

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков
Должность: директор
Дата подписания: 24.10.2022 14:09:06
Уникальный программный ключ:
880f7c07c583b07b775f6604a630281b13ca9fd2

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ – филиал РАНХиГС

кафедра экономики

УТВЕРЖДЕНА

Решением методической комиссии по
направлению подготовки 38.03.01
Экономика Протокол № 4 от «01»
июня 2020 г.

в новой редакции Протокол № 4 от
«16» июля 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.05 Высшая математика

(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)

38.03.01 Экономика

(код, наименование направления подготовки)

«Экономика предприятий и организаций»

(профиль)

бакалавр
(квалификация)

Очная
(формы обучения)

Год набора – 2021

Санкт-Петербург, 2021 г.

Авторы – составители:

Доктор физико-математических наук,
профессор

Фарков Юрий Анатольевич

Кандидат экономических наук, доцент

Бутузова Лариса Леонидовна

Директор образовательной программы «Экономика», к. э. н., доцент Голубев Артем Валерьевич

Заведующий кафедрой экономики, д.э.н., профессор Мисько Олег Николаевич
(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы	4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО	4
3. Содержание и структура дисциплины (модуля)	5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	7
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	17
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)	19
6.1. Основная литература	19
6.2. Дополнительная литература	19
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы	20
6.4. Иные источники	20
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы	21

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

Дисциплина «Высшая математика» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКо ОС III-1	Способен готовить исходную информацию и проводить расчеты экономических, социально-экономических и финансовых показателей на основе типовых методик и / или экономико-математических методов и моделей	ПКо ОС III - 1.1.	Применяет типовые методики и экономико-математические методы и модели
		ПКо ОС III - 1.2.	Готовит исходную информацию для проведения расчетов показателей деятельности организации
		ПКо ОС III - 1.3.	Готовит данные, необходимые для расчета социально-экономических показателей деятельности хозяйствующих субъектов

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ/трудо-вые /профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Организация и контроль текущей деятельности системы внутреннего контроля экономического субъекта	ПКо ОС III - 1.1.	Знает основы дифференциального и интегрального исчисления
	ПКо ОС III - 1.2.	Знает основы линейной алгебры и линейного программирования
	ПКо ОС III - 1.3.	Умеет решать основные задачи дифференциального и интегрального исчисления

2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО

Объем дисциплины: 10 з.е. (360 ак. часов или 270 астр. часов). В целях планирования, при расчете структуры дисциплины применены академические часы (ак.ч.).

Количество академических часов, выделенных на лекции и практические занятия – 128 ак.ч. Данная дисциплина частично реализуется с применением дистанционных образовательных технологий (далее – ДОТ) в Системе дистанционного обучения Академии (далее - СДО). Материалы дисциплины размещены по адресу <https://lms.ranepa.ru>.

Количество академических часов, выделенных на самостоятельную работу обучающихся – 156 ак.ч.

Дисциплина реализуется с применением дистанционных образовательных технологий (далее – ДОТ).

Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина относится к базовой части и реализуется в 1 и 2 семестрах.

Доступ к системе дистанционных образовательных технологий осуществляется каждым обучающимся самостоятельно с любого устройства на портале: <https://sziu-de.ranepa.ru/>.

Пароль и логин к личному кабинету / профилю предоставляется студенту в деканате.

Все формы текущего контроля, проводимые в системе дистанционного обучения, оцениваются в системе дистанционного обучения. Доступ к видео и материалам лекций предоставляется в течение всего семестра. Доступ к каждому виду работ и количество попыток на выполнение задания предоставляется на ограниченное время согласно регламенту дисциплины, опубликованному в СДО. Преподаватель оценивает выполненные обучающимся работы не позднее 10 рабочих дней после окончания срока выполнения.

3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

№ темы	Наименование темы	Объем дисциплины (модуля) ¹ , ак. час.							Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации ²	
		Всего	Контактная работа			Самостоятельная работа				
			Л*	ПЗ	ЛР	ВЛ	СП	СРО		
Семестр 1										
1.	Векторы и операции над ними	16	4*	4	-	-	-	8	Т	
2.	Матрицы и определители	16	4*	4	-	-	-	8	ИЗ №1	
3.	Системы линейных уравнений и ранг матрицы	26	6*	6	-	-	-	14	КР № 1	
4.	Понятие функции. Предел, непрерывность	26	6*	6	-	-	-	14	Т, ИЗ № 2	
5.	Производная и дифференциал функции	26	6*	6	-	-	-	14	КР № 2	
6.	Функции нескольких переменных	32	6*	6	-	-	-	20	ИЗ № 3	
Консультация		2								
Промежуточная аттестация ³		36								Экз
Всего:		180	32	32	-	-	-	78		
Семестр 2										
7.	Элементы линейного программирования	28	6*	6	-	-	-	16	ИЗ № 4	
8.	Интегралы	18	4*	4	-	-	-	10	Т	
9.	Ряды	44	10*	10	-	-	-	24	КР № 3	
10.	Элементы теории дифференциальных уравнений	52	12*	12	-	-	-	28	ИЗ № 5	
Консультация		2								
Промежуточная аттестация ³		36								Экз
Всего:		180	32	32	-	-	-	78		
Итого по дисциплине (модулю):		360	64	64	-	-	-	156		

Примечание 1 - виды учебной деятельности, предусмотренные дисциплиной (модулем): Л – лекции, ПЗ – практические занятия, ЛР – лабораторная работы, ВЛ – видео лекции, СП – самопроверка, СРО – самостоятельная работа обучающегося.

Примечание 2 - формы текущего контроля успеваемости: Т – тестирование, ИЗ – индивидуальное задание, КР – контрольная работа.

Примечание 3 - формы промежуточной аттестации: Экз – экзамен.

*- ДОТ в СДО.

Содержание дисциплины

Тема 1. Векторы и операции над ними.

Двумерное, трёхмерное, многомерное пространство. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов.

Тема 2. Матрицы и определители.

Матрицы и операции над ними. Определители и их свойства. Обратная матрица.

Тема 3. Системы линейных уравнений и ранг матрицы.

Формулы Крамера. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы и условие разрешимости системы.

Тема 4. Понятие функции. Предел, непрерывность.

Функции, область определения, свойства и графики основных элементарных функций. Предел. Арифметические свойства предела. Непрерывность функции, классификация точек разрыва.

Тема 5. Производная и дифференциал функции.

Производная, её вычисление. Предельные величины. Таблица производных основных элементарных функций. Производная суммы, разности, произведения, частного. Производная сложной, функции. Производные высших порядков. Исследование свойств (монотонность, точки экстремума, выпуклость) и построение графиков функций. Эластичность функции.

Тема 6. Функции нескольких переменных.

Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. Экстремумы функций нескольких переменных. Задачи оптимизации. Условный экстремум.

Тема 7. Элементы линейного программирования.

Задачи линейного программирования. Геометрический метод. Симплекс-метод.

Тема 8. Интегралы.

Неопределённый интеграл, его свойства, правила вычисления и таблица неопределённых интегралов. Определённый интеграл, его свойства и вычисления. Приложения определённого интеграла к задачам геометрии и экономики.

Тема 9. Ряды.

Числовые ряды, их сходимость. Степенные ряды. Радиус сходимости. Непрерывность суммы, почленное дифференцирование и интегрирование степенного ряда.

Тема 10. Элементы теории дифференциальных уравнений.

Уравнения с разделяющимися переменными, однородное уравнение. Решение линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

4.1.1. В ходе реализации дисциплины «Высшая математика» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- при проведении занятий лекционного типа (в СДО Академии): контроль посещаемости занятий;
- при проведении занятий практического типа (в аудиториях): контрольная работа, тестирование;
- при проведении занятий практического типа (в дистанционной форме): решение задач во время семинара в формате видеоконференцсвязи (далее – ВКС), тестирование в формате ВКС;
- при занятиях самостоятельной работой: выполнение индивидуальных заданий, самостоятельная работа обучающихся является одной из форм самообразования, роль преподавателя при этом заключается в оказании консультативной и направляющей помощи обучающимся.

4.1.2. Экзамен проводится с применением следующих методов (средств):

Студентам заранее сообщаются вопросы для подготовки к экзамену, которые будут включены в экзаменационные билеты. Обучающемуся дается время, необходимое для подготовки ответа на вопросы экзаменационного билета. Проверка ответов студента проводится в зависимости от формы проведения экзамена (собеседование, проверка письменной работы, тестирование).

Формат проведения экзамена, а также методы (средства), применяемые на экзамене, согласовываются с деканатом.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

Примерные тестовые задания:

1) Решите систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 5 \\ -4x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 3 \\ 5x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases}$$

В ответе укажите произведение найденных значений x_1, x_2, x_3 .

- А) -0,06
- Б) 142,59
- В) 0,10
- Г) 644,52

2) Вычислите площадь треугольника, построенного на векторах $a=(2,1,-1)$, $b=(-2,0,-2)$

- А) 1,732
- Б) 3
- В) 3,316
- Г) 6,34

3) Вычислите предел по правилу Лопиталю:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} + 2 \operatorname{arctg} x - 1}{3 \operatorname{arcsin} x - 5x}$$

- А) 1
- Б) 0
- В) -1
- Г) 3

Примеры контрольных работ:

Контрольная работа №1

1. Найти координаты вектора $x=(4;11)$ в базисе $e_1=(2;4)$, $e_2=(1;4)$ пространства \mathbb{R}^2 .
2. Даны векторы $a=i+2j+k$ и $b=(2;1;2)$. Найти $2a + 3b$, $a-3b$ и единичный вектор, перпендикулярный данным векторам.
3. С помощью векторного произведения вычислить площадь треугольника с вершинами в точках $A(3;-1;0)$, $B(-3;6;0)$, $C(-1;-2;3)$.
4. Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если:

$$f(x)=x^3-4x^2+x-2, A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему уравнений двумя способами: а) методом обратной матрицы, б) методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 15 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

7. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 20 \\ 3x_1 + 8x_2 - x_3 + 9x_4 = 28 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 10 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = -3 \end{cases}$$

Контрольная работа №2

1. Найдите пределы функций:

а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2+1}{x+1}$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4-4x^3+1}{(x-1)^2}$

в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{6-x}}{x^2-4}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^6}{\sin^5 x}$

2. Исследуйте кусочно-непрерывную функцию на непрерывность, определите вид точек разрыва, сделайте чертеж.

$$y = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & \text{если } x \neq 1 \\ 2, & \text{если } x = 1 \end{cases}$$

3. Зависимость между издержками производства y и объёмом выпускаемой продукции x выражается функцией

$$y = 10x - 0,02x^3$$

Определите средние и предельные издержки (на единицу продукции) при объеме продукции 7 ед.

4. Найдите производные функций:

а) $y = e^x \ln(\sin x)$

б) $y = \frac{x^3-1}{\sqrt{x}}$ в точке $x_0 = 1$

$$\text{в) } \begin{cases} x = 3t - t^3 \\ y = 4\sin \frac{t}{2} \end{cases}$$

$$\text{г) } y = \left(\frac{1}{x^3} + e^{2xy}\right)$$

5. Найдите дифференциал dy и y'' , если $y = (x^3 + 1)^2$

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{4}{x^2} - 8x - 15$ на отрезке $[-2; -0,5]$.

Контрольная работа № 3

1. Исследуйте сходимость знакопеременного ряда:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}.$$

2. Используя интегральный признак Коши, исследуйте абсолютную сходимость ряда из примера 1.

3. Исследуйте сходимость, включая абсолютную, знакопеременного ряда:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n(n+1)}.$$

4. Проверьте, что знакочередующийся ряд сходится, и вычислите приближенное значение его суммы с точностью до 0,01.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^3 + 1}$$

5. Определите радиус и интервал сходимости степенного ряда:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \cdot 3^n x^n.$$

6. Разложите в ряд Тейлора при $x_0=1$ функцию $y = e^{-x}$.

Примеры индивидуальных заданий:

Индивидуальное задание № 1

1. В течение года три раза в месяц на два склада поступают три вида товаров. Количество товаров, поступающих на первый склад при каждой доставке, приведены в столбцах матрицы:

$$A_1 = \begin{pmatrix} m+n & 20 & 100 \\ 30 & 2n & 50 \\ 26 & 34 & 3m \end{pmatrix},$$

а на второй склад – в столбцах матрицы:

$$A_2 = \begin{pmatrix} 110 & m+2n & 49 \\ n & 25 & 75 \\ 37 & 3n & 86 \end{pmatrix}.$$

Найдите: а) суммарный завоз товаров на склады каждый месяц; б) годовой завоз товаров на первый склад; в) годовой завоз товаров на второй склад.

2. Найдите матрицу $D = (AB)^T - C^2$, если:

$$A = \begin{pmatrix} n-m & 3 & 2 \\ 1 & 0 & m \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & n \\ m & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2m & -1 \\ -n & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Найдите матрицу $B = 11(A^{-1}) + A^T$, где:

$$A = \begin{pmatrix} n & 2 & -3 \\ 1 & m & 7 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

4. Решите матричное уравнение:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & m+n & m-n \\ -n & -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & n-m \end{pmatrix}.$$

5. Найдите ранг матрицы:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & m-n \\ 2m & 0 & 5 & -1 \\ 4 & 3n & 6 & m \cdot n \end{pmatrix}.$$

6. Вычислите определители матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & n \\ -3m & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & -3 & n \\ 4 & -1 & -5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 5 & n \\ -3 & 2 & 0 & -2 \\ m & 0 & 8 & m+n \\ 1 & 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

7. Решите систему линейных уравнений двумя способами: а) по формулам Крамера, б) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x - ny + z = 6 \\ x - my + z = 9 \\ 2mx - y + 3nz = 1 \end{cases}$$

8. Исследуйте на совместность, найдите общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + (m+n)x_2 + (-4n+m)x_3 + 3x_4 = 10 \\ 2x_1 + 2x_2 + mx_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + (-n+m)x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

Индивидуальное задание № 2

1. Найти область определения функции.
2. Проверить, является ли функция четной или нечетной.
3. Проверить, является ли данная функция периодической.
4. Найти нули функции, т.е. решить уравнение $f(x)=0$.
5. Определить, есть ли асимптоты у графика рассматриваемой функции (вертикальные, горизонтальные или наклонные).
6. Вычислить первую производную, найти стационарные точки, промежутки монотонности и исследовать точки, в которых производная не существует.
7. Вычислить вторую производную, исследовать функцию на выпуклость, найти точки перегиба.
8. Для первой функции: на миллиметровой бумаге построить график исследованной функции, выбрав масштаб длины отрезков осей декартовой системы координат из соображений адекватного построения графика. Проверить с помощью компьютерных программ построенный график.

Для второй функции: построить ее график с помощью компьютерных средств, распечатать полученный график вместе с управляющей строкой, необходимой для его построения. Рассмотреть функции:

$$y = 2x \cos 2x, \quad y = x + 2 - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$$

Индивидуальное задание № 3

В каждом варианте дана система двух уравнений с двумя неизвестными, например:

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,4) = x^2 \\ 0,6x^2 + 2y^2 = 1, x, y > 0 \end{cases}$$

1. Представьте каждое из данных в системе уравнений в виде $f(x, y) = 0$
 2. Для функции $z = f(x, y)$ найдите частные производные до 2-го порядка включительно, а также смешанную производную 2-го порядка.

3. Исследуйте функцию на экстремум.

4. Используя Excel, найдите решение системы нелинейных уравнений из двух данных функций. Для этого:

4.1. Перепишите данную систему уравнений в Excel, используя «вставка – уравнение»

4.2. Преобразуйте систему уравнений к виду:

$$\begin{cases} y = q(x) \\ y = r(x) \end{cases}$$

и запишите систему в Excel.

4.3. Найдите графически все корни уравнения, с помощью «вставка – диаграммы – точечная – точечная с гладкими кривыми»

При необходимости измените масштаб координатных осей, удалите лишние данные. График должен быть наглядным.

4.4. Найдите решение системы уравнений с помощью «Данные – Поиск решения».

Индивидуальное задание № 4

1. Пусть пять проездных участков железной дороги могут обслуживать локомотивы пяти различных типов. Известен доход c_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, 5$), получаемый при назначении локомотива типа i на участок j (матрица C). Требуется найти такое распределение локомотивов по участкам, которое обеспечит максимальный доход.

Пример матрицы для данного задания:

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 14 & 6 & 13 \\ 6 & 12 & 6 & 9 & 14 \\ 10 & 8 & 5 & 5 & 10 \\ 8 & 5 & 10 & 12 & 9 \\ 13 & 6 & 11 & 10 & 13 \end{pmatrix}$$

2. Решите задачу двухкритериальной оптимизации задачи линейного программирования (ЗЛП) методом последовательных уступок графическим способом.

Максимизируйте целевую функцию $F(x) = \{f_1 = 2x_1 + 5x_2; f_2 = 4p_1x_1 + 10x_2\}$ при следующих ограничениях:

$$3x_1 + x_2 \leq 10p_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 60$$

$$x_2 \leq 3p_3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Уступка по первому критерию составляет $2p_3$ % от его оптимального значения. Критерии пронумерованы в порядке убывания важности.

*Параметры p_1, p_2, p_3 для каждого студента определяются как
 p_1 - количество букв в полном имени студента
 p_2 - количество букв в полном имени отца студента
 p_3 - количество букв в фамилии студента*

Индивидуальное задание № 5

1. Проверьте, что функция $y = Ce^{-2x}$ является интегралом (решением) данного дифференциального уравнения:

$$y' + 2y = 0.$$

2. Проверьте, что данная функция $y = C_1x + C_2x^2$ является интегралом (решением) данного дифференциального уравнения:

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0.$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$xy' - p_1y = p_2y^2.$$

4. Найдите частный интеграл дифференциального уравнения, удовлетворяющий указанному начальному условию:

$$(p_1 + p_2x)y' = p_3y \text{ при } y(0) = 1.$$

5. Найдите частный интеграл дифференциального уравнения, удовлетворяющий указанному начальному условию:

$$y dx + \operatorname{ctg} x dy = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1.$$

6. Найдите общий интеграл линейного дифференциального уравнения первого порядка:

$$y' - y \operatorname{ctg} x = \sin x$$

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКо ОС III-1	Способен готовить исходную информацию и проводить расчеты экономических, социально-экономических и финансовых показателей на основе	ПКо ОС III - 1.1.	Применяет типовые методики и экономико-математические методы и модели
		ПКо ОС III - 1.2.	Готовит исходную информацию для проведения расчетов показателей деятельности организации

	типовых методик и / или экономико-математических методов и моделей	ПКо ОС III - 1.3.	Готовит данные, необходимые для расчета социально-экономических показателей деятельности хозяйствующих субъектов
--	--	-------------------	--

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ПКо ОС III - 1.1.	Способность использовать методы линейной алгебры для решения прикладных задач	Владеет методами линейной алгебры
ПКо ОС III - 1.2.	Способность использовать методы линейного программирования для решения прикладных задач	Владеет методами линейного программирования
ПКо ОС III - 1.3.	Способность использовать методы дифференциального исчисления для решения прикладных задач	Владеет методами дифференциального исчисления

4.3.2. Типовые оценочные средства

Примерный экзаменационный билет 1 семестра:

1. Производная сложной функции.
2. Экстремумы функции двух переменных.
3. Найдите значение матричного многочлена $f(A)$, если

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 1, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

4. С помощью векторного произведения вычислить площадь треугольника с вершинами в точках $A(5; -1; -2)$, $B(-1; 2; 3)$, $C(-5; -6; 4)$.

5. Исследуйте кусочно-непрерывную функцию на непрерывность, определите вид точек разрыва, сделайте чертеж.

$$y = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{если } x < 0 \\ x + 2, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

6. Найдите y' , если $y = x^{\cos 3x}$

Примерный экзаменационный билет 2 семестра:

1. Постановка задачи линейного программирования (транспортной задачи)
2. Формула Ньютона-Лейбница
3. Вычислите интеграл:

$$\int (2x^3 + 6 \cos x) dx$$

4. Определите область сходимости ряда:

$$1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{x^n}{n} + \dots$$

5. Проверьте, что данная функция $y = C_1x + C_2x^2$ является интегралом (решением) данного дифференциального уравнения:

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0.$$

Типовые вопросы для подготовки к экзамену в 1 семестре:

1. Векторы, линейные операции над ними и их свойства.
2. Линейное (векторное) пространство, его базис и размерность. Координаты вектора в данном базисе. Переход к новому базису.
3. Длина (модуль) вектора.
4. Угол между векторами.
5. Проекция вектора на вектор.
6. Координаты вектора, заданного точками.
7. Условие коллинеарности (параллельности) векторов.
8. Условие равенства векторов.
9. Условие перпендикулярности векторов.
10. Условие компланарности векторов.
11. Скалярное произведение векторов (определение и свойства).
12. Векторное произведение векторов (определение и свойства).
13. Смешанное произведение векторов (определение и свойства).
14. Приложения векторной алгебры.
15. Матрицы и их виды. Действия над матрицами и их свойства.
16. Определители и их свойства. Разложение определителя по элементам строки (столбца).
17. Обратная матрица, условия ее существования. Правила вычисления обратной матрицы.
18. Понятия базисного минора и ранга матрицы. Элементарные преобразования над строками (столбцами) матрицы. Теорема о ранге матрицы.
19. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Основные определения.
20. Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы.
21. Метод Крамера решения СЛАУ.
22. Метод Гаусса решения СЛАУ.
23. Общее решение СЛАУ.
24. Однородные СЛАУ и методы их решения.
25. Функции, область определения, свойства и графики основных элементарных функций.
26. Предел, арифметические свойства предела. Раскрытие неопределенностей при вычислении пределов.
27. Непрерывность функции, классификация точек разрыва.
28. Производная и ее вычисление. Предельные величины.
29. Таблица производных основных элементарных функций.
30. Производная суммы, разности, произведения и частного.
31. Производная сложной функции.
32. Производные высших порядков.
33. Исследование свойств (монотонность, точки экстремума, выпуклость) и построение графиков функций.
34. Эластичность функции.
35. Частные производные.
36. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
37. Производные и дифференциалы высших порядков.
38. Экстремумы функций нескольких переменных.

39. Задачи оптимизации.
40. Условный экстремум.

Типовые вопросы для подготовки к экзамену во 2 семестре:

1. Задачи линейного программирования.
2. Геометрический метод.
3. Симплекс-метод.
4. Понятие первообразной функции.
5. Неопределенный интеграл, его свойства.
6. Правила вычисления неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.
7. Определенный интеграл. Его свойства.
8. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенных интегралов.
9. Приложения определенного интеграла к задачам геометрии и экономики.
10. Числовые ряды и их сходимость.
11. Степенные ряды.
12. Радиус сходимости степенного ряда.
13. Непрерывность суммы ряда, почленное дифференцирование и интегрирование степенного ряда.
14. Дифференциальное уравнение 1-го порядка с разделяющимися переменными.
15. Однородное дифференциальное уравнение.
16. Дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Шкала оценивания

Максимально в семестре студент может набрать 60 баллов.

За экзамен - 40 баллов.

По итогам семестра + экзамен:

Количество баллов	Оценка	
	прописью	буквой
96-100	отлично	A
86-95	отлично	B
71-85	хорошо	C
61-70	хорошо	D
51-60	удовлетворительно	E
0-50	неудовлетворительно	EX

За семестр минимальное количество баллов для допуска к экзамену - 30 баллов. Однако, если студент набрал менее 29 баллов, то преподаватель вызывает студента на предварительную беседу по темам дисциплины и по итогам беседы принимает решение о возможном допуске такого студента к сдаче экзамена по дисциплине.

Виды работ и рекомендуемые баллы в 1 семестре:

Контрольные работы:

1. Контрольная работа № 1 "Векторная и линейная алгебра" - 10 баллов
2. Контрольная работа № 2 "Математический анализ функции одной переменной" - 10 баллов

Индивидуальные задания:

3. Индивидуальное задание № 1 "Линейная алгебра" - 12 баллов
4. Индивидуальное задание № 2 "Исследование функции и построение графика" - 8 баллов
5. Индивидуальное задание № 3 "Функции нескольких переменных" - 12 баллов

Поощрительные баллы:

6. Посещение занятий в семестре - 8 баллов (0.25 балла за 2 академических часа лекций и практических занятий)

Виды работ и рекомендуемые баллы во 2 семестре:**Контрольные работы:**

1. Контрольная работа № 3 "Ряды" - 13 баллов

Индивидуальные задания:

2. Индивидуальное задание № 4 "Элементы линейного программирования" - 12 баллов
3. Индивидуальное задание № 5 "Элементы теории дифференциальных уравнений" - 12 баллов

Тестирование:

4. Тест по теме "Интегралы" - 15 баллов

Поощрительные баллы:

5. Посещение занятий в семестре - 8 баллов (0.25 балла за 2 академических часа лекций и практических занятий)

4.4. Методические материалы для промежуточной аттестации

Формой промежуточного контроля после изучения дисциплины в каждом семестре является экзамен в письменной форме. Для подготовки к экзамену необходимо детально ознакомиться с рекомендованной литературой, повторить материал всех предыдущих практических занятий и лекций. Следует составить список вопросов, требующих дополнительного разъяснения преподавателем на консультации перед промежуточной аттестацией.

Для успешного усвоения дисциплины обучающемуся необходимо регулярно заниматься самостоятельной работой: аудиторной и внеаудиторной. Обучающийся должен прорабатывать темы лекционных занятий, занимаясь с конспектом лекций и соответствующими главами рекомендованной литературы. Для отработки умения решения задач необходимо регулярно решать дополнительные (не разбираемые на занятиях) задачи.

Студентам заранее сообщаются вопросы для подготовки к экзамену, которые будут включены в экзаменационные билеты. Экзамен проводится по правилам, согласованным с деканатом. Обучающемуся дается время, необходимое для подготовки ответа на вопросы экзаменационного билета. Проверка ответов студента проводится в зависимости от формы проведения экзамена (собеседование, проверка письменной работы, тестирование).

Формат проведения экзамена, а также методы (средства), применяемые на экзамене, согласовываются с деканатом.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

- 5.1. Методические указания по самостоятельной подготовке к занятиям практического (семинарского) типа¹:

¹ В разделах 5.1 - 5.3 ссылки даны на учебники:

№ п/п	Наименование темы	Указания
1.	Векторы и операции над ними	Кремер Н.Ш. Глава 4, § 4.5. Клюшин В.Л. Разделы II
2.	Матрицы и определители	Кремер Н.Ш. Глава 4, § 4.1, § 4.2. Клюшин В.Л. Разделы I и III
3.	Системы линейных уравнений и ранг матрицы	Кремер Н.Ш. Глава 4, § 4.3. Клюшин В.Л. Раздел I
4.	Понятие функции. Предел, непрерывность	Кремер Н.Ш. Глава 2, § 2.3. Клюшин В.Л. Раздел IV
5.	Производная и дифференциал функции	Кремер Н.Ш. Глава 5, § 5.4, § 5.5. Клюшин В.Л. Раздел V
6.	Функции нескольких переменных	Кремер Н.Ш. Глава 5, § 5.10, § 5.11 Клюшин В.Л. Раздел VII
7.	Элементы линейного программирования	Кремер Н.Ш. Глава 9, § 9.1 - § 9.3
8.	Интегралы	Кремер Н.Ш. Глава 6, § 6.1 - § 6.6 Клюшин В.Л. Раздел VI
9.	Ряды	Кремер Н.Ш. Глава 6, § 6.11, § 6.12 Клюшин В.Л. Раздел IX
10.	Элементы теории дифференциальных уравнений	Кремер Н.Ш. Глава 6, § 6.8, § 6.9 Клюшин В.Л. Раздел VIII

5.2. Методические рекомендации по подготовке к контрольным работам:

№ п/п	Наименование темы	Указания
1.	Векторы и операции над ними	Кремер Н.Ш. Глава 4, § 4.5. Клюшин В.Л. Разделы II
2.	Матрицы и определители	Кремер Н.Ш. Глава 4, § 4.1, § 4.2. Клюшин В.Л. Разделы I и III
3.	Системы линейных уравнений и ранг матрицы	Кремер Н.Ш. Глава 4, § 4.3. Клюшин В.Л. Раздел I
4.	Понятие функции. Предел, непрерывность	Кремер Н.Ш. Глава 2, § 2.3. Клюшин В.Л. Раздел IV
5.	Производная и дифференциал функции	Кремер Н.Ш. Глава 5, § 5.4, § 5.5. Клюшин В.Л. Раздел V
6.	Функции нескольких переменных	Кремер Н.Ш. Глава 5, § 5.10, § 5.11 Клюшин В.Л. Раздел VII
7.	Элементы линейного программирования	Кремер Н.Ш. Глава 9, § 9.1 - § 9.3
8.	Интегралы	Кремер Н.Ш. Глава 6, § 6.1 - § 6.6 Клюшин В.Л. Раздел VI
9.	Ряды	Кремер Н.Ш. Глава 6, § 6.11, § 6.12 Клюшин В.Л. Раздел IX
10.	Элементы теории дифференциальных уравнений	Кремер Н.Ш. Глава 6, § 6.8, § 6.9 Клюшин В.Л. Раздел VIII

5.3. Методические рекомендации по выполнению тестовых заданий:

№ п/п	Наименование темы	Указания
1.	Векторы и операции над ними	Кремер Н.Ш. Глава 4, § 4.5. Клюшин В.Л. Разделы II
2.	Матрицы и определители	Кремер Н.Ш. Глава 4, § 4.1, § 4.2. Клюшин В.Л. Разделы I и III
3.	Системы линейных уравнений и ранг матрицы	Кремер Н.Ш. Глава 4, § 4.3. Клюшин В.Л. Раздел I
4.	Понятие функции. Предел, непрерывность	Кремер Н.Ш. Глава 2, § 2.3. Клюшин В.Л. Раздел IV

Кремер Н. Ш. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин; под общей редакцией Н. Ш. Кремера. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 724 с.

Клюшин В. Л. Высшая математика для экономистов. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 412 с.

5.	Производная и дифференциал функции	Кремер Н.Ш. Глава 5, § 5.4, § 5.5. Клюшин В.Л. Раздел V
6.	Функции нескольких переменных	Кремер Н.Ш. Глава 5, § 5.10, § 5.11 Клюшин В.Л. Раздел VII
7.	Элементы линейного программирования	Кремер Н.Ш. Глава 9, § 9.1 - § 9.3
8.	Интегралы	Кремер Н.Ш. Глава 6, § 6.1 - § 6.6 Клюшин В.Л. Раздел VI
9.	Ряды	Кремер Н.Ш. Глава 6, § 6.11, § 6.12 Клюшин В.Л. Раздел IX
10.	Элементы теории дифференциальных уравнений	Кремер Н.Ш. Глава 6, § 6.8, § 6.9 Клюшин В.Л. Раздел VIII

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1. Основная литература

- 1) Ключин, В. Л. Высшая математика для экономистов : учебное пособие для вузов / В. Л. Ключин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 412 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08689-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449848> (дата обращения: 17.03.2021).
- 2) Ключин, В. Л. Высшая математика для экономистов. Задачи, тесты, упражнения : учебник и практикум для вузов / В. Л. Ключин. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 165 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03124-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449849> (дата обращения: 17.03.2021).
- 3) Красс, М. С. Математика в экономике: математические методы и модели : учебник для бакалавров / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов ; ответственный редактор М. С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 541 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-3138-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/426162> (дата обращения: 17.03.2021).
- 4) Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. Учебно-справочное пособие : для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под общей редакцией Н. Ш. Кремера. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 724 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3680-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/425064> (дата обращения: 17.03.2021).
- 5) Математика для экономистов : учебник для академического бакалавриата / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 593 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-4847-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/426100> (дата обращения: 17.03.2021).
- 6) Математика для экономистов. Практикум : учебное пособие для академического бакалавриата / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 285 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-8868-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/432912> (дата обращения: 17.03.2021).

6.2. Дополнительная литература

- 1) Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 276 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05820-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452112> (дата обращения: 17.03.2021).
- 2) Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 241 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05822-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452113> (дата обращения: 17.03.2021).
- 3) Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 3 : учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 418 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05823-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452114> (дата обращения: 17.03.2021).

- 4) Красс, М. С. Математика в экономике: математические методы и модели : учебник для среднего профессионального образования / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов ; под редакцией М. С. Красса. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 541 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-9136-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/477849> (дата обращения: 17.03.2021).
- 5) Малугин, В. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 478 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02976-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/450583> (дата обращения: 17.03.2021).
- 6) Малугин, В. А. Математический анализ для экономистов : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. А. Малугин. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 557 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-8795-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/427033> (дата обращения: 17.03.2021).
- 7) Попов, А. М. Высшая математика для экономистов. В 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 271 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08550-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/474712> (дата обращения: 17.03.2021).
- 8) Попов, А. М. Высшая математика для экономистов. В 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 295 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08552-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/474713> (дата обращения: 17.03.2021).
- 9) Рудык, Б. М. Математический анализ для экономистов : учебник и практикум для вузов / Б. М. Рудык, О. В. Татарников. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 356 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9426-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469388> (дата обращения: 17.03.2021).

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Положение об организации самостоятельной работы студентов федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (в ред. приказа РАНХиГС от 11.05.2016 г. № 01-2211). — URL: http://www.ranepa.ru/images/docs/prikazy-ranhigs/Pologenie_o_samostoyatelnoi_rabote.pdf.

Режим свободного доступа.

6.4. Иные источники

- 1) Ахтямов А.М. Математика для социологов и экономистов. – Физматлит. – М.:2004. – 464 с.
- 2) Ермаков В.И. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учеб. Пособие / Под ред В.И. Ермакова. – 2-е изд., испр. – М.:ИНФРА-М, 2008. – 575 с. – (100 лет РЭА им. Г.В. Плеханова).
- 3) Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учебник. – 6-е изд., испр. – М.: Издательство «Дело», 2008. – 720 с.
- 4) Малыхин В.И. Высшая математика. Учеб. пособие. . – 2-е изд., испр. – М.:ИНФРА-М, 2012. – 365 с.

- 5) Чирский В.Г., Шилин К.Ю. Математический анализ и инструментальные методы решения задач, книги 1 и 2, - Изд. Дом «Дело». – М.: 2019.– 462 с и 270 с.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее

Материально-техническое обеспечение: аудитория с учебной доской и маркерами, компьютер. При занятиях в дистанционной форме: персональный компьютер; доступ по корпоративному логину и паролю в ВКС, доступ в СДО.

Программное обеспечение: Microsoft Windows 10, Google Chrome, пакет Microsoft Office, Microsoft Excel.

Информационно-справочные системы:

1. Научная библиотека РАНХиГС. URL: <http://lib.ranepa.ru/>;
2. Научная электронная библиотека eLibrary.ru. URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>;
3. Национальная электронная библиотека. URL: www.nns.ru;
4. Российская государственная библиотека. URL: www.rsl.ru;
5. Российская национальная библиотека. URL: www.nnir.ru;
6. Электронная библиотека Grebennikon. URL: <http://grebennikon.ru/>;
7. Электронно-библиотечная система Издательства «Лань». URL: <http://e.lanbook.com>;
8. Электронно-библиотечная система ЮРАЙТ. URL: <http://www.biblio-online.ru/>;
9. Электронно-библиотечная система IPR BOOKS. URL: <http://www.iprbookshop.ru/>.