

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков
Должность: директор
Дата подписания: 02.11.2023 13:29:02
Уникальный программный ключ:
880f7c07c583b07b775f6604a630281b15ca9fa2

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования

**«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ»**

СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ

ФАКУЛЬТЕТ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УТВЕРЖДАЮ

Декан ФСПО

_____ А. А. Дочкина

«__» _____ 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОП.14 Математический анализ

для специальности 09.02.07 «Информационные системы и программирование»

на базе основного общего образования

очная форма обучения

Год набора – 2023

РАССМОТРЕНО на заседании
предметно-цикловой комиссии
Протокол № 1
От «30» августа 2023 г

Санкт-Петербург, 2023 г.

Разработчик: Байрамова С.С., преподаватель

Рецензент: Наумов В.Н., заведующий кафедрой бизнес-информатики, доктор военных наук, профессор

СОДЕРЖАНИЕ

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	4
2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	5
3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	8
4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	9

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ОП.14. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

1.1. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Учебная дисциплина «Математический анализ» принадлежит к общепрофессиональному циклу.

1.2. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:

Цель рабочей программы - сформировать у студентов знания и умения применять математический аппарат и математические методы при анализе, управлении и программировании информационных систем.

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 1, ОК 2, ОК 4, ОК 5	<ul style="list-style-type: none">• давать определения основных понятий и формулировать теоремы математического анализа;• выводить доказательства важнейших теорем математического анализа;• обобщать, анализировать, интерпретировать информацию;• обосновывать цель и предлагать пути ее достижения.	<ul style="list-style-type: none">• Числовые последовательности, пределы последовательностей• Функции, пределы функций• Непрерывность функции• Производная, смысл производной. Дифференцирование функций, решение прикладных задач с использованием производной• Исследование функций• Интегрирование (неопределенный интеграл, определенный интеграл, нахождение площадей с использованием определенного интеграла)

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем в часах
Объем образовательной программы	216
в том числе:	
теоретическое обучение	68
практические занятия	60
Консультации	2
<i>Самостоятельная работа</i>	80
Промежуточная аттестация Экзамен в 5 семестре	6

2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины «ОП.14. Математический анализ»

№ п/п	Наименование тем	Объем дисциплины, час.				
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий			СР
			Л	ПЗ	Консультации	
Тема 1	Введение в анализ	56	16	14		26
Тема 2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Исследование функций.	67	18	16		33
					4	
Тема 3	Первообразная. Неопределенный интеграл.	60	16	14		30
Тема 4	Определенный интеграл. Приложение определенного интеграла.	63	18	16		23
Итоговая аттестация		6			4	
Всего :		254	68	60	8	112

Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в анализ

Введение. Основные определения. Последовательности и их свойства. Функции: понятие, графики, основные характеристики, способы задания. Предел последовательности. Предел функции. Бесконечно-большие функции. Бесконечно-малые функции. Свойства пределов. Основные теоремы о пределах. Односторонние пределы. Основные теоремы о бесконечно малых. Сравнение бесконечно малых. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Следствия к замечательным пределам. Основные эквивалентности бесконечно малых. Односторонние пределы. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Основные свойства непрерывных функций.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Исследование функций. Определение производной функции в точке. Геометрический и механический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к кривой. Производные простых и сложных функций. Таблица производных. Производная обратной функции. Дифференцирование неявно заданных функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Правила дифференцирования. Основные теоремы дифференциального исчисления. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Асимптоты функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Исследование функции при помощи производных (возрастание и убывание функций, максимум и минимум функций, точки перегиба). Логарифмическое дифференцирование. Правило Лопиталья. Понятие дифференциала, геометрический смысл. Решение прикладных задач с использованием производной.

Тема 3. Первообразная. Неопределенный интеграл.

Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства и геометрический смысл. Таблица основных неопределенных интегралов (с выводом). Методы интегрирования (непосредственное интегрирование, интегрирование заменой переменной, интегрирование по частям).

Тема 4. Определенный интеграл. Приложение определенного интеграла.

Определенный интеграл и его геометрический, физический смысл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Методы интегрирования в определенном интеграле. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах. Геометрические приложения определенного интеграла (вычисление площадей плоских фигур, вычисление длины дуги плоской кривой). Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода.

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Для реализации программы учебной дисциплины должны быть предусмотрены следующие специальные помещения:

Реализация программы учебной дисциплины осуществляется в учебном кабинете «Математических дисциплин».

Оборудование кабинета:

- учебная мебель,
- доска белая эмалированная для записи фломастером 100x200
- фломастеры
- учебно-методическое обеспечение

3.2. Информационное обеспечение реализации программы

Для реализации программы библиотечный фонд образовательной организации имеет электронные образовательные и информационные ресурсы, рекомендуемые для использования в образовательном процессе.

Основная литература

1. Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 245 с.— URL: <https://urait.ru/bcode/452640>
2. Баврин, И. И. Математический анализ : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 327 с. — URL: <https://urait.ru/bcode/426512>

Дополнительная литература

Малугин, В. А. Математический анализ для экономистов : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. А. Малугин. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 557 с.— URL: <https://urait.ru/bcode/427033>

3.3 Регламент распределения видов работ по дисциплине с ДОТ

Данная дисциплина может быть реализована с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ).

Распределение видов учебной работы, форматов текущего контроля представлены в Таблице 3.4:

Таблица 3.3

Распределение видов учебной работы и текущей аттестации

Вид учебной работы	Формат проведения
Лекционные занятия	С применением ДОТ
Практические занятия	Частично с применением ДОТ
Самостоятельная работа	Частично с применением ДОТ
Промежуточная аттестация	Контактная аудиторная работа
Формы текущего контроля	Формат проведения
Тестирование	В системе дистанционного обучения (СДО)
Контрольная работа	Частично с применением ДОТ
Ответ на практическом занятии, участие в дискуссии	Контактная аудиторная работа
Решение практических задач	Частично с применением ДОТ

Доступ к системе дистанционных образовательных программ осуществляется каждым обучающимся самостоятельно с любого устройства на портале: <https://lms.ranepa.ru>.

Пароль и логин к личному кабинету / профилю предоставляется студенту в деканате.

Текущий контроль, проводимый в системе дистанционного обучения, оцениваются как в системе дистанционного обучения, так и преподавателем вне системы. Доступ к видео и материалам лекций предоставляется в течение всего семестра по мере прохождения освоения программы. Доступ к каждому виду работ и количество попыток на выполнение задания предоставляется на ограниченное время согласно регламенту дисциплины, опубликованному в СДО. Преподаватель оценивает выполненные обучающимся работы не позднее 14 рабочих дней после окончания срока выполнения.

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Критерии, формы и методы оценки результатов обучения

<i>Результаты обучения</i>	<i>Критерии оценки</i>	<i>Формы и методы оценки</i>
<p><i>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины</i></p> <p>Последовательности, пределы последовательностей</p> <p>Функции, пределы функций</p> <p>Непрерывность функции</p> <p>Производная, смысл производной.</p> <p>Дифференцирование функций, решение прикладных задач с использованием производной</p> <p>Исследование функций</p> <p>Интегрирование (неопределенный интеграл, определенный интеграл, нахождение площадей с использованием определенного интеграла)</p>	<p>«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.</p> <p>«Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.</p> <p>«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.</p> <p>«Неудовлетворительно» - теоретическое содержание</p>	<p>Примеры форм и методов контроля и оценки</p> <ul style="list-style-type: none"> • Тестирование • Контрольная работа • Самостоятельная работа. • Наблюдение за выполнением практического задания. (деятельностью студента) • Оценка выполнения практического задания(работы)
<p><i>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины</i></p> <p>Находить пределы последовательностей и функций,</p> <p>Находить производные элементарных функций;</p> <p>Исследовать функции на непрерывность</p>	<p>«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.</p> <p>«Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.</p> <p>«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.</p> <p>«Неудовлетворительно» - теоретическое содержание</p>	

<p>Использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;</p> <p>Решать задачи прикладного характера, используя производную;</p> <p>Вычислять площади и длины дуг с использованием определенного интеграла;</p>	<p>курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.</p>	
---	--	--

4.2. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

Формы текущего контроля успеваемости:

Опрос (О) – это основной вид устной проверки, может использоваться как фронтальный (на вопросы преподавателя по сравнительно небольшому объему материала краткие ответы (как правило, с места) дают многие обучающиеся), так и индивидуальный (проверка знаний отдельных обучающихся).

Тестирование(Т)– задания, с вариантами ответов.

Критерии оценивания

Оценки «отлично» заслуживает студент, если он ответил правильно на 90% вопросов теста

Оценки «хорошо» заслуживает студент, если он ответил правильно на часть вопросов 75%-90%;

Оценки «удовлетворительно» заслуживает студент, если он правильно ответил часть вопросов 50%-75%;

Оценки «неудовлетворительно» заслуживает студент, если он правильно ответил менее чем на 50% вопросов.

Контрольная работа (КР)-письменная работа по теме. Состоит из нескольких задач различной степени сложности.

Критерии оценивания

Оценки «отлично» заслуживает студент, обнаруживший глубокое знание материала, умение свободно выполнять задания, понимающий взаимосвязь основных понятий темы;

Оценки «хорошо» заслуживает студент, обнаруживший полное знание материала; успешно выполняющий предусмотренные задания; и допустивший незначительные ошибки: неточность фактов, стилистические ошибки;

Оценки «удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знания основного материала в объеме, необходимом для дальнейшего изучения дисциплины. Справляющийся с выполнением заданий; допустивший погрешности в ответе, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя;

Оценки «неудовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший существенные пробелы в знании основного материала; не справляющийся с выполнением заданий, допустивший серьезные погрешности в ответах, нуждающийся в повторении основных разделов курса под руководством преподавателя.

Формы текущего контроля

№ п/п	Наименование тем	Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
Тема 1	Введение в анализ	КР, Т
Тема 2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Исследование функций.	КР, О
Промежуточная аттестация		Зачет
Тема 3	Первообразная. Неопределенный интеграл.	КР, О
Тема 4	Определенный интеграл. Приложение определенного интеграла.	КР
Итоговая аттестация		Экзамен

Примечание. Формы текущего контроля успеваемости: опрос(О), тестирование(Т), контрольная работа (КР).

4.3. Материалы текущего и промежуточного контроля успеваемости обучающихся

Тест по теме 1 «Введение в анализ».

Вариант 1.

1) Третьим членом последовательности $x_n = \frac{1+3+\dots+(2n-1)}{n^2+1}$

является:

1. $\frac{5}{3^2+1}$

2. $\frac{1+3+5}{3^2+1}$

3. $\frac{2*3-1}{3^2+1}$

4. нет верного ответа

2) Найти область определения функции $f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) + 3^{\frac{1}{x}}$

1. $[-2; 2]$

2. $[-2; 0) \cup (0; 2]$

3. $(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$

4. $(-\infty; \infty)$

3) Найти множество значений функции $f(x) = 3^{x^2}$

1. $(-\infty; \infty)$

2. $[0; \infty)$

3. $[1; \infty)$

4. нет верного ответа

4) Найти предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 2}{5n^2 + 2}$

1. 3

2. 0

3. $\frac{3}{5}$

4. ∞

5) Найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n+1} - \sqrt{n-1})$

1. ∞

2. 0

3. 2

4. 1

6) Найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} \right)$

1. $\frac{1}{2}$

2. 1

3. 0

4. ∞

7) Найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+1)! + (3n+2)!}{(3n+3)!}$

1. 0

2. 3

3. ∞

4. 1

8) Найти предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$

1. e

2. 0

3. ∞

4. $1/e$

9) Какого рода разрыв терпит функция $f(x) = \frac{1}{2^{x+1} - 3 - x}$ в точке $x = -1$

1. первого рода, точка устранимого разрыва

2. первого рода, точка конечного разрыва

3. второго рода

4. функция непрерывна в указанной точке

10) Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \cos 2x \frac{1}{\ln(1 + \sin^2 x)}$

1. e

2. e^{-2}

3. -2

4. ∞

Ответы:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	3	1	2	1	1	3	2

Вариант 2.

1) Третьим членом последовательности $x_n = \frac{2+4+\dots+2n}{3n^3}$ является:

1. $\frac{6}{3*3^3}$
2. $\frac{2+4+6}{3*3^3}$
3. $\frac{2*3}{3*3^3}$
4. нет верного ответа

2) Найти область определения функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{3x-x^2}} - 5\sin 2x$

1. $(0; 3)$
2. $(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$
3. $(-\infty; 0) \cup (0; 3) \cup (3; \infty)$
4. $(-\infty; \infty)$

3) Найти множество значений функции $f(x) = 2 - 7\cos x$

1. $[-7; 7]$
2. $[-5; 9]$
3. $[-1; 1]$
4. нет верного ответа

4) Найти предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+n+1}{n^2}$

1. ∞
2. 0
3. 2
4. 1/2

5) Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{\sqrt{6x^2+3+3x}}$

1. 1
2. ∞
3. $\frac{1}{\sqrt{6}}$
4. 0

6) Найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} \right)$

1. 1/3
2. 1/2

- 3. 0
- 4. ∞

7) Найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)! + (n+2)!}{(n+3)!}$

- 1. 0
- 2. ∞
- 3. 1
- 4. нет верного ответа

8) Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

- 1. 1/2
- 2. 0
- 3. ∞
- 4. -1

9) Какого рода разрыв терпит функция $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}$ в точке $x = 3$

- 1. первого рода, точка устранимого разрыва
- 2. первого рода, точка конечного разрыва
- 3. второго рода
- 4. функция непрерывна в указанной точке

10) Найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 - \sin x)}{2x}$

- 1. -1/2
- 2. 1/2
- 3. 0
- 4. ∞

Ответы:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	2	3	1	2	1	1	2	1

Контрольные работы по теме 1.

Вариант 1.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 + x - 2}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1} + 4}{3x+1}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos^2 2x}{x^2}$

1	2	3	4	5	6
1/2	5	1	9	e^{-4}	3

Вариант 2.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 10}{x^3 - 1}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 2}{6x^5 + 5x + 1}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{\sqrt{x+4}}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 2x - 1}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{2} \right)^{-5x}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x + \sin 3x}{x \sin x}$

1	2	3	4	5	6
∞	1/2	∞	-2	∞	∞

Вариант 3.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 64}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 2}{3x^3 - x - 4}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x} - 9x^2}{3x - \sqrt[4]{9x^8 + 1}}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 7}$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+4} \right)^{-x}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \sin x}$$

1	2	3	4	5	6
11/48	2/3	$3\sqrt{3}$	0	$e^{5/2}$	4

Вариант 4.

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 9x + 10}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 5x^2 - 3x^5}{3x^5 + 6x + 8}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+x} - 2}{x - 1}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-4}{2x} \right)^{-3x}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{x \arcsin x}$$

1	2	3	4	5	6
-12	-1	1/4	1/2	e^6	4

Контрольная работа по теме 2.

Вариант 1.

1) Функция $y = \sin 2x^{x^2+1}$. Найти y' —?

2) Решить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$ методом Лопиталья

3) Функция задана неявно $x^3 + y^3 = \sin(x - 2y)$. Найти y' —?

4) Функция задана параметрически $x = e^t \sin t$, $y = e^t \cos t$. Найти $y'(x)$ —?

5) Написать уравнение касательной и нормали к графику $y^2 = 4x$ в точке (1;2)

6) Найти угол, под которым пересекаются кривые $y = \frac{8}{x}$ и $x^2 - y^2 = 12$.

7) Найти асимптоты и изобразить схематически функцию:

$$f(x) = \frac{4}{3+2x-x^2}$$

8) Исследовать функцию и построить график функции $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

Вариант 2.

- 1) Функция $y = \sin 2x^{x^2+1}$. Найти y' —?
- 2) Решить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$ методом Лопиталя
- 3) Функция задана неявно $x^3 + y^3 = \sin(x - 2y)$. Найти y' —?
- 4) Функция задана параметрически $x = e^t \sin t$, $y = e^t \cos t$. Найти $y'(x)$ —?
- 5) Написать уравнение касательной и нормали к графику $x^2 + y^2 = 4$ в точке $(1; \sqrt{3})$
- 6) Найти угол, под которым пересекаются кривые $y^2 = 2x$ и $x^2 + y^2 = 8$.
- 7) Найти асимптоты и изобразить схематически функцию:
$$f(x) = \frac{x^3}{2x^2+3}$$
- 8) Исследовать функцию и построить график функции $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+x}}$

Письменный опрос. Тема 2. (на умение быстро вычислять производные).

Задание: найти y' —?

Вариант 1.

- 1) $y = \ln \operatorname{tg} \left(\frac{2x+1}{4} \right) + \left(\frac{\sin x}{1+\cos x} \right)$
- 2) $y = \operatorname{ctg} x^{x^3}$

Вариант 2.

- 1) $y = (x + \operatorname{tg}^2 x) * 2^{\sqrt{1+3x}} + \ln^2(1 + \cos x)$
- 2) $y = \frac{\sqrt{x^3+2} * \ln^5(2x+3)}{\sqrt[3]{\arcsin x}}$

Вариант 3.

- 1) $y = \operatorname{tg}^3((\sin x + \cos x)^5) + \arcsin\left(\frac{1}{x^2}\right)$
- 2) $y = \cos x^{\operatorname{arctg} x}$

Вариант 4.

$$1) y = \sin^3(x * e^x - e^x) + \frac{\arctg x}{x}$$

$$2) y = x^{-x} * 2x * x^2$$

Вариант 5.

$$1) y = \arctg \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{(\sqrt{x^2 - 1})} + tg^6 \left(\frac{1}{x} \right)$$

$$2) y = \sqrt[x]{x}$$

Вариант 6.

$$1) y = (e^{\arctg x} - \sqrt{x})^4 + \sqrt{\text{ctg} \left(\frac{x}{2} \right)}$$

$$2) y = \frac{2^{x^2} \arctg^2 x * \ln(x^2 + 1)}{\sin^3 x}$$

Вариант 7.

$$1) y = e^{\sqrt{\ln(2x^2 + 3x + 4)}} + \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$$

$$2) y = \sqrt{x}^{\sqrt[3]{x}}$$

Вариант 8

$$1) y = \frac{1}{15} \cos^3 x (3 \cos^2 x - 5) + \frac{\sqrt[3]{2x^2 - 1}}{\sin^2 x + 1}$$

$$2) y = (\arctg(x^2))^{\arcsin(x^2)}$$

Вариант 9.

$$1) y = \frac{x^2 * e^{x^2}}{x^2 + 1} + \frac{\sin x}{1 + \ln \sin x} + tg^6 \left(\frac{1}{x} \right)$$

$$2) y = \sin x^{\cos x}$$

Вариант 10

$$1) y = \ln \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{\arctg x}{x}$$

$$2) y = x^{\arcsin x}$$

Контрольная работа по теме 3.

Вариант 1.

1. $\int \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) dx$
2. $\int \frac{3x^7+2x^3}{\sqrt{x^8+2}} dx$
3. $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$
4. $\int (2x+3)^9 dx$
5. $\int x \arctg x dx$

Вариант 2.

1. $\int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2} dx$
2. $\int \frac{3x+1}{x^2+4} dx$
3. $\int \sin^3 x \cos x dx$
4. $\int 2^x 3^x dx$
5. $\int x^3 \ln x dx$

Вариант 3.

1. $\int x \sqrt{x^2+1} dx$
2. $\int \frac{2 \cos x}{3-4 \sin x} dx$
3. $\int \frac{x dx}{x^4+1}$
4. $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{x^2}\right) dx$
5. $\int e^x \sin x dx$

Вариант 4.

1. $\int \frac{2x+5}{x^2+5x-6} dx$
2. $\int \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3 dx$
3. $\int \sqrt{16-x^2} dx$
4. $\int \frac{x^2 dx}{x^6+4}$
5. $\int \frac{\ln x dx}{x^2}$

Вариант 5.

1. $\int \frac{6x-5}{2\sqrt{3x^2-5x+6}} dx$
2. $\int \frac{x\sin x + \cos x}{x^2} dx$
3. $\int (3x^2 - 2)^8 6x dx$
4. $\int \sqrt{1 + 4\sin x \cos x} dx$
5. $\int (x^2 - 2x + 7)e^{2x} dx$

Вариант 6.

1. $\int x^2 \sqrt[5]{x^3 + 2} dx$
2. $\int e^{-x^2} x dx$
3. $\int \frac{dx}{\operatorname{tg} x \ln^2 |\sin x|}$
4. $\int \frac{3x^2 + 2}{x^3 + 2x + 5} dx$
5. $\int x^3 \ln x dx$

Вариант 7.

1. $\int e^{-3x+1} dx$
2. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$
3. $\int \frac{2x+2}{x^2+2x+10} dx$
4. $\int (e^x + e^{-x})^2 dx$
5. $\int x^2 \cos x dx$

Вариант 8.

1. $\int \frac{\ln^2(2x)}{x} dx$
2. $\int \frac{x^3 dx}{1+\sqrt[3]{x^4+1}}$
3. $\int \frac{dx}{x \ln x}$
4. $\int \cos^2(1 - 2x) dx$
5. $\int (x + 1)e^x dx$

Вариант 9.

1. $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$
2. $\int \frac{\sin x dx}{1+3\cos x}$
3. $\int \frac{e^x dx}{3+4e^x}$
4. $\int \frac{x^2 dx}{5-x^6}$
5. $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$

Вариант 10.

1. $\int e^{x^3} x^2 dx$
2. $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-(\ln x)^2}}$
3. $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+2\cos x}}$
4. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
5. $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$

Контрольная работа по теме 4.

Вариант 1.

1. $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$
2. $\int_0^1 x \operatorname{arctg} 2x dx$
3. *Найти площадь, заключенную между линиями*
 $xy = 4; y^2 = 2x; x = 4; y = 0$
4. *Найти длину дуги кривой*
 $y = \ln x$ от $x_1 = \sqrt{3}$ до $x_2 = \sqrt{8}$

Вариант 2.

1. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-3}}$
2. $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$
3. *Найти площадь, ограниченную линиями:*
 $y = 1 - x^2$ и $x + y = 1$
5. *Найти длину дуги*
 $y = \sqrt{x^3}$ от $x_1 = 0$ до $x_2 = 4$

Вариант 3.

1. $\int_0^1 \frac{3x^7+2x^3}{\sqrt{x^8+2}} dx$

2. $\int_0^\pi x \cos 3x dx$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 1 - x^2 \text{ и } y = x^2$$

4. Найти длину дуги кривой

$$y = a \ln \cos \frac{x}{a} \text{ от } x_1 = 0 \text{ до } x_2 = b$$

Вариант 4.

1. $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \sin x dx}{\cos^2 x}$

2. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x \sqrt{1-(\ln x)^2}}$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{4}x^2 \text{ и } y = 3x - \frac{1}{2}x^2$$

5. Найти длину дуги кривой

$$y = \frac{x^2}{4} - \left(\frac{\ln x}{2}\right) \text{ от } x_1 = 1 \text{ до } x_2 = e$$

4.4. Промежуточная аттестация.

Промежуточная аттестация проводится в виде экзамена в 5-ом семестре.

Условием допуска к промежуточной аттестации по дисциплине «Математический анализ» является: освоение материалов учебной дисциплины в объеме не менее 75 %, определенное по результатам систематического текущего контроля.

На экзамене, а также при дифференцированном зачете: «отлично» - более 85%, «хорошо» - 70-85%, «удовлетворительно» - 55-70%, «неудовлетворительно» - менее 55% правильных ответов.

Типовые вопросы, выносимые на экзамен:

1. Понятие числовой последовательности.
2. Понятия функции. Способы задания функции
3. Основные элементарные функции. Степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические и обратные тригонометрические функции. Область определения. Область значений. Графики. Элементарные функции
4. Монотонные и ограниченные функции. Четные и нечетные. Периодические функции. Сложная и обратные функции.
5. Предел функции при $x \rightarrow x_0$ и при $x \rightarrow \infty$. Односторонние пределы
6. Числовые последовательности и их пределы. Свойства пределов.
7. Бесконечно малые величины. Сравнение бесконечно малых. Замена бесконечно малых
8. Замечательные пределы. Число e . Следствия из 2го замечательного предела
9. Непрерывность функции. Точки разрыва 1го и 2го рода. Свойства функций непрерывных на отрезке
10. Понятие производной. Геометрический и механический смысл.
11. Дифференцируемость и непрерывность
12. Правила дифференцирования
13. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Дифференцирование функции заданной параметрически. Логарифмическое дифференцирование. Производная от степенно-показательной функции.
14. Производные и дифференциалы высших порядков.
15. Правило Лопиталю.

16. Исследование функций на интервале монотонности. Экстремум функции. Необходимое и достаточное условие экстремума.
17. Исследование функций с помощью 2ой производной. Выпуклость. Вогнутость. Точки перегиба. Нахождение экстремума
18. Наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке. Общий план исследования функций и построения их графиков.
19. Асимптоты. Вертикальные, горизонтальные, наклонные. Их нахождение.
20. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица неопределенных интегралов
21. Свойства неопределенного интеграла.
22. Методы интегрирования. Непосредственное интегрирование. Метод подстановки. Интегрирование по частям.
23. Интегрирование простейших дробей.
24. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
25. Свойства определенного интеграла.
26. Вычисление определенного интеграла по частям. Замена переменной в определенном интеграле.
27. Несобственные интегралы с бесконечными пределами (1-го рода). Определения. Вычисление. Признаки сходимости.
28. Несобственные интегралы от разрывных функций (2-го рода). Определения. Вычисление. Признаки сходимости.
29. Вычисление площадей плоских фигур. В декартовой системе координат.
30. Вычисление длин дуг (в декартовой системе координат)