

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков  
Должность: директор  
Дата подписания: 31.10.2023 18:15:57  
Уникальный программный ключ:  
880f7c07c583b07b775f6604a630281b17ca8f13

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И  
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ при ПРЕЗИДЕНТЕ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ  
Факультет среднего профессионального образования**

УТВЕРЖДЕНА  
решением Ученого совета  
Протокол от «18» февраля 2020г. №6

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
ОП.14. Математический анализ**

**Специальность 09.02.07 «Информационные системы и программирование»**

Форма обучения очная

**Квалификации выпускника**  
Специалист по информационным системам

**Год набора - 2022**

**Санкт- Петербург, 2021**

Разработчик: Байрамова С.С., преподаватель

Рецензент: Наумов В.Н., заведующий кафедрой бизнес-информатики, доктор военных наук, профессор

## **СОДЕРЖАНИЕ**

<b>1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>4</b>
<b>2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>5</b>
<b>3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>8</b>
<b>4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>9</b>

## 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ОП.14. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

### 1.1. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Учебная дисциплина «Математический анализ» принадлежит к общепрофессиональному циклу.

### 1.2. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:

Цель рабочей программы - сформировать у студентов знания и умения применять математический аппарат и математические методы при анализе, управлении и программировании информационных систем.

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 1, ОК 2, ОК 4, ОК 5	<ul style="list-style-type: none"><li>• давать определения основных понятий и формулировать теоремы математического анализа;</li><li>• выводить доказательства важнейших теорем математического анализа;</li><li>• обобщать, анализировать, интерпретировать информацию;</li><li>• обосновывать цель и предлагать пути ее достижения.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Числовые последовательности, пределы последовательностей</li><li>• Функции, пределы функций</li><li>• Непрерывность функции</li><li>• Производная, смысл производной. Дифференцирование функций, решение прикладных задач с использованием производной</li><li>• Исследование функций</li><li>• Интегрирование (неопределенный интеграл, определенный интеграл, нахождение площадей с использованием определенного интеграла)</li></ul>

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

<b>Вид учебной работы</b>	<b>Объем в часах</b>
<b>Объем образовательной программы</b>	<b>254</b>
в том числе:	
теоретическое обучение	68
практические занятия	60
Консультации	8
<i>Самостоятельная работа</i>	112
<b>Промежуточная аттестация Экзамен</b>	<b>6</b>

**2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины «ОП.14. Математический анализ»**

№ п/п	Наименование тем	Объем дисциплины, час.				
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий			СР
			Л	ПЗ	Консультации	
Тема 1	Введение в анализ	56	16	14		26
Тема 2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Исследование функций.	67	18	16		33
					4	
Тема 3	Первообразная. Неопределенный интеграл.	60	16	14		30
Тема 4	Определенный интеграл. Приложение определенного интеграла.	63	18	16		23
Итоговая аттестация		6			4	
Всего :		254	68	60	8	112

## Содержание дисциплины

### Тема 1. Введение в анализ

Введение. Основные определения. Последовательности и их свойства. Функции: понятие, графики, основные характеристики, способы задания. Предел последовательности. Предел функции. Бесконечно-большие функции. Бесконечно-малые функции. Свойства пределов. Основные теоремы о пределах. Односторонние пределы. Основные теоремы о бесконечно малых. Сравнение бесконечно малых. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Следствия к замечательным пределам. Основные эквивалентности бесконечно малых. Односторонние пределы. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Основные свойства непрерывных функций.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Исследование функций. Определение производной функции в точке. Геометрический и механический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к кривой. Производные простых и сложных функций. Таблица производных. Производная обратной функции. Дифференцирование неявно заданных функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Правила дифференцирования. Основные теоремы дифференциального исчисления. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Асимптоты функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Исследование функции при помощи производных (возрастание и убывание функций, максимум и минимум функций, точки перегиба). Логарифмическое дифференцирование. Правило Лопиталья. Понятие дифференциала, геометрический смысл. Решение прикладных задач с использованием производной.

### Тема 3. Первообразная. Неопределенный интеграл.

Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства и геометрический смысл. Таблица основных неопределенных интегралов (с выводом). Методы интегрирования (непосредственное интегрирование, интегрирование заменой переменной, интегрирование по частям).

### Тема 4. Определенный интеграл. Приложение определенного интеграла.

Определенный интеграл и его геометрический, физический смысл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Методы интегрирования в определенном интеграле. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах. Геометрические приложения определенного интеграла (вычисление площадей плоских фигур, вычисление длины дуги плоской кривой). Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода.

### **3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**3.1. Для реализации программы учебной дисциплины должны быть предусмотрены следующие специальные помещения:**

Реализация программы учебной дисциплины осуществляется в учебном кабинете «Математических дисциплин».

Оборудование кабинета:

- учебная мебель,
- доска белая эмалированная для записи фломастером 100x200
- фломастеры
- учебно-методическое обеспечение

**3.2. Информационное обеспечение реализации программы**

Для реализации программы библиотечный фонд образовательной организации имеет электронные образовательные и информационные ресурсы, рекомендуемые для использования в образовательном процессе.

#### **Основная литература**

1. Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 245 с.— URL: <https://urait.ru/bcode/452640>
2. Баврин, И. И. Математический анализ : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 327 с. — URL: <https://urait.ru/bcode/426512>

#### **Дополнительная литература**

Малугин, В. А. Математический анализ для экономистов : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. А. Малугин. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 557 с.— URL: <https://urait.ru/bcode/427033>



#### 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Критерии, формы и методы оценки результатов обучения

<i>Результаты обучения</i>	<i>Критерии оценки</i>	<i>Формы и методы оценки</i>
<p><i>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины</i></p> <p>Последовательности, пределы последовательностей</p> <p>Функции, пределы функций</p> <p>Непрерывность функции</p> <p>Производная, смысл производной.</p> <p>Дифференцирование функций, решение прикладных задач с использованием производной</p> <p>Исследование функций</p> <p>Интегрирование (неопределенный интеграл, определенный интеграл, нахождение площадей с использованием определенного интеграла)</p>	<p>«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.</p> <p>«Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.</p> <p>«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.</p> <p>«Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено,</p>	<p>Примеры форм и методов контроля и оценки</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Тестирование</li> <li>• Контрольная работа</li> <li>• Самостоятельная работа.</li> <li>• Наблюдение за выполнением практического задания. (деятельностью студента)</li> <li>• Оценка выполнения практического задания(работы)</li> </ul>
<p><i>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины</i></p> <p>Находить пределы последовательностей и функций,</p> <p>Находить производные элементарных функций;</p> <p>Исследовать функции на непрерывность</p> <p>Использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;</p>	<p>«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.</p> <p>«Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.</p> <p>«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.</p> <p>«Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено,</p>	<p>Примеры форм и методов контроля и оценки</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Тестирование</li> <li>• Контрольная работа</li> <li>• Самостоятельная работа.</li> <li>• Наблюдение за выполнением практического задания. (деятельностью студента)</li> <li>• Оценка выполнения практического задания(работы)</li> </ul>

<p>Решать задачи прикладного характера, используя производную;</p> <p>Вычислять площади и длины дуг с использованием определенного интеграла;</p>	<p>необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.</p>	
---	--	--

#### 4.2. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

Формы текущего контроля успеваемости:

**Опрос (О)** – это основной вид устной проверки, может использоваться как фронтальный (на вопросы преподавателя по сравнительно небольшому материалу краткие ответы (как правило, с места) дают многие обучающиеся), так и индивидуальный (проверка знаний отдельных обучающихся).

**Тестирование(Т)**– задания, с вариантами ответов.

Критерии оценивания

*Оценки «отлично»* заслуживает студент, если он ответил правильно на 90% вопросов теста

*Оценки «хорошо»* заслуживает студент, если он ответил правильно на часть вопросов 75%-90%;

*Оценки «удовлетворительно»* заслуживает студент, если он правильно ответил часть вопросов 50%-75%;

*Оценки «неудовлетворительно»* заслуживает студент, если он правильно ответил менее чем на 50% вопросов.

**Контрольная работа (КР)**-письменная работа по теме. Состоит из нескольких задач различной степени сложности.

Критерии оценивания

*Оценки «отлично»* заслуживает студент, обнаруживший глубокое знание материала, умение свободно выполнять задания, понимающий взаимосвязь основных понятий темы;

*Оценки «хорошо»* заслуживает студент, обнаруживший полное знание материала; успешно выполняющий предусмотренные задания; и допустивший незначительные ошибки: неточность фактов, стилистические ошибки;

*Оценки «удовлетворительно»* заслуживает студент, обнаруживший знания основного материала в объеме, необходимом для дальнейшего изучения дисциплины. Справляющийся с выполнением заданий; допустивший погрешности в ответе, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя;

*Оценки «неудовлетворительно»* заслуживает студент, обнаруживший существенные пробелы в знании основного материала; не справляющийся с выполнением

заданий, допустивший серьезные погрешности в ответах, нуждающийся в повторении основных разделов курса под руководством преподавателя.

Формы текущего контроля

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование тем</b>	<b>Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации</b>
Тема 1	Введение в анализ	КР, Т
Тема 2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Исследование функций.	КР, О
Промежуточная аттестация		Зачет
Тема 3	Первообразная. Неопределенный интеграл.	КР, О
Тема 4	Определенный интеграл. Приложение определенного интеграла.	КР
Итоговая аттестация		Экзамен

Примечание. Формы текущего контроля успеваемости: опрос(О), тестирование(Т), контрольная работа (КР).

### 4.3. Материалы текущего и промежуточного контроля успеваемости обучающихся

#### Тест по теме 1 «Введение в анализ».

Вариант 1.

1) Третьим членом последовательности  $x_n = \frac{1+3+\dots+(2n-1)}{n^2+1}$

является:

1.  $\frac{5}{3^2+1}$
2.  $\frac{1+3+5}{3^2+1}$
3.  $\frac{2*3-1}{3^2+1}$
4. нет верного ответа

2) Найти область определения функции  $f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) + 3^{\frac{1}{x}}$

1.  $[-2; 2]$
2.  $[-2; 0) \cup (0; 2]$
3.  $(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$
4.  $(-\infty; \infty)$

3) Найти множество значений функции  $f(x) = 3^{x^2}$

1.  $(-\infty; \infty)$
2.  $[0; \infty)$
3.  $[1; \infty)$
4. нет верного ответа

4) Найти предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 2}{5n^2 + 2}$

1. 3
2. 0
3. 3/5
4.  $\infty$

5) Найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n+1} - \sqrt{n-1})$

1.  $\infty$
2. 0
3. 2

4. 1
- 6) Найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} \right)$
1.  $\frac{1}{2}$
  2. 1
  3. 0
  4.  $\infty$
- 7) Найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+1)! + (3n+2)!}{(3n+3)!}$
1. 0
  2. 3
  3.  $\infty$
  4. 1
- 8) Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$
1. e
  2. 0
  3.  $\infty$
  4.  $1/e$
- 9) Какого рода разрыв терпит функция  $f(x) = \frac{1}{2^{x+1} - 3 - x}$  в точке  $x = -1$
1. первого рода, точка устранимого разрыва
  2. первого рода, точка конечного разрыва
  3. второго рода
  4. функция непрерывна в указанной точке
- 10) Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \cos 2x \frac{1}{\ln(1 + \sin^2 x)}$
1. e
  2.  $e^{-2}$
  3. -2
  4.  $\infty$

**Ответы:**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
2	2	3	3	1	2	1	1	3	2

Вариант 2.

1) Третьим членом последовательности  $x_n = \frac{2+4+\dots+2n}{3n^3}$  является:

1.  $\frac{6}{3*3^3}$
2.  $\frac{2+4+6}{3*3^3}$
3.  $\frac{2*3}{3*3^3}$
4. нет верного ответа

2) Найти область определения функции  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{3x-x^2}} - 5\sin 2x$

1.  $(0; 3)$
2.  $(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$
3.  $(-\infty; 0) \cup (0; 3) \cup (3; \infty)$
4.  $(-\infty; \infty)$

3) Найти множество значений функции  $f(x) = 2 - 7\cos x$

1.  $[-7; 7]$
2.  $[-5; 9]$
3.  $[-1; 1]$
4. нет верного ответа

4) Найти предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+n+1}{n^2}$

1.  $\infty$
2. 0
3. 2
4. 1/2

5) Найти предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{\sqrt{6x^2+3+3x}}$

1. 1
2.  $\infty$
3.  $\frac{1}{\sqrt{6}}$
4. 0

6) Найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} \right)$

1. 1/3
2. 1/2

- 3. 0
- 4.  $\infty$

7) Найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!+(n+2)!}{(n+3)!}$

- 1. 0
- 2.  $\infty$
- 3. 1
- 4. нет верного ответа

8) Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$

- 1. 1/2
- 2. 0
- 3.  $\infty$
- 4. -1

9) Какого рода разрыв терпит функция  $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}$  в точке  $x = 3$

- 1. первого рода, точка устранимого разрыва
- 2. первого рода, точка конечного разрыва
- 3. второго рода
- 4. функция непрерывна в указанной точке

10) Найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1-\sin x)}{2x}$

- 1. -1/2
- 2. 1/2
- 3. 0
- 4.  $\infty$

**Ответы:**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
2	3	2	3	1	2	1	1	2	1

## Контрольные работы по теме 1.

### Вариант 1.

- 1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 + x - 2}$
- 2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4}$
- 3)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1} + 4}{3x+1}$
- 4)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}$
- 5)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}$
- 6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos^2 2x}{x^2}$

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
1/2	5	1	9	$e^{-4}$	3

### Вариант 2.

- 1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 10}{x^3 - 1}$
- 2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 2}{6x^5 + 5x + 1}$
- 3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{\sqrt{x+4}}$
- 4)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 2x - 1}$
- 5)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{2} \right)^{-5x}$
- 6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x + \sin 3x}{x \sin x}$

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
$\infty$	1/2	$\infty$	-2	$\infty$	$\infty$

### Вариант 3.

- 1)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 64}$
- 2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 2}{3x^3 - x - 4}$
- 3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x} - 9x^2}{3x - \sqrt[4]{9x^8 + 1}}$
- 4)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 7}$



$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+4} \right)^{-x}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \sin x}$$

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
11/48	2/3	$3\sqrt{3}$	0	$e^{5/2}$	4

Вариант 4.

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 9x + 10}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 5x^2 - 3x^5}{3x^5 + 6x + 8}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+x} - 2}{x - 1}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-4}{2x} \right)^{-3x}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{x \arcsin x}$$

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
-12	-1	1/4	1/2	$e^6$	4

## Контрольная работа по теме 2.

Вариант 1.

1) Функция  $y = \sin 2x^{x^2+1}$ . Найти  $y'$ —?

2) Решить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$  методом Лопиталья

3) Функция задана неявно  $x^3 + y^3 = \sin(x - 2y)$ . Найти  $y'$ —?

4) Функция задана параметрически  $x = e^t \sin t$ ,  $y = e^t \cos t$ . Найти  $y'(x)$ —?

5) Написать уравнение касательной и нормали к графику  $y^2 = 4x$  в точке (1;2)

6) Найти угол, под которым пересекаются кривые  $y = \frac{8}{x}$  и  $x^2 - y^2 = 12$ .

7) Найти асимптоты и изобразить схематически функцию:

$$f(x) = \frac{4}{3+2x-x^2}$$

8) Исследовать функцию и построить график функции  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

Вариант 2.

- 1) Функция  $y = \sin 2x^{x^2+1}$ . Найти  $y'$ —?
- 2) Решить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$  методом Лопиталя
- 3) Функция задана неявно  $x^3 + y^3 = \sin(x - 2y)$ . Найти  $y'$ —?
- 4) Функция задана параметрически  $x = e^t \sin t$ ,  $y = e^t \cos t$ . Найти  $y'(x)$ —?
- 5) Написать уравнение касательной и нормали к графику  $x^2 + y^2 = 4$  в точке  $(1; \sqrt{3})$
- 6) Найти угол, под которым пересекаются кривые  $y^2 = 2x$  и  $x^2 + y^2 = 8$ .
- 7) Найти асимптоты и изобразить схематически функцию:  
$$f(x) = \frac{x^3}{2x^2+3}$$
- 8) Исследовать функцию и построить график функции  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+x}}$

**Письменный опрос. Тема 2.** (на умение быстро вычислять производные).

Задание: найти  $y'$ —?

Вариант 1.

- 1)  $y = \ln \operatorname{tg} \left( \frac{2x+1}{4} \right) + \left( \frac{\sin x}{1+\cos x} \right)$
- 2)  $y = \operatorname{ctg} x^{x^3}$

Вариант 2.

- 1)  $y = (x + \operatorname{tg}^2 x) * 2^{\sqrt{1+3x}} + \ln^2(1 + \cos x)$
- 2)  $y = \frac{\sqrt{x^3+2} * \ln^5(2x+3)}{\sqrt[3]{\arcsin x}}$

Вариант 3.

- 1)  $y = \operatorname{tg}^3((\sin x + \cos x)^5) + \arcsin\left(\frac{1}{x^2}\right)$
- 2)  $y = \cos x^{\operatorname{arctg} x}$

Вариант 4.

$$1) y = \sin^3(x * e^x - e^x) + \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$$

$$2) y = x^{-x} * 2x * x^2$$

Вариант 5.

$$1) y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{(\sqrt{x^2 - 1})} + \operatorname{tg}^6 \left( \frac{1}{x} \right)$$

$$2) y = \sqrt[x]{x}$$

Вариант 6.

$$1) y = (e^{\operatorname{arctg} x} - \sqrt{x})^4 + \sqrt{\operatorname{ctg} \left( \frac{x}{2} \right)}$$

$$2) y = \frac{2^{x^2} \operatorname{arctg}^2 x * \ln(x^2 + 1)}{\sin^3 x}$$

Вариант 7.

$$1) y = e^{\sqrt{\ln(2x^2 + 3x + 4)}} + \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$$

$$2) y = \sqrt{x}^{\sqrt[3]{x}}$$

Вариант 8

$$1) y = \frac{1}{15} \cos^3 x (3 \cos^2 x - 5) + \frac{\sqrt[3]{2x^2 - 1}}{\sin^2 x + 1}$$

$$2) y = (\operatorname{arctg}(x^2))^{\operatorname{arcsin}(x^2)}$$

Вариант 9.

$$1) y = \frac{x^2 * e^{x^2}}{x^2 + 1} + \frac{\sin x}{1 + \ln \sin x} + \operatorname{tg}^6 \left( \frac{1}{x} \right)$$

$$2) y = \sin x^{\cos x}$$

Вариант 10

$$1) y = \ln \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$$

$$2) y = x^{\operatorname{arcsin} x}$$

### Контрольная работа по теме 3.

Вариант 1.

1.  $\int \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) dx$
2.  $\int \frac{3x^7+2x^3}{\sqrt{x^8+2}} dx$
3.  $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$
4.  $\int (2x+3)^9 dx$
5.  $\int x \arctg x dx$

Вариант 2.

1.  $\int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2} dx$
2.  $\int \frac{3x+1}{x^2+4} dx$
3.  $\int \sin^3 x \cos x dx$
4.  $\int 2^x 3^x dx$
5.  $\int x^3 \ln x dx$

Вариант 3.

1.  $\int x \sqrt{x^2+1} dx$
2.  $\int \frac{2 \cos x}{3-4 \sin x} dx$
3.  $\int \frac{x dx}{x^4+1}$
4.  $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{x^2}\right) dx$
5.  $\int e^x \sin x dx$

Вариант 4.

1.  $\int \frac{2x+5}{x^2+5x-6} dx$
2.  $\int \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3 dx$
3.  $\int \sqrt{16-x^2} dx$
4.  $\int \frac{x^2 dx}{x^6+4}$
5.  $\int \frac{\ln x dx}{x^2}$

Вариант 5.

1.  $\int \frac{6x-5}{2\sqrt{3x^2-5x+6}} dx$
2.  $\int \frac{x\sin x + \cos x}{x^2} dx$
3.  $\int (3x^2 - 2)^8 6x dx$
4.  $\int \sqrt{1 + 4\sin x \cos x} dx$
5.  $\int (x^2 - 2x + 7)e^{2x} dx$

Вариант 6.

1.  $\int x^2 \sqrt[5]{x^3 + 2} dx$
2.  $\int e^{-x^2} x dx$
3.  $\int \frac{dx}{\operatorname{tg} x \ln^2 |\sin x|}$
4.  $\int \frac{3x^2 + 2}{x^3 + 2x + 5} dx$
5.  $\int x^3 \ln x dx$

Вариант 7.

1.  $\int e^{-3x+1} dx$
2.  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$
3.  $\int \frac{2x+2}{x^2+2x+10} dx$
4.  $\int (e^x + e^{-x})^2 dx$
5.  $\int x^2 \cos x dx$

Вариант 8.

1.  $\int \frac{\ln^2(2x)}{x} dx$
2.  $\int \frac{x^3 dx}{1+\sqrt[3]{x^4+1}}$
3.  $\int \frac{dx}{x \ln x}$
4.  $\int \cos^2(1 - 2x) dx$
5.  $\int (x + 1)e^x dx$

Вариант 9.

1.  $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$
2.  $\int \frac{\sin x dx}{1+3\cos x}$
3.  $\int \frac{e^x dx}{3+4e^x}$
4.  $\int \frac{x^2 dx}{5-x^6}$
5.  $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$

Вариант 10.

1.  $\int e^{x^3} x^2 dx$
2.  $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-(\ln x)^2}}$
3.  $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+2\cos x}}$
4.  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
5.  $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$

**Контрольная работа по теме 4.**

Вариант 1.

1.  $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$
2.  $\int_0^1 x \operatorname{arctg} 2x dx$
3. *Найти площадь, заключенную между линиями*  
 $xy = 4; y^2 = 2x; x = 4; y = 0$
4. *Найти длину дуги кривой*  
 $y = \ln x$  от  $x_1 = \sqrt{3}$  до  $x_2 = \sqrt{8}$

Вариант 2.

1.  $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-3}}$
2.  $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$
3. *Найти площадь, ограниченную линиями:*  
 $y = 1 - x^2$  и  $x + y = 1$
5. *Найти длину дуги*  
 $y = \sqrt{x^3}$  от  $x_1 = 0$  до  $x_2 = 4$

Вариант 3.

1.  $\int_0^1 \frac{3x^7+2x^3}{\sqrt{x^8+2}} dx$

2.  $\int_0^\pi x \cos 3x dx$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 1 - x^2 \text{ и } y = x^2$$

4. Найти длину дуги кривой

$$y = a \ln \cos \frac{x}{a} \text{ от } x_1 = 0 \text{ до } x_2 = b$$

Вариант 4.

1.  $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \sin x dx}{\cos^2 x}$

2.  $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x \sqrt{1-(\ln x)^2}}$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{4}x^2 \text{ и } y = 3x - \frac{1}{2}x^2$$

5. Найти длину дуги кривой

$$y = \frac{x^2}{4} - \left(\frac{\ln x}{2}\right) \text{ от } x_1 = 1 \text{ до } x_2 = e$$

#### **4.4. Промежуточная аттестация.**

Промежуточная аттестация проводится в виде зачета в 4-ом семестре и экзамена в 5-ом семестре.

Условием допуска к промежуточной аттестации по дисциплине «Математический анализ» является: освоение материалов учебной дисциплины в объеме не менее 75 %, определенное по результатам систематического текущего контроля.

Оценки «зачтено» заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой; усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой; понимающий взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для самовоспитания, идентификации, активного участия в профессиональном обучении; проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала;

Оценки «не зачтено» заслуживает студент, обнаруживший существенные пробелы в знании основного учебно-программного материала; не справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой; слабо знакомый с основной литературой, рекомендованной программой; допустивший серьезные погрешности в ответах, нуждающийся в повторении основных разделов курса под руководством преподавателя.

На экзамене, а также при дифференцированном зачете: «отлично» - более 85%, «хорошо» - 70-85%, «удовлетворительно» - 55-70%, «неудовлетворительно» - менее 55% правильных ответов.

#### **Типовые вопросы, выносимые на зачет и экзамен:**

1. Понятие числовой последовательности.
2. Понятия функции. Способы задания функции
3. Основные элементарные функции. Степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические и обратные тригонометрические функции. Область определения. Область значений. Графики. Элементарные функции
4. Монотонные и ограниченные функции. Четные и нечетные. Периодические функции. Сложная и обратные функции.



5. Предел функции при  $x \rightarrow x_0$  и при  $x \rightarrow \infty$ . Односторонние пределы
6. Числовые последовательности и их пределы. Свойства пределов.
7. Бесконечно малые величины. Сравнение бесконечно малых. Замена бесконечно малых
8. Замечательные пределы. Число  $e$ . Следствия из 2го замечательного предела
9. Непрерывность функции. Точки разрыва 1го и 2го рода. Свойства функций непрерывных на отрезке
10. Понятие производной. Геометрический и механический смысл.
11. Дифференцируемость и непрерывность
12. Правила дифференцирования
13. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Дифференцирование функции заданной параметрически. Логарифмическое дифференцирование. Производная от степенно-показательной функции.
14. Производные и дифференциалы высших порядков.
15. Правило Лопиталья.
16. Исследование функций на интервале монотонности. Экстремум функции. Необходимое и достаточное условие экстремума.
17. Исследование функций с помощью 2ой производной. Выпуклость. Вогнутость. Точки перегиба. Нахождение экстремума
18. Наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке. Общий план исследования функций и построения их графиков.
19. Асимптоты. Вертикальные, горизонтальные, наклонные. Их нахождение.
20. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица неопределенных интегралов
21. Свойства неопределенного интеграла.
22. Методы интегрирования. Непосредственное интегрирование. Метод подстановки. Интегрирование по частям.
23. Интегрирование простейших дробей.
24. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
25. Свойства определенного интеграла.
26. Вычисление определенного интеграла по частям. Замена переменной в определенном интеграле.
27. Несобственные интегралы с бесконечными пределами (1-го рода). Определения. Вычисление. Признаки сходимости.
28. Несобственные интегралы от разрывных функций (2-го рода). Определения. Вычисление. Признаки сходимости.

29.Вычисление площадей плоских фигур. В декартовой системе координат.

30.Вычисление длин дуг (в декартовой системе координат)