальных уравнений.

Положения равновесия динамических систем. Понятие устойчивости и неустойчивости положения равновесия. Диссипативные и консервативные системы. Бифуркация положений равновесия динамических систем. Классификация бифуркаций. Элементы теории катастроф. Примеры использования теории катастроф: модель рыболовства, модель «утечки мозгов».

Основные термины: Положение равновесия, устойчивость, бифуркация, катастрофа.

Контрольные вопросы:

1. Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.
2. Бифуркация положений равновесия динамических систем.
3. Понятие катастрофы.
4. Точка «невозврата» в модели рыболовства и модели утечки «мозгов».

Тема 5. Примеры дифференциальных динамических моделей.

Динамические модели Кейнса. Неоклассическая модель роста. Модель Солоу. Модель динамики производства с нелинейными производственными функциями.

Основные термины: модель Кейнса и ее модификации, модель Солоу, производственная функция, динамическая модель производства.

Контрольные вопросы:

1. Динамические модели Кейнса.
2. Неоклассическая модель роста.
3. Модель Солоу.
4. Модель динамики производства с нелинейными производственными функциями.

Тема 6. Разностные уравнения.

Определение разностного уравнения. Дискретное дифференцирование. Лагирование. Примеры решения разностных уравнений. Решение разностных уравнений с помощью пакетов математического моделирования. Заключение. Обзор пройденного материала.

Основные термины: разностное уравнение, система разностных уравнений, лагирование, авторегрессия, распределенная авторегрессия.

Контрольные вопросы:

1. Определение разностного уравнения.
2. Системы разностных уравнений.
3. Дискретное дифференцирование.
4. Лагирование. Модели распределенной авторегрессии.
5. Примеры решения разностных уравнений.
6. Решение разностных уравнений с помощью пакетов математического моделирования.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости

В ходе реализации дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Таблица 3.1

Тема (раздел)	Формы (методы) текущего контроля успеваемости
Тема 1. Введение. Дифференциальные уравнения 1-го порядка (ДУ-1).	Домашнее задание
Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков	Контрольная работа, домашнее задание
Тема 3. Системы дифференциальных уравнений.	Контрольная работа, домашнее задание
Тема 4. Качественные методы теории дифференциальных уравнений	Контрольная работа, домашнее задание
Тема 5. Примеры дифференциальных динамических моделей	Контрольная работа, домашнее задание
Тема 6. Разностные уравнения	Контрольная работа, домашнее задание

4.1.2. Зачет проводится с применением следующих методов (средств) :

Зачет включает в себя проверку теоретических знаний в форме устного опроса и проверку практических навыков в письменной форме. Во время зачета проверяется этап освоения компетенций ОПК-4.1 и ОПК-4.2.

Во время проверки сформированности этапа компетенции ОПК-4.1 оцениваются:

- умение грамотно формулировать основные положения линейной алгебры и аналитической геометрии;

- представление хода и результата решения;
- умение анализировать полученные результаты.

Во время проверки сформированности этапа компетенции ОПК-4.2 оцениваются:

- умение грамотно формулировать теоремы математического анализа;
- умение четко проводить доказательство теорем перечисленных разделов математики;
- умение выбирать рациональные методы решения, исходя из данных задачи.

Преподаватель оценивает уровень подготовленности обучающихся к занятию по следующим показателям:

- устные ответы на вопросы преподавателя по теме занятия;
- проверки выполнения домашних заданий ;
- по результатам выполнения тестов

Критерии оценивания опроса:

- содержание и формулировки ответов на вопросы;
- полнота и адекватность ответов.

Детализация баллов и критерии оценки текущего контроля успеваемости утверждаются на заседании кафедры.

Промежуточная аттестация может проводиться устно в ДОТ/письменно с прокторингом/ тестирование с прокторингом. Для успешного освоения курса учащемуся рекомендуется ознакомиться с литературой, размещенной в разделе 6, и материалами, выложенными в ДОТ.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.

Типовые оценочные материалы по теме 1

Домашнее задание 1.

ЗАДАНИЕ 1. Проверить, является ли функция частным решением

дифференциального уравнения

$$2yy' = 1;$$

Варианты решения

$$y = x$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = x\sqrt{x}$$

$$y = 1/\sqrt{x}$$

Правильное решение $y = \sqrt{x}$;

ЗАДАНИЕ 2. Проверить, является ли функция частным решением дифференциального уравнения.

$$\operatorname{tg}x dx + \frac{dy}{y} = 0.$$

Варианты решения

$$y = \sin x;$$

$$y = \cos x;$$

$$y = \operatorname{tg}x;$$

$$y = c \operatorname{tg}x;$$

Правильное решение $y = \cos x$;

ЗАДАНИЕ 3. Проверить, является ли функция частным решением дифференциального уравнения

$$y' + 2y = 0.$$

Варианты решения

$$y = e^{2x};$$

$$y = e^x;$$

$$y = e^{-2x};$$

$$y = Ce^{-2x};$$

Правильное решение

$$y = e^{-2x};$$

ЗАДАНИЕ 4. Проверить, является ли функция частным решением дифференциального уравнения

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0;$$

Варианты решения

$$y = x^2$$

$$y = x$$

$$y = x + x^2$$

$$y = 1 + x^2$$

Правильное решение

$$y = x + x^2$$

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0;$$

$$y = x + x^2;$$

$$y' = 1 + 2x$$

$$y'' = 2$$

$$2x^2 - 2x - 4x^2 + 2x + 2x^2 = 0$$

ЗАДАНИЕ 5. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y' = xy^2,$$

Варианты решения

$$y = x^2 + C$$

$$y = -2/x^2 + C$$

$$y = x^2$$

$$y = x + C$$

Правильное решение

$$y' = xy^2;$$

$$\frac{dy}{y^2} = x dx;$$

$$-1/y = x^2/2 + c;$$

$$y = -2/x^2 + C.$$

ЗАДАНИЕ 6. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$yy' + x = 1.$$

Варианты решения

$$y = \sqrt{(1+x)^2 + C}$$

$$y = \sqrt{(1+x)^2}$$

$$y = (1+x)^2 + C$$

$$y = (1+x)^2$$

Правильное решение

$$yy' - x = 1.$$

$$y dy / dx = 1 + x$$

$$y dy = (1+x) dx$$

$$y^2 / 2 = (1+x)^2 / 2 + C;$$

$$y = \sqrt{(1+x)^2 + C}$$

ЗАДАНИЕ 7. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$xy' = 1 + y;$$

Варианты решения

$$y = Cx$$

$$y = Cx^2$$

$$y = 2Cx$$

$$y = Cx - 1$$

Правильное решение

$$xy' = 1 + y;$$

$$x dy / dx = 1 + y$$

$$\frac{dy}{1+y} = \frac{dx}{x}$$

$$\ln(1+y) = \ln x + \ln C$$

$$1+y = Cx;$$

$$y = Cx - 1$$

ЗАДАНИЕ 8. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$x^2(y^3 + 5)dx + (x^3 + 5)y^2dy = 0$$

Варианты решения

$$y^3 + 5 = (x^3 + 5)$$

$$y^3 + 5 = C / (x^3 + 5)$$

$$y^3 = (x^3 + 5)$$

$$y^3 = C / x^3$$

Правильное решение

$$x^2(y^3 + 5)dx + (x^3 + 5)y^2dy = 0$$

$$\frac{y^2 dy}{y^3 + 5} = - \frac{x^2 dx}{x^3 + 5}$$

$$\ln(y^3 + 5) = - \ln(x^3 + 5) + \ln C$$

$$y^3 + 5 = C / (x^3 + 5)$$

Типовые оценочные материалы по теме 2

Домашнее задание 2.

ЗАДАНИЕ 9. Найти частное решение или решить задачу Коши

$$(1+x)dx - ydy = 0; y(1) = -1.$$

Варианты решения

$$y^2 = (1+x)^2 - 1$$

$$y^2 = (1+x)^2$$

$$y^2 = x^2 - 1$$

$$y^2 = x^2$$

Правильное решение

$$(1+x)dx - ydy = 0;$$

$$(1+x)dx = ydy$$

$$\frac{(1+x)^2}{2} + C = \frac{y^2}{2};$$

$$y(1) = -1.$$

$$1 + C = 0,5$$

$$C = -0,5;$$

$$y^2 = (1+x)^2 - 1$$

ЗАДАНИЕ 10. Найти частное решение или решить задачу Коши

$$ydx + ctgx dy = 0; y(0) = -1;$$

Варианты решения

$$y = -\cos x$$

$$y = \cos x$$

$$y = -\sin x$$

$$y = \sin x$$

Правильное решение

$$ydx + ctgx dy = 0; y(0) = -1;$$

$$\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{ctgx} = -\frac{\sin x dx}{\cos x}$$

$$\ln y = \ln \cos x + \ln C$$

$$y = C \cos x$$

$$-1 = C$$

$$y = -\cos x$$

ЗАДАНИЕ 11. Найти частное решение или решить задачу Коши

$$\frac{dy}{dx} = 2(y-3), \text{ если при } x=0, y=4.$$

Варианты решения

$$y = e^{2x}$$

$$y = e^{2x} + 3$$

$$y = 2e^{2x}$$

$$y = e^x - 1$$

Правильное решение

$$\frac{dy}{dx} = 2(y-3)$$

$$\frac{dy}{y-3} = 2dx$$

$$\ln(y-3) = 2x + \ln C$$

$$y-3 = Ce^{2x}$$

$$1 = C$$

$$y = e^{2x} + 3$$

ЗАДАНИЕ 12. Найти частное решение или решить задачу Коши
 $(1 - x^2)y' + 2x = 0; y(0) = 1.$

Варианты решения

$$y = \ln(1 - x^2) + 1$$

$$y = \ln(1 - x^2)$$

$$y = \ln(1 - x^2) + C$$

$$y = \ln(1 + x^2)$$

Правильное решение

$$(1 - x^2)y' + 2x = 0; y(0) = 1.$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{1 - x^2}$$

$$dy = \frac{d(1 - x^2)}{1 - x^2}$$

$$y = \ln(1 - x^2) + C$$

$$1 = C$$

$$y = \ln(1 - x^2) + 1$$

ЗАДАНИЕ 13. Найти общие интегралы уравнений

$$x^2(y^3 + 5)dx + (x^3 + 5)y^2dy = 0;$$

Варианты решения

$$y^3 = \frac{C}{x^3 + 5} - 5.$$

$$y^3 = \frac{C}{x^3 + 5}.$$

$$y^3 = \frac{C + 5}{x^3 + 5}.$$

$$y^3 = \frac{5}{x^3 + 5}.$$

Правильное решение

$$x^2(y^3 + 5)dx + (x^3 + 5)y^2dy = 0;$$

$$\frac{x^2}{(x^3 + 5)}dx = -\frac{y^2}{(y^3 + 5)}dy;$$

$$\ln|x^3 + 5| = -\ln|y^3 + 5| + \ln C;$$

$$y^3 = \frac{C}{x^3 + 5} - 5.$$

ЗАДАНИЕ 14. Найти общие интегралы уравнений

$$x\sqrt{1 + y^2}dx + y\sqrt{1 + x^2}dy = 0;$$

Варианты решения

$$\sqrt{1 + x^2} = -\sqrt{1 + y^2} + C.$$

$$\sqrt{1 + x^2} = \sqrt{1 + y^2}.$$

$$\sqrt{1+x^2} = 1+y^2.$$

$$1+x^2 = -\sqrt{1+y^2} + C.$$

Правильное решение

$$x\sqrt{1+y^2}dx + y\sqrt{1+x^2}dy = 0;$$

$$\frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}} = -\frac{ydy}{\sqrt{1+y^2}};$$

$$1/2(1+x^2)^{-1/2}d(1+x^2) = -1/2(1+y^2)^{-1/2}d(1+y^2);$$

$$\sqrt{1+x^2} = -\sqrt{1+y^2} + C.$$

ЗАДАНИЕ 15. Найти общие интегралы уравнений

$$xydx + (1+y^2)\sqrt{1+x^2}dy = 0;$$

Варианты решения

$$1+x^2 = -\ln|y| - y^2/2 + C.$$

$$\sqrt{1+x^2} = -\ln|y| - y^2/2.$$

$$\sqrt{1+x^2} = -\ln|y| - y^2/2 + C.$$

$$\sqrt{1+x^2} = y - y^2/2 + C.$$

Правильное решение

$$xydx + (1+y^2)\sqrt{1+x^2}dy = 0;$$

$$\frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}} = -\frac{(1+y^2)dy}{y};$$

$$\frac{d(1+x^2)}{2\sqrt{1+x^2}} = -\frac{dy}{y} - ydy;$$

$$\sqrt{1+x^2} = -\ln|y| - y^2/2 + C.$$

ЗАДАНИЕ 16. Найти общие интегралы уравнений

$$y' = 5\sqrt{y};$$

Варианты решения

$$y = 5x + C.$$

$$2\sqrt{y} = 5x + C.$$

$$2\sqrt{y} = x + C.$$

$$\sqrt{y} = 5x + C.$$

Правильное решение

$$y' = 5\sqrt{y};$$

$$y(0) = 25.$$

$$dy/\sqrt{y} = 5dx;$$

$$2\sqrt{y} = 5x + C.$$

Типовые оценочные материалы по теме 3

Домашнее задание 3.

ЗАДАНИЕ 17. Найти частные решения, удовлетворяющие начальным условиям

$$yy' = -2x; y(0) = 2$$

Варианты решения

$$y^2 = -2x^2 + C$$

$$y^2 = -2x^2 + 2$$

$$y^2 = 2x^2 + 2$$

$$y^2 = x^2 + 2$$

Правильное решение

$$yy' = -2x; y(0) = 2$$

$$\frac{ydy}{dx} = -2x$$

$$y^2 / 2 = -x^2 + C$$

$$C = 2$$

$$y^2 = -2x^2 + 2$$

ЗАДАНИЕ 18. Найти частные решения, удовлетворяющие начальным условиям

$$xy^2 dx + ydy = 0;$$

$$y(0) = 1.$$

Варианты решения

$$y = e^{-x^2/2}$$

$$y = Ce^{-x^2/2}$$

$$y = e^{-x}$$

$$y = e^{-x^2/2} + 2$$

Правильное решение

$$y = e^{-x^2/2}$$

$$xy^2 dx + ydy = 0;$$

$$y(0) = 1.$$

$$\frac{dy}{y} = -x dx.$$

$$\ln y = -x^2 / 2 + \ln C.$$

$$y = Ce^{-x^2/2}$$

$$C = 1$$

$$y = e^{-x^2/2}$$

ЗАДАНИЕ 19. Найти частные решения, удовлетворяющие начальным условиям

$$y' = 5\sqrt{y};$$

$$y(0) = 25.$$

Варианты решения

$$2\sqrt{y} = 5x + 1.$$

$$y = 5x + 2.$$

$$\sqrt{y} = 2,5x + 5 \quad 2\sqrt{y} = 5x + 1.$$

Правильное решение

$$y' = 5\sqrt{y};$$

$$y(0) = 25.$$

$$dy / \sqrt{y} = 5dx;$$

$$2\sqrt{y} = 5x + C.$$

$$10 = C$$

$$\sqrt{y} = 2,5x + 5$$

ЗАДАНИЕ 20. Решить линейное уравнение

$$y' - 2xy = 2x^3$$

Варианты решения

$$y = x^2 e^{x^2} - 1 + C$$

$$y = e^{x^2} (x - 1) + C$$

$$y = -2(x+1) + Ce^x$$

$$y = x^2 e^{x^2} - 1 + C$$

Правильное решение

$$y' - y = 2x;$$

$$v'u + u'v - uv = 2x;$$

$$v'u + v(u' - u) = 2x;$$

$$u' = u;$$

$$du / u = dx;$$

$$\ln |u| = x;$$

$$u = e^x;$$

$$v'e^x = 2x; dv = 2xe^{-x} dx;$$

$$v = 2 \int xe^{-x} dx = \left\{ \begin{array}{l} u = x; du = dx; \\ dv = 2e^{-x} dx; \\ v = -2e^{-x} \end{array} \right\} =$$

$$= -2xe^{-x} + 2 \int e^{-x} d(x) = -2e^{-x} (x+1) + C.$$

$$y = uv = -2(x+1) + Ce^x$$

ЗАДАНИЕ 21. Решить линейное уравнение

$$y' + y = e^{-x}$$

Варианты решения

$$y = (x+c)e^{-x}$$

$$y = (x+c)e^{-x^2}$$

$$y = (x^2+c)e^{-x}$$

$$y = (x+c)e^{-2x}$$

Правильное решение

$$y' + y = e^{-x};$$

$$v'u + v(u'+u) = e^{-x};$$

$$\frac{du}{dx} = -u;$$

$$\ln u = -x; u = e^{-x};$$

$$v'e^{-x} = e^{-x}; dv/dx = 1$$

$$v = x + c;$$

$$y = (x+c)e^{-x}.$$

ЗАДАНИЕ 22. Решить линейное уравнение

$$xy' - 2y = x$$

Варианты решения

$$y = x^2 (-x^{-1} + C)$$

$$y = x(-x^{-1} + C)$$

$$y = x^2 + C$$

$$y = x^2 + Cx$$

Правильное решение

$$xy' - 2y = x;$$

$$v'u + vu' - 2uv / x = 1;$$

$$v'u + v(u' - 2u / x) = 1;$$

$$u' = 2u / x;$$

$$du / u = 2dx / x;$$

$$u = x^2;$$

$$v'x^2 = 1;$$

$$dv = x^{-2}dx;$$

$$v = -x^{-1} + C;$$

$$y = x^2(-x^{-1} + C).$$

ЗАДАНИЕ 23. Решить линейное уравнение

$$(xy + e^x)dx - xdy = 0$$

Варианты решения

$$y = e^x + \ln Cx$$

$$y = e^x + Cx$$

$$y = e^x \ln Cx$$

$$y = e^{x^2} \ln Cx$$

Правильное решение

$$(xy + e^x)dx - xdy = 0;$$

$$xdy = (xy + e^x)dx;$$

$$y' = y + e^x / x;$$

$$y' - y = e^x / x;$$

$$v'u + v(u' - u) = e^x / x;$$

$$u' = u; du / u = dx; u = e^x;$$

$$v'e^x = e^x / x;$$

$$dv = dx / x;$$

$$v = \ln x + \ln C;$$

$$v = \ln Cx;$$

$$y = e^x \ln Cx.$$

Типовые оценочные материалы по теме 4

Домашнее задание 4.

ЗАДАНИЕ 24. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' - 3y' + 2y = 0$$

Варианты решения

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$$

Правильное решение

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x$$

ЗАДАНИЕ 25. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' - 6y' + 8y = 0.$$

Варианты решения

$$y = C_1 e^x + C_2 x e^{4x}$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}$$

$$y = C_1 + C_2 e^{4x}$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$$

Правильное решение

$$y'' - 6y' + 8y = 0.$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}$$

ЗАДАНИЕ 26. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' + 9y' + 20y = 0$$

Варианты решения

$$y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-5x}$$

$$y = C_1 e^{4x} + C_2 e^{5x}$$

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{5x}$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{5x}$$

Правильное решение

$$y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-5x}$$

ЗАДАНИЕ 27. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' + 5y' + 4y = 0.$$

Варианты решения

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{4x}$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{4x}$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$$

Правильное решение

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{4x}$$

ЗАДАНИЕ 28. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' - 3y' + 2y = 0; y(0) = 2; y'(0) = -2.$$

Варианты решения

$$y = e^{2x} + 2e^x$$

$$y = 2e^x$$

$$y = 2e^{2x} + e^x$$

$$y = 2e^{2x} + 2e^x$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x; \\ y' = 2C_1 e^{2x} + C_2 e^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 = C_1 + C_2; \\ -2 = 2C_1 + C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = 2 - C_2 \\ -2 = 4 - 2C_2 - C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_2 = 2 \\ C_1 = 0 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 29. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' - 6y' + 8y = 0; y(0) = 1; y'(0) = 0.$$

Варианты решения

$$y = 2e^{2x} + 1/3e^{4x}$$

$$y = 2/3e^{2x} + 3e^{-4x}$$

$$y = 2/3e^{2x} + 1/3e^{4x}$$

$$y = 2e^{2x} + 3e^{4x}$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}; \\ y' = 2C_1 e^{2x} + 4C_2 e^{4x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = C_1 + C_2; \\ 0 = 2C_1 + 4C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = 1 - C_2 \\ 0 = 2 - 2C_2 - 4C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_2 = 1/3 \\ C_1 = 2/3 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 30. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' + 9y' + 20y = 0; y(0) = 0; y'(0) = -1.$$

Варианты решения

$$y = -e^{-4x} - 5e^{-5x}$$

$$y = -4e^{-4x} - 5e^{-5x}$$

$$y = -e^{-4x} + e^{-5x}$$

$$y = e^{-4x} + e^{-5x}$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-5x}; \\ y' = -4C_1 e^{-4x} - 5C_2 e^{-5x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = C_1 + C_2; \\ -1 = -4C_1 - 5C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = -C_2 \\ -1 = 4C_2 - 5C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_2 = 1 \\ C_1 = -1 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 31. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' + 5y' + 4y = 0; y(0) = 0; y'(0) = 1.$$

Варианты решения

$$y = 2e^{2x} + 1/3e^{4x}$$

$$y = -1/3e^{-4x} + 1/3e^{-x}$$

$$y = -4e^{-4x} + 1/3e^{-x}$$

$$y = 2/3e^{-4x} + 1/3e^{-x}$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-x}; \\ y' = -4C_1 e^{-4x} - C_2 e^{-x} \\ 0 = C_1 + C_2; \\ 1 = -4C_1 - C_2 \\ \begin{cases} C_1 = -C_2 \\ 1 = 4C_2 - C_2 \end{cases} \\ \begin{cases} C_2 = 1/3 \\ C_1 = -1/3 \end{cases} \end{cases}$$

Типовые оценочные материалы по теме 5

Домашнее задание 5.

ЗАДАНИЕ 32. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' + 2y' + 2y = 0.$$

Варианты решения

$$y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$y = e^{-x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^x$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$$

Правильное решение

$$y'' + 2y' + 2y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = -1 \pm \sqrt{-1}$$

$$y = e^{-x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

ЗАДАНИЕ 33. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' - 2y' + 5y = 0$$

Варианты решения

$$y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$y = e^x (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$$

$$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$$

Правильное решение

$$y'' - 2y' + 5y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = 1 \pm \sqrt{-4}$$

$$y = e^x (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$$

ЗАДАНИЕ 34. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' - 2y' + 10y = 0$$

Варианты решения

$$y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$y = e^x (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

$$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{3x}$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$$

Правильное решение

$$y'' - 2y' + 10y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = 1 \pm \sqrt{-9}$$

$$y = e^x (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

ЗАДАНИЕ 35. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' - 4y' + 13y = 0$$

Варианты решения

$$y = e^{2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$y = e^{2x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

$$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x}$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$$

Правильное решение

$$y''' - 4y' + 13y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = 2 \pm \sqrt{-9}$$

$$y = e^{2x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

ЗАДАНИЕ 36. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' + 4y' + 4y = 0.$$

Варианты решения

$$y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^x$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$$

$$y = e^{-2x} (C_1 + C_2 x)$$

Правильное решение

$$y'' + 4y' + 4y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = -2$$

$$y = e^{-2x} (C_1 + C_2 x)$$

ЗАДАНИЕ 37. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' - 6y' + 9y = 0$$

Варианты решения

$$y = e^x (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

$$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$$

$$y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{2x}$$

$$y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$$

Правильное решение

$$y'' - 6y' + 9y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = 3$$

$$y = e^{3x} (C_1 + C_2 x)$$

ЗАДАНИЕ 38. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' + 8y' + 16y = 0$$

Варианты решения

$$y = e^{4x} (C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$$

$$y = e^x (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

$$y = C_1 e^{-4x} + C_2 x e^{-4x}$$

$$y = e^x (C_1 \cos 4x - C_2 \sin 4x)$$

Правильное решение

$$y''' + 8y' + 16y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = -4$$

$$y = e^{-4x} (C_1 + C_2 x)$$

ЗАДАНИЕ 39. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y''' - 10y' + 25y = 0$$

Варианты решения

$$y = e^{5x} (C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x)$$

$$y = e^{5x} (C_1 + C_2 x)$$

$$y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^{5x}$$

$$y = C_1 e^{-5x} + C_2 x e^{5x}$$

Правильное решение

$$y''' - 10y' + 25y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = 5$$

$$y = e^{5x} (C_1 + C_2 x)$$

ЗАДАНИЕ 40. Найти общее решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y''' = x.$$

Варианты решения

$$y = \frac{x^4}{24} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = \frac{x^4}{12} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = \frac{x^4}{6} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = \frac{x^4}{24} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2$$

Правильное решение

$$y''' = x.$$

$$y'' = \frac{x^2}{2} + C_1$$

$$y' = \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_2$$

$$y = \frac{x^4}{24} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

ЗАДАНИЕ 41. Найти общее решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y^{IV} = e^x.$$

Варианты решения

$$y = e^x + \frac{C_1 x^3}{6} + \frac{C_2 x^2}{2} + C_3 x + C_4$$

$$y = e^x + \frac{C_1 x^3}{3} + \frac{C_2 x^2}{2} + C_3 x + C_4$$

$$y = e^x + \frac{C_1 x^3}{24} + \frac{C_2 x^2}{6} + \frac{C_3 x}{2} + C_4$$

$$y = e^x + \frac{C_1 x^4}{6} + \frac{C_2 x^3}{2} + C_3 x^2 + C_4 x$$

Правильное решение

$$y^{IV} = e^x.$$

$$y''' = e^x + C_1$$

$$y'' = e^x + C_1 x + C_2$$

$$y' = e^x + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = e^x + \frac{C_1 x^3}{6} + \frac{C_2 x^2}{2} + C_3 x + C_4$$

ЗАДАНИЕ 42. Найти общее решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y''' = 8e^{2x} + 120x^3.$$

Варианты решения

$$y = e^{2x} + x^6 + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = 8e^{2x} + x^6 + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = 8e^{2x} + \frac{x^6}{6} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = 4e^{2x} + 5x^6 + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

Правильное решение

$$y''' = 8e^{2x} + 120x^3.$$

$$y'' = 4e^{2x} + \frac{x^4}{30} + C_1$$

$$y' = 2e^{2x} + \frac{x^5}{6} + C_1 x + C_2$$

$$y = e^{2x} + x^6 + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

ЗАДАНИЕ 43. Найти общее решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' = e^{-x}.$$

Варианты решения

$$y = -e^{-x} + C_1 x + C_2$$

$$y = -e^{-x} + \frac{C_1 x}{2} + C_2$$

$$y = e^{-x} + C_1 x + C_2$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 x + C_3$$

Правильное решение

$$y'' = e^{-x}.$$

$$y' = -e^{-x} + C_1$$

$$y = e^{-x} + C_1x + C_2$$

ЗАДАНИЕ 44. Найти частное решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y''' = x; y(0) = 1; y'(0) = 2; y''(0) = -2.$$

Варианты решения

$$y = \frac{x^4}{24} - 2x^2 - 2x + 1$$

$$y = \frac{x^4}{24} - 2x^2 - 2x + 1$$

$$y = \frac{x^4}{24} - x^2 + 3x + 4$$

$$y = \frac{x^4}{24} - x^2 + 2x + 1$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y'' = \frac{x^2}{2} + C_1 \\ y' = \frac{x^3}{6} + C_1x + C_2 \\ y = \frac{x^4}{24} + \frac{C_1x^2}{2} + C_2x + C_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = -2; \\ C_2 = 2 \\ C_3 = 1 \end{cases}$$

$$y = \frac{x^4}{24} - x^2 + 2x + 1$$

ЗАДАНИЕ 45. Найти частное решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y^{IV} = e^x; y(0) = 0; y'(0) = -2; y''(0) = 3; y'''(0) = -1.$$

Варианты решения

$$y = e^x - \frac{x^3}{6} + x^2 - 3x - 1$$

$$y = e^x - \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x - 1$$

$$y = e^x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} - 3x + 1$$

$$y = e^x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + 1$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y''' = e^x + C_1 \\ y'' = e^x + C_1x + C_2 \\ y' = e^x + \frac{C_1x^2}{2} + C_2x + C_3 \\ y = e^x + \frac{C_1x^3}{6} + \frac{C_2x^2}{2} + C_3x + C_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = -2 \\ C_2 = 2 \\ C_3 = -3 \\ C_4 = -1 \end{cases}$$

$$y = e^x - \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x - 1$$

ЗАДАНИЕ 46. Найти частное решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y''' = 8e^{2x} + 120x^3; y(0) = 1; y'(0) = 5; y''(0) = 3.$$

Варианты решения

$$y = e^{2x} + \frac{x^6}{6} - \frac{x^2}{2} + 3x$$

$$y = e^{2x} + x^6 - \frac{x^2}{2} + x + 1$$

$$y = e^{2x} + x^6 - \frac{x^2}{2} + 3x$$

$$y = e^{2x} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^2}{2} + 3x$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y''' = 4e^{2x} + \frac{x^4}{30} + C_1 \\ y'' = 2e^{2x} + \frac{x^5}{6} + C_1x + C_2 \\ y = e^{2x} + x^6 + \frac{C_1x^2}{2} + C_2x + C_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = -1 \\ C_2 = 3 \\ C_3 = 0 \end{cases}$$

$$y = e^{2x} + x^6 - \frac{x^2}{2} + 3x$$

ЗАДАНИЕ 47. Найти частное решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' = e^{-x}. y(0) = 1; y'(0) = 0.$$

Варианты решения

$$y = e^{-x} + x + 1$$

$$y = e^{-x} + x \text{ -правильный}$$

$$y = e^{-x} + 2x + 1$$

$$y = e^{-x} + 2x$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y' = -e^{-x} + C_1 \\ y = e^{-x} + C_1 x + C_2 \\ C_1 = 1 \\ C_2 = 0 \\ y = e^{-x} + x \end{cases}$$

Типовые оценочные материалы по теме 6

Домашнее задание 6.

ЗАДАНИЕ 48. Решить неоднородное дифференциальное уравнение
 $y'' - 4y = 10$

Варианты решения

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + 2,5x$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + 2,5$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x} + 2,5$$

Правильное решение

$$y'' + 4y = 10$$

$$\lambda^2 - 4 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \pm 2$$

$$\bar{y} = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$$

$$y^* = A$$

$$4A = 10$$

$$A = 2,5$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + 2,5$$

ЗАДАНИЕ 49. Решить неоднородное дифференциальное уравнение
 $y'' - y' = 3$

Варианты решения

$$y = C_1 + C_2 e^x - 3$$

$$y = C_1 x + C_2 e^x - 3$$

$$y = C_1 + C_2 e^{-x} - 3$$

$$y = C_1 + C_2 e^x - 3x$$

Правильное решение

$$y'' - y' = 3$$

$$\lambda^2 - \lambda = 0$$

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_2 = 1$$

$$y = C_1 + C_2 e^x$$

$$y^* = Ax$$

$$y^{*'} = A$$

$$-A = 3$$

$$A = -3$$

$$y^* = -3x$$

$$y = C_1 + C_2 e^x - 3x$$

ЗАДАНИЕ 50. Решить неоднородное дифференциальное уравнение
 $y'' + y' + y = 3e^{2x}$

Варианты решения

$$y = e^{-0,5x} \left(C_1 \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right) + 3/7 e^{2x}$$

$$y = e^{-0,5x} \left(C_1 \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right) + e^{2x}$$

$$y = e^{-0,5x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x) + 3e^{2x}$$

$$y = \left(C_1 \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right) + 3e^{2x}$$

Правильное решение

$$y'' + y' + y = 3e^{2x}$$

$$\lambda^2 + \lambda + 1 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{-3/4} = -0,5 \pm i\sqrt{3}/2$$

$$\bar{y} = e^{-0,5x} \left(C_1 \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right)$$

$$y^* = Ae^{2x}$$

$$y^{*'} = 2Ae^{2x}$$

$$y^{*''} = 4Ae^{2x}$$

$$4Ae^{2x} + 2Ae^{2x} + Ae^{2x} = 3e^{2x}$$

$$A = 3/7$$

$$y^* = 3/7 e^{2x}$$

$$y = e^{-0,5x} \left(C_1 \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right) + 3/7 e^{2x}$$

ЗАДАНИЕ 51. Решить неоднородное дифференциальное уравнение

$$y'' - 5y' = 7$$

Варианты решения

$$y = C_1 + C_2 e^{5x}$$

$$y = C_1 + C_2 e^{5x} - 7x$$

$$y = C_1 + C_2 e^{5x} - 7$$

$$y = e^{5x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x) - 7x$$

Правильное решение

$$y'' - 5y' = 7$$

$$\lambda^2 - 5\lambda = 0$$

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_2 = 5$$

$$y = C_1 + C_2 e^{5x}$$

$$y^* = Ax$$

$$y^{*'} = A$$

$$-A = 7$$

$$A = -7$$

$$y^* = -7x$$

$$y = C_1 + C_2 e^{5x} - 7x$$

5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование компетенции	Код компонента компетенции	Наименование компонента компетенции
ОПК -4	Способен понимать принципы работы информационных технологий; использовать информацию, методы и программные средства ее сбора, обработки и анализа для информационно-аналитической поддержки принятия управленческих решений	ОПК-4.1	Способен использовать математические методы, математические модели и программные средства для решения задач сбора, обработки и анализа информации
		ОПК-4.2	Способен использовать при решении практических задач методы и программные средства сбора информации, ее обработки и анализа для информационно-аналитической поддержки принятия управленческих решений

Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Код компонента компетенции	Индикатор оценивания	Критерий оценивания
ОПК-4.1	Самостоятельно формулирует постановку задачи и определяет методы решения поставленных задач	Использует информацию, методы и программные средства ее сбора, обработки и анализа, в том числе с использованием интеллектуальных методов
ОПК-4.2	<ol style="list-style-type: none"> Самостоятельно решает задачи классической (математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, дифференциальных и разностных уравнений) и дискретной математики Самостоятельно разрабатывает алгоритмы решения поставленной задачи Решает задачи, требующие комплексного использования нескольких тем учебной дисциплины. Способен объяснить ход решения задачи и используемые теоретические положения 	<ol style="list-style-type: none"> Правильное решение задачи. Описан путь ее решения, используемые теоретические положения. Правильные ответы на поставленные вопросы

--	--	--

Для оценки сформированности компетенций, знаний и умений, соответствующих данным компетенциям, используются контрольные вопросы, а также задачи.

Типовые вопросы, выносимые на зачет:

- 1 Дать определение динамической системы и обыкновенного дифференциального уравнения. Характеризовать решение обыкновенного дифференциального уравнения.
- 2 Дать определение решения дифференциального уравнения с начальными условиями. (Задача Коши).
- 3 Привести примеры динамических систем, описываемых обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка: накопление капитала, инфляция, размножение бактерий, распад радиоактивного вещества, распространение эпидемий и наркомании, простейшая модель народонаселения.
- 4 Доказать и обсудить теорему существования и единственности обыкновенного дифференциального уравнения. Привести пример использования теоремы для доказательства общности решения линейного уравнения.
- 5 Дать геометрическую интерпретацию решения обыкновенного дифференциального уравнения. Дать определения фазового пространства, векторного поля скоростей изменения состояния, расширенного фазового пространства.
- 6 Рассмотреть и продемонстрировать на примерах методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнения, интегрируемые в квадратурах. Привести пример дифференциального уравнения неинтегрируемого в квадратурах.
- 7 Рассмотреть методы интегрирования уравнения в полных дифференциалах.
- 8 Рассмотреть методы интегрирования уравнения с разделяющимися переменными.
- 9 Рассмотреть методы интегрирования однородного линейного дифференциального уравнения первого порядка.
- 10 Описать и продемонстрировать на примере организацию интегрирования неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка.
- 11 Дать определение и описать и продемонстрировать решение уравнения Я.Бернулли.
- 12 Описать общие сведения о линейных уравнениях высшего порядка.
- 13 Описать свойства комплексных чисел. Формула Эйлера. Основная теорема алгебры.
- 14 Дать определение однородных линейных дифференциальных уравнений n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Характеризовать общие свойства решений линейного дифференциального уравнения n -ого порядка.
- 15 Описать и продемонстрировать метод Эйлера интегрирования дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Дать определение характеристического уравнения. Привести общее решение в случае простых вещественных корней характеристического уравнения.
- 16 Объяснить и продемонстрировать общее решение однородного линейного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами в случае простых комплексных корней характеристического уравнения.
- 17 Объяснить и продемонстрировать общее решение однородного линейного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами в случае кратных вещественных корней характеристического уравнения.
- 18 Объяснить общее решение однородного линейного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами в случае кратных комплексных корней характеристического уравнения.
- 19 Дать определение неоднородных линейных дифференциальных уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Привести общее решение и частное решение для правой части вида $f(t) e^{at}$, где $f(t)$ – многочлен, методом неопределенных коэффициентов.

- 20 Дать определение неоднородных линейных дифференциальных уравнений n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Описать организацию построения общего решения и частного решения для правой части вида $e^{at} * (f(t)*\cos(bt) + g(t)*\sin(bt))$, где $f(t)$, $g(t)$ – многочлены, методом неопределенных коэффициентов.
- 21 Рассмотреть и продемонстрировать метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) для построения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
- 22 Дать определение системы обыкновенных дифференциальных уравнений, автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, положения равновесия, точки покоя
- 23 Привести пример системы дифференциальных уравнений, описывающей отношения «хищник-жертва».
- 24 Характеризовать модели Лотки-Вольтерра. Привести примеры.
- 25 Дать определение структурной устойчивости решений системы дифференциальных уравнений.
- 26 Дать геометрическую интерпретацию решения однородного дифференциального уравнения второго порядка на фазовой плоскости. Дать определение фазового портрета дифференциального уравнения второго порядка: седло, узел, фокус. Дать определение устойчивости и неустойчивости положения равновесия. Сформулировать достаточное условие устойчивости положения равновесия.
- 27 Дать определение понятия устойчивости и неустойчивости положения равновесия однородного линейного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Сформулировать достаточное условие устойчивости положения равновесия однородного линейного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами
- 28 Объяснить понятие устойчивости, понятие диссипативных и консервативных систем.
- 29 Сделать обзор численных методов решения дифференциальных уравнений. Характеризовать способ Эйлера – Коши. Привести геометрическую интерпретацию метода.
- 30 Дать определение дифференциальных динамических моделей.
- 31 Дать определение и привести ланчестерские модели.
- 32 Характеризовать качественные методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассмотреть элементы теории бифуркации динамических систем, элементы теории катастроф.
- 33 Дать определение бифуркации положений равновесия динамической системы. Привести пример: модель рыболовства, модель «утечки мозгов». Обсудить перспективы использования теории катастроф.
- 34 Классифицировать бифуркации.
- 35 Привести примеры модели равновесия.
- 36 Характеризовать динамические модели Кейнса.
- 37 Характеризовать неоклассическую модель роста.
- 38 Характеризовать модель Солоу.
- 39 Характеризовать модель динамики производства с нелинейными производственными функциями.
- 40 Дать определение разностного уравнения.
- 41 Дать определение системы разностных уравнений.
- 42 Объяснить дискретное дифференцирование.
- 43 Объяснить понятие лагирования. Привести примеры модели распределенной авторегрессии.
- 44 Привести примеры решения разностных уравнений.

45 Сделать обзор организации решения разностных уравнений с помощью пакетов математического моделирования.

Шкала перевода оценки из многобалльной в систему «зачтено»/«не зачтено»:

от 0 по 50 баллов	«не зачтено»
от 51 по 100 баллов	«зачтено»

Описание системы оценивания

46

Оценочные средства (формы текущего и промежуточного контроля)	Показатели оценки	Критерии оценки
Контрольная работа и домашнее задание	1) правильность решения; 2) корректность выводов 3) обоснованность решений	4 контрольные работы оцениваются по 5 баллов каждая. Первое домашнее задание оценивается 5 баллами. Со второй по пятую домашние работы оцениваются по 3 балла

Оценивание студентов на экзамене по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения»

Оценочные средства (формы текущего и промежуточного контроля)	Показатели оценки	Критерии оценки
Зачет	В соответствии с балльно-рейтинговой системой на промежуточную аттестацию отводится 40 баллов. Экзамен проводится по вопросам и подготовленному практическому заданию, которые оцениваются по 10 баллов на один из 2 теоретических вопросов экзамена и 20 баллов за практическое задание	1-5 баллов за ответ, подтверждающий знания в рамках лекций и обязательной литературы, 6-8 баллов – в рамках лекций, обязательной и дополнительной литературы, 8-10 баллов – в рамках лекций, обязательной и дополнительной литературы, с элементами самостоятельного анализа. Практическое задание оценивается в соответствии с показателями оценки, но не более 20 баллов.

6. Методические материалы по освоению дисциплины

Рабочей программой дисциплины предусмотрены следующие виды аудиторных занятий: лекции, практические занятия, контрольные работы. На лекциях рассматриваются наиболее сложный материал дисциплины. Для развития у студентов креативного мышления и логики в каждом разделе предусмотрены теоретические положения, требующие самостоятельного доказательства. Кроме того, часть

теоретического материала предоставляется на самостоятельное изучение по рекомендованным источникам для формирования навыка самообучения.

Практические занятия предназначены для самостоятельной работы студентов по решению конкретных задач. Каждое практическое занятие сопровождается домашними заданиями, выдаваемыми студентам для решения во внеаудиторное время. Для формирования у студентов навыка совместной работы в коллективе некоторые задания решаются с помощью разбиения на группы методом мозговой атаки.

Для работы с печатными и электронными ресурсами СЗИУ имеется возможность доступа к электронным ресурсам. Организация работы студентов с электронной библиотекой указана на сайте института (странице сайта – «Научная библиотека»).

Шкала оценивания.

Оценка результатов производится на основе балльно-рейтинговой системы (БРС). Использование БРС осуществляется в соответствии с приказом от 06 сентября 2019 г. №306 «О применении балльно-рейтинговой системы оценки знаний обучающихся».

Схема расчетов сформирована в соответствии с учебным планом направления, согласована с руководителем научно-образовательного направления, утверждена деканом факультета.

Схема расчетов доводится до сведения студентов на первом занятии по данной дисциплине, является составной частью рабочей программы дисциплины и содержит информацию по изучению дисциплины, указанную в Положении о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в РАНХиГС.

В случае если студент в течение семестра не набирает минимальное число баллов, необходимое для сдачи промежуточной аттестации, то он может заработать дополнительные баллы, отработав соответствующие разделы дисциплины, получив от преподавателя компенсирующие задания.

В случае получения на промежуточной аттестации неудовлетворительной оценки студенту предоставляется право повторной аттестации в срок, установленный для ликвидации академической задолженности по итогам соответствующей сессии.

Обучающийся, набравший в ходе текущего контроля в семестре от 51 до 70 баллов, по его желанию может быть освобожден от промежуточной аттестации.

Шкала перевода оценки из многобалльной в систему «зачтено»/«не зачтено»:

от 0 по 50 баллов	«не зачтено»
от 51 по 100 баллов	«зачтено»

Рабочей программой дисциплины предусмотрены следующие виды аудиторных занятий: лекции, практические занятия, контрольные работы. На лекциях рассматриваются наиболее сложный материал дисциплины. Для развития у студентов креативного мышления и логики в каждом разделе предусмотрены теоретические положения, требующие самостоятельного доказательства. Кроме того, часть теоретического материала предоставляется на самостоятельное изучение по рекомендованным источникам для формирования навыка самообучения.

Практические занятия предназначены для самостоятельной работы студентов по решению конкретных задач. Каждое практическое занятие сопровождается домашними заданиями, выдаваемыми студентам для решения во внеаудиторное время. Для формирования у студентов навыка совместной работы в коллективе некоторые задания решаются с помощью разбиения на группы методом мозговой атаки.

Для работы с печатными и электронными ресурсами СЗИУ имеется возможность доступа к электронным ресурсам. Организация работы студентов с электронной библиотекой

указана на сайте института (странице сайта – «Научная библиотека»).

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Рабочей программой дисциплины предусмотрены следующие виды аудиторных занятий: лекции, практические занятия, контрольные работы. На лекциях рассматриваются наиболее сложный материал дисциплины. Лекция сопровождается презентациями, компьютерными текстами лекции, что позволяет студенту самостоятельно работать над повторением и закреплением лекционного материала. Для этого студенту должно быть предоставлено право самостоятельно работать в компьютерных классах в сети Интернет.

Практические занятия предназначены для самостоятельной работы студентов по решению конкретных задач дискретно математики. Ряд практических занятий проводится в компьютерных классах с использованием Excel. Каждое практическое занятие сопровождается домашними заданиями, выдаваемыми студентам для решения внеаудиторное время. Для оказания помощи в решении задач имеются тексты практических заданий с условиями задач и вариантами их решения.

С целью контроля сформированности компетенций разработан фонд контрольных заданий. Его использование позволяет реализовать балльно-рейтинговую оценку, определенную приказом от 28 августа 2014 г. №168 «О применении балльно-рейтинговой системы оценки знаний студентов».

Для активизации работы студентов во время контактной работы с преподавателем отдельные занятия проводятся в интерактивной форме. В основном, интерактивная форма занятий обеспечивается при проведении занятий в компьютерном классе. Интерактивная форма обеспечивается наличием разработанных файлов с заданиями, наличием контрольных вопросов, возможностью доступа к системе дистанционного обучения, а также к тестеру.

Для работы с печатными и электронными ресурсами СЗИУ имеется возможность доступа к электронным ресурсам. Организация работы студентов с электронной библиотекой указана на сайте института (странице сайта – «Научная библиотека»).

Контрольные вопросы для подготовки к занятиям

Таблица 5

№ п/п	Наименование темы или раздела дисциплины	Контрольные вопросы для самопроверки
1	Тема 1. Введение. Дифференциальные уравнения 1-го порядка (ДУ-1).	<ol style="list-style-type: none"> 1. Какое уравнение называется обыкновенным дифференциальным уравнением. 2. Решением обыкновенного дифференциального уравнения является число или функция? 3. Как называется геометрический образ решения дифференциального уравнения? 4. Могут ли решения (траектории) дифференциального уравнения пересекаться? 5. В чем смысл универсальности математических моделей динамических систем? 6. Какие функции Maple позволяют построить аналитическое решение линейного неоднородного уравнения первого порядка?
2	Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков	<ol style="list-style-type: none"> 1. Фундаментальная система решений и общее решение линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка? 2. Как свести решение линейного однородного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами к

		<p>алгебраическому уравнению n-го порядка?</p> <p>3. Подстановка Эйлера? Метод Эйлера решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами?</p> <p>4. Частное и общее решение линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка?</p> <p>5. Вынужденные колебания динамических систем? Резонанс?</p> <p>6. Какие функции Maple позволяют построить аналитическое решение линейного неоднородного уравнения n-го порядка?</p>
3	Тема 3. Системы дифференциальных уравнений .	<p>1. Как свести линейное дифференциальное уравнение n-го порядка к системе дифференциальных уравнений.</p> <p>2. Как выглядят фазовые портреты: седло, узел, фокус. Укажите достоинства и недостатки.</p> <p>3. Какие функции Maple позволяют построить аналитическое решение линейной системы дифференциальных уравнений n-го порядка?</p> <p>4. Каковы функции Maple позволяющие построить фазовые портреты динамических систем?</p>
4	Тема 4. Качественные методы теории дифференциальных уравнений	<p>1. Что означает устойчивость и неустойчивость положения равновесия?</p> <p>2. Что такое бифуркация, катастрофа и точка «невозврата»?</p> <p>3. Какие примеры использования теории катастроф вы знаете?</p>
5	Тема 5. Примеры дифференциальных динамических моделей	<p>1. В чем смысл универсальности математических моделей динамических систем?</p>
6	Тема 6. Разностные уравнения	<p>1. Как перейти от модели, описываемой дифференциальным уравнением, к эквивалентной модели, описываемой разностным уравнением и наоборот?</p> <p>2. Какая подстановка позволяет свести решение линейного разностного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами к алгебраическому уравнению n-го порядка</p>

7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

7.1. Основная литература.

1. Гордин, В. А. **Дифференциальные и разностные уравнения**: Какие явления они описывают и как их решать : учебное пособие / В. А. Гордин. — Москва : Высшая школа экономики, 2016. — 531 с. — ISBN 978-5-7598-1094-0.— Текст: электронный// Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/100139> (дата обращения: 17.07.2021)

2. Демидович, Б. П. **Дифференциальные уравнения** : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-6795-2.— Текст : электронный// Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/152452>

3. Жукова, Г. С. **Дифференциальные уравнения**: учебник / Г. С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 504 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015970-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072180>

4. Осадчий, Ю. М. **Дифференциальные уравнения**: учеб. пособие / Ю.М. Осадчий. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 157 с. - ISBN 978-5-16-107965-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1039633>

Все источники основной литературы взаимозаменяемы.

7.2. Дополнительная литература.

1. Бермант А. Ф. Краткий курс математического анализа : учеб. пособие, рек. М-вом образования Рос. Федерации / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - изд. 16-е, стер. - СПб.[и др.] : Лань, 2010. - 736 с.

2. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов : учеб. пособие / Г. С. Бараненков [и др.] ; под ред. Б. П. Демидовича. - М. : АСТ [и др.] ; Владимир : ВКТ, 2010. - 495 с.
3. Минюк С. А. Дифференциальные уравнения и экономические модели : учеб. пособие для вузов / С. А. Минюк, Н. С. Берёзкина. - Минск : Вышэйшая школа, 2007. - 141 с.
4. Практикум по математике : I курс : [учеб. пособие] / [сост. А. Л. Кириллов, В. И. Клоков, С. В. Полянская]. - СПб. : Изд-во СЗАГС, 2009. - 99 с.
5. Сборник задач по высшей математике с контрольными работами : 1 курс : линейная алгебра, аналитическая геометрия, основы математического анализа, комплексные числа / К. Н. Лунгу [и др.]. - 9-е изд. - М. : Айрис-пресс, 2011. - 575 с.
6. Кириллов А. Л. Введение в математический анализ элементарных функций : [учеб. пособие] / А. Л. Кириллов. - СПб. : Изд-во СЗАГС, 2008. - 175 с.
7. Клоков В. И. Инвестиции : учеб. пособие / В. И. Клоков. - СПб. : Изд-во СЗАГС, 2009. - 199 с.
8. Смирнов В. Курс высшей математики: учебник. Том I-IV. - 24-е изд. [Электронный ресурс]. - СПб. : БХВ-Петербург, 2010. - 848 с.
9. Чесноков Е. А. Основы математического анализа : учеб. пособие / Е. А. Чесноков. - СПб. : Изд-во СЗАГС, 2010. - 177 с.

7.3. Нормативные правовые документы.

Не используются

7.4. Интернет-ресурсы.

СЗИУ располагает доступом через сайт научной библиотеки <http://nwapr.spb.ru/> к следующим подписным электронным ресурсам:

Русскоязычные ресурсы

Электронные учебники электронно - библиотечной системы (ЭБС) «Айбукс»

Электронные учебники электронно – библиотечной системы (ЭБС) «Лань»

Рекомендуется использовать следующий интернет-ресурсы

<http://serg.fedosin.ru/ts.htm>

<http://window.edu.ru/resource/188/64188/files/chernyshov.pdf>

7.5. Иные источники.

Не используются.

8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Лабораторная работа проводится в компьютерном классе. Учебная дисциплина включает использование программного обеспечения Microsoft Excel, Microsoft Word, для подготовки текстового и табличного материала.

Интернет-сервисы и электронные ресурсы (поисковые системы, электронная почта, профессиональные тематические чаты и форумы, системы аудио и видео конференций, онлайн энциклопедии, справочники, библиотеки, электронные учебные и учебно-методические материалы).

№ п/п	Наименование
1.	Облачные технологии Google Collab, Loginom
2.	Microsoft Excel, Microsoft Word
3.	Интернет-сервисы и электронные ресурсы