

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков  
Должность: директор  
Дата подписания: 06.05.2022  
Уникальный программный ключ:  
880f7c07c583b07b775f6604a630281b13ca9fd2

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА и ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ**  
при ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ**

---

Факультет среднего профессионального образования

Утвержден  
решением предметно-цикловой комиссии  
общеобразовательных дисциплин  
Протокол № 6 от «27» мая 2022 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**ПД.01 «Математика»**

Специальность 09.02.07 «Информационные системы и программирование»

Квалификация

Специалист по информационным системам

Форма обучения

очная

Год набора

2022

Санкт-Петербург, 2022 год

Автор(ы)–составитель(и): Лавринович Константин Владимирович, к.п.н., доцент,  
преподаватель ФСПО

Рецензент: преподаватель ФСПО, к. ф – м.н., преподаватель ФСПО Погоньшева  
В.Н.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт фонда оценочных средств средств	4
2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке	7
3. Оценка освоения учебной дисциплины	7
3.1. Формы и методы оценивания	7
3.2. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины.....	21
4. Контрольно-оценочные материалы для итоговой аттестации по учебной дисциплине...	84
5. Информационное обеспечение обучения. Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы.....	93

## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины: ПД. 01 Математика ППСЗ по специальности 09.02.07 «Информационные системы и программирование» базовой подготовки

ФОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в первом семестре – дифференцированный зачет, во втором семестре - экзамен.

В соответствии с ФГОС СОО требования к предметным результатам освоения интегрированного учебного предмета «Математика» включают:

1) сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

2) сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

3) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

4) сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

5) владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

В результате изучения учебной дисциплины ПД.01 Математика формируются следующие

### **знания/умения:**

#### **Знать:**

3-1. Определение действительного числа, абсолютной и относительной погрешности приближений;

практические приёмы вычислений с приближёнными данными;

способы решений линейных уравнений и неравенств с одной переменной, квадратных уравнений и неравенств, иррациональных уравнений;

3-2 Способы решений линейных уравнений и неравенств с одной переменной, квадратных уравнений и неравенств; способы решений иррациональных уравнений; способы решения систем уравнений и неравенств.

3-3 Определение числовой функции, способы ее задания; простейшие преобразования графиков функций; свойства функции, перечисленные в содержании учебного материала; понятие степени с действительным показателем и ее свойства; определение логарифма числа; свойства логарифмов; свойства и графики показательной, логарифмической и степенной функций; способы решения простейших показательных и логарифмических уравнений; способы решения показательных и логарифмических неравенств;

3-4 определение радиана, формулы перевода градусной меры угла в радианную и обратно; определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа; основные формулы тригонометрии; понятия обратных тригонометрических функций; свойства и графики тригонометрических функций; свойства и графики обратных тригонометрических

функций; способы решения простейших тригонометрических уравнений; способы решения простейших тригонометрических неравенств;

3-5 Определение числовой последовательности; определение предела последовательности;

3-6 Определение предела функции в точке; свойства предела функции в точке; формулы замечательных пределов; определение непрерывности функции в точке; свойства непрерывных функций;

3-7 Определение производной, её геометрический и механический смысл; правила и формулы дифференцирования функций; определение дифференциала функции и его геометрический смысл; определение второй производной, её физический смысл;

3-8. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции, существования экстремума; необходимые и достаточные условия выпуклости и вогнутости графика функции; определение точки перегиба; общую схему построения графиков функций с помощью производной; правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке;

3-9. Находить дифференциал функции, с помощью дифференциала приближенно вычислять значение и приращение функции в указанной точке.

3-10 Определение первообразной; определение неопределенного интеграла и его свойства; формулы интегрирования; способы вычисления неопределённого интеграла;

3-11 Определение определённого интеграла, его геометрический смысл и свойства; способы вычисления определённого интеграла;

3-12 Понятие криволинейной трапеции, способы вычисления площадей криволинейных трапеций с помощью определённого интеграла; способы вычисления объёмов тел вращения с помощью определённого интеграла;

3-13 Определения вектора, действий над векторами; свойства действий над векторами; понятие прямоугольной декартовой системы координат на плоскости и в пространстве; правила действий над векторами, заданными координатами; формулы для вычисления длины вектора, угла между векторами, расстояния между двумя точками;

3-14- основные понятия стереометрии; аксиомы стереометрии и следствия из них; взаимное расположение прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей в пространстве;

3-15 Основные теоремы – о параллельности прямой и плоскости, параллельности двух плоскостей; свойства параллельного проектирования и их применение для изображения фигур в стереометрии; понятие угла между прямыми, угла между прямой и плоскостью; основные теоремы о перпендикулярности прямой и плоскости;

3-16 Понятие двугранного угла, угла между плоскостями; понятие линейного угла; признак перпендикулярности двух плоскостей;

3-17- Понятие многогранника, его поверхности, понятие правильного многогранника; определения призмы, параллелепипеда; виды призм; определение пирамиды, правильной пирамиды;

3-18 Понятие тела вращения и поверхности вращения; определения цилиндра, конуса, шара, сферы; свойства перечисленных выше геометрических тел; понятия объема геометрического тела; формулы для вычисления объемов геометрических тел, перечисленных в содержании учебного материала;

**Уметь:**

**У-1.**Выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;

**У-2.**Решать линейные и квадратные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним; решать линейные и квадратные неравенства, системы неравенств; решать простейшие иррациональные уравнения. - вычислять определители второго и третьего порядка; решать системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными с помощью определителей второго и третьего порядка.

**У-3.** Находить область определения функции. находить значение функции, заданной аналитически или графически, по значению аргумента и наоборот; строить графики известных степенных функций; применять геометрические преобразования (сдвиг и деформацию) при построении графиков; по графику функции устанавливать ее важнейшие свойства (монотонность, ограниченность, чётность, нечётность, периодичность, непрерывность).

Выполнять действия над степенями; вычислять значения показательных выражений, выполнение тождественных преобразований над степенными выражениями, вычислять значения логарифмических выражений с помощью основных тождеств и вычислительных средств. строить графики показательных, логарифмических функций при различных основаниях и на них иллюстрировать свойства функций; преобразовывать эти графики путем сдвига и деформации. решать несложные уравнения, приводимые к видам:

$a^{f(x)}=a^{g(x)}$ ,  $a^{f(x)}=b$ ;  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ ,  $\log_a f(x) = b$ ; решать несложные неравенства, приводимые к видам:  $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ ;  $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ .

**У-4.** Переводить градусную меру угла в радианную и обратно; вычислять значения тригонометрических функций с заданной степенью точности; преобразовывать тригонометрические выражения, используя тригонометрические формулы. Строить графики тригонометрических функций и на них иллюстрировать свойства функций; применять геометрические преобразования (сдвиг и деформацию) при построении графиков. Решать простейшие тригонометрические уравнения; решать несложные уравнения, сводящиеся к простейшим с помощью тригонометрических формул; решать простейшие тригонометрические неравенства.

**У-5.** Находить пределы последовательностей.

**У-6.** Вычислять пределы функций в точке и на бесконечности.

**У-7.** Дифференцировать функции, используя таблицу производных и правила дифференцирования, находить производные сложных функций; и вычислять значение производной функции в указанной точке; находить угловой коэффициент и угол наклона касательной, составлять уравнение касательной и нормали к графику функции в данной точке; находить скорость изменения функции в точке; применять производную для

исследования реальных физических процессов (нахождения скорости неравномерного движения, угловой скорости, силы переменного тока, линейной плотности неоднородного стержня и т.д.); находить производные второго порядка, применять вторую производную для решения физических задач;

У-8. Применять производную для нахождения промежутков монотонности и экстремумов функции; находить с помощью производной промежутки выпуклости и вогнутости графика функции, точки перегиба; проводить исследования и строить графики многочленов; находить наибольшее и наименьшее значения функции, непрерывной на промежутке; решать несложные прикладные задачи на нахождение наибольших и наименьших значений реальных величин.

У-9. Находить дифференциал функции, с помощью дифференциала приближенно вычислять значение и приращение функции в указанной точке.

У-10. Находить неопределённые интегралы, сводящиеся к табличным с помощью основных свойств и простейших преобразований; вычислять неопределённые интегралы различными способами

У-11. Вычислять определённые интегралы по формуле Ньютона-Лейбница. вычислять определённые интегралы различными способами.

У-12. Находить площади криволинейных трапеций; находить объёмы тел вращения; решать простейшие прикладные задачи, сводящиеся к нахождению интеграла.

У-13. Выполнять действия над комплексными числами и переводить из одной формы записи в другую.

У-14. Выполнять действия над векторами, разлагать вектор на составляющие; вычислять угол между векторами, длину вектора.

У-15,16. Устанавливать в пространстве параллельность прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей, используя признаки и основные теоремы о параллельности; применять признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорему о трех перпендикулярах для вычисления углов и расстояний в пространстве.

У-17. Вычислять и изображать основные элементы прямых призм, пирамид; строить простейшие сечения многогранников, указанных выше; вычислять площади этих сечений.

У-18. Вычислять и изображать основные элементы прямых круговых цилиндра и конуса, шара; строить простейшие сечения круглых тел, указанных выше; вычислять площади этих сечений.

## **2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке**

2.1. В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка сформированных умений и знаний.

Формами промежуточной аттестации является дифференцированных зачет (1 семестр), экзамен (2 семестр).

### 3. Оценка освоения учебной дисциплины:

#### 3.1. Формы и методы оценивания

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине «Математика», направленные на формирование общих компетенций. Итоговой аттестацией по учебной дисциплине является письменный экзамен.

Результаты обучения: умения, знания и общие компетенции	Показатели оценки результата	Форма контроля и оценивания
<b>ЗНАТЬ:</b>		
3-1. Определение действительного числа, абсолютной и относительной погрешности приближений; практические приёмы вычислений с приближёнными данными; способы решений линейных уравнений и неравенств с одной переменной, квадратных уравнений и неравенств, иррациональных уравнений;	Знает материал в общих чертах. Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.
3-2 Способы решений линейных уравнений и неравенств с одной переменной, квадратных уравнений и неравенств; способы решений иррациональных уравнений; способы решения систем уравнений и неравенств.	Знает материал в общих чертах. Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.
3-3 Определение числовой функции, способы ее задания; простейшие преобразования графиков функций; свойства функции, перечисленные в содержании учебного материала; понятие степени с действительным показателем и ее свойства; определение логарифма числа; свойства логарифмов; свойства и графики показательной,	Знает материал в общих чертах. Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.



логарифмической и степенной функций; способы решения простейших показательных и логарифмических уравнений; способы решения показательных и логарифмических неравенств;		
3-4 определение радиана, формулы перевода градусной меры угла в радианную и обратно; определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа; основные формулы тригонометрии; понятия обратных тригонометрических функций; свойства и графики тригонометрических функций; свойства и графики обратных тригонометрических функций; способы решения простейших тригонометрических уравнений; способы решения простейших тригонометрических неравенств;	Знает материал в общих чертах. Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.
3-5 Определение числовой последовательности; определение предела последовательности;	Знает материал в общих чертах. Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.
3-6 Определение предела функции в точке; свойства предела функции в точке; формулы замечательных	Знает материал в общих чертах Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы. Знает определения и формулы; знает	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа.

<p>пределов; определение непрерывности функции в точке; свойства непрерывных функций;</p>	<p>основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения</p>	<p>Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.</p>
<p>3-7                    Определение производной, её геометрический и механический смысл; правила и формулы дифференцирования функций; определение дифференциала функции и его геометрический смысл; определение второй производной, её физический смысл; уметь: дифференцировать функции, используя таблицу производных и правила дифференцирования, находить производные сложных функций; и вычислять значение производной функции в указанной точке; находить угловой коэффициент и угол наклона касательной, составлять уравнение касательной и нормали к графику функции в данной точке; находить скорость изменения функции в точке; применять производную для исследования реальных физических процессов (нахождения скорости неравномерного движения, угловой скорости, силы переменного тока, линейной плотности неоднородного стержня и т.д.); находить производные второго порядка, применять вторую производную для решения физических задач;</p>	<p>Знает материал в общих чертах. Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.</p>
<p>3-8.                    Необходимые и достаточные условия</p>	<p>Знает материал в общих чертах. Дает определения основных понятий, умеет</p>	<p>Устный опрос. Задачи.</p>

<p>возрастания и убывания функции, существования экстремума; необходимые и достаточные условия выпуклости и вогнутости графика функции; определение точки перегиба; общую схему построения графиков функций с помощью производной; правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке;</p>	<p>использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения</p>	<p>Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.</p>
<p>3-9. Находить дифференциал функции, с помощью дифференциала приближенно вычислять значение и приращение функции в указанной точке.</p>	<p>Знает материал в общих чертах. Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.</p>
<p>3-10 Определение первообразной; определение неопределенного интеграла и его свойства; формулы интегрирования; способы вычисления неопределенного интеграла;</p>	<p>Знает материал в общих чертах. Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.</p>
<p>3-11 Определение определенного интеграла, его геометрический смысл и свойства; способы вычисления определенного интеграла;</p>	<p>Знает материал в общих чертах. Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.</p>
<p>3-12 Понятие криволинейной трапеции, способы вычисления площадей криволинейных</p>	<p>Знает материал в общих чертах. Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы.</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная</p>

<p>трапеций с помощью определённого интеграла;  способы вычисления объёмов тел вращения с помощью определённого интеграла;</p>	<p>Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения.  Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения</p>	<p>работа.  Контрольная работа.  Реферат.  Презентации.  Исследовательская работа.</p>
<p>3-13 Определения вектора, действий над векторами; свойства действий над векторами; понятие прямоугольной декартовой системы координат на плоскости и в пространстве; правила действий над векторами, заданными координатами; формулы для вычисления длины вектора, угла между векторами, расстояния между двумя точками;</p>	<p>Знает материал в общих чертах  Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы.  Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения.  Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения</p>	<p>Устный опрос.  Задачи.  Тесты.  Самостоятельная работа.  Контрольная работа.  Реферат.  Презентации.  Исследовательская работа.</p>
<p>3-14- основные понятия стереометрии; аксиомы стереометрии и следствия из них; взаимное расположение прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей в пространстве;</p>	<p>Знает материал в общих чертах  Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы.  Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения.  Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения</p>	<p>Устный опрос.  Задачи.  Тесты.  Самостоятельная работа.  Контрольная работа.  Реферат.  Презентации.  Исследовательская работа.</p>
<p>3-15 Основные теоремы - о параллельности прямой и плоскости, параллельности двух плоскостей; свойства параллельного проектирования и их применение для изображения фигур в стереометрии; понятие угла между прямыми, угла между прямой и плоскостью; основные теоремы о перпендикулярности прямой и плоскости;</p>	<p>Знает материал в общих чертах.  Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы.  Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения.  Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения</p>	<p>Устный опрос.  Задачи.  Тесты.  Самостоятельная работа.  Контрольная работа.  Реферат.  Презентации.  Исследовательская работа.</p>
<p>3-16 Понятие двугранного угла, угла между плоскостями;</p>	<p>Знает материал в общих чертах.  Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные</p>	<p>Устный опрос.  Задачи.  Тесты.</p>

понятие линейного угла; признак перпендикулярности двух плоскостей;	приемы и основные формулы. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения	Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательск ая работа.
3-17. Понятие многогранника, его поверхности, понятие правильного многогранника; определения призмы, параллелепипеда; виды призм; определение пирамиды, правильной пирамиды;	Знает материал в общих чертах. Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательск ая работа.
3-18 Понятие тела вращения и поверхности вращения; определения цилиндра, конуса, шара, сферы; свойства перечисленных выше геометрических тел; понятия объема геометрического тела; формулы для вычисления объемов геометрических тел, перечисленных в содержании учебного материала;	Знает материал в общих чертах. Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения. Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; самостоятельно проводит анализ задачи, делает выводы и принимает решения	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательск ая работа.
<b>УМЕТЬ:</b>		
<b>У-1.</b> Выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;	Испытывает затруднения при фиксирования навыка Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определении хода решения задачи.	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательск ая работа.
<b>У-2.</b> Решать линейные и квадратные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним;решать линейные и квадратные неравенства, системы неравенств;решать	Испытывает затруднения при фиксирования навыка Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач. Умеет использовать формулы, решать	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная

<p>простейшие иррациональные уравнения. - вычислять определители второго и третьего порядка; решать системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными с помощью определителей второго и третьего порядка.</p>	<p>задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определении хода решения задачи.</p>	<p>работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.</p>
<p>У-3. Находить область определения функции. находить значение функции, заданной аналитически или графически, по значению аргумента и наоборот; строить графики известных степенных функций; применять геометрические преобразования (сдвиг и деформацию) при построении графиков; по графику функции устанавливать ее важнейшие свойства (монотонность, ограниченность, чётность, нечётность, периодичность, непрерывность). Выполнять действия над степенями; вычислять значения показательных выражений. выполнение тождественных преобразований над степенными выражениями, вычислять значения логарифмических выражений с помощью основных тождеств и вычислительных средств. строить графики показательных, логарифмических функций при различных основаниях и на них иллюстрировать свойства функций; преобразовывать эти графики путем сдвига и деформации. решать несложные уравнения, приводимые к видам: <math>a^{f(x)}=a^{g(x)}</math>, <math>a^{f(x)}=b</math>; <math>\log_a f(x) =</math></p>	<p>Испытывает затруднения при фиксации навыка Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определении хода решения задачи.</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.</p>

$\log_a g(x), \log_a f(x) = b;$ решать несложные неравенства, приводимые к видам: $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ ; $\log_a f(x) < \log_a g(x).$		
У-4. Переводить градусную меру угла в радианную и обратно; вычислять значения тригонометрических функций с заданной степенью точности; преобразовывать тригонометрические выражения, используя тригонометрические формулы. строить графики тригонометрических функций и на них иллюстрировать свойства функций; применять геометрические преобразования (сдвиг и деформацию) при построении графиков. решать простейшие тригонометрические уравнения; решать несложные уравнения, сводящиеся к простейшим с помощью тригонометрических формул; решать простейшие тригонометрические неравенства.	Испытывает затруднения при фиксации навыка Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определении хода решения задачи.	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.
У-5. Находить пределы последовательностей.	Испытывает затруднения при фиксации навыка Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определении хода решения задачи.	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.
У-6. Вычислять пределы	Испытывает затруднения при фиксации	Устный опрос.

<p>функций в точке и на бесконечности.</p>	<p>навыка          Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач.          Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.          Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определении хода решения задачи.</p>	<p>Задачи.          Тесты.          Самостоятельная работа.          Контрольная работа.          Реферат.          Презентации.          Исследовательская работа.</p>
<p>У-7. Дифференцировать функции, используя таблицу производных и правила дифференцирования, находить производные сложных функций; и вычислять значение производной функции в указанной точке; находить угловой коэффициент и угол наклона касательной, составлять уравнение касательной и нормали к графику функции в данной точке; находить скорость изменения функции в точке; применять производную для исследования реальных физических процессов (нахождения скорости неравномерного движения, угловой скорости, силы переменного тока, линейной плотности неоднородного стержня и т.д.); находить производные второго порядка, применять вторую производную для решения физических задач;</p>	<p>Испытывает затруднения при фиксации навыка          Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач.          Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.          Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определении хода решения задачи.</p>	<p>Устный опрос.          Задачи.          Тесты.          Самостоятельная работа.          Контрольная работа.          Реферат.          Презентации.          Исследовательская работа.</p>
<p>У-8. Применять производную для нахождения промежутков монотонности и экстремумов функции; находить с помощью производной промежутки выпуклости и вогнутости графика функции, точки перегиба; проводить исследования и</p>	<p>Испытывает затруднения при фиксации навыка          Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач.          Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.          Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический</p>	<p>Устный опрос.          Задачи.          Тесты.          Самостоятельная работа.          Контрольная работа.          Реферат.          Презентации.          Исследовательская работа.</p>



<p>строить графики многочленов; находить наибольшее и наименьшее значения функции, непрерывной на промежутке; решать несложные прикладные задачи на нахождение наибольших и наименьших значений реальных величин.</p>	<p>материал: применяет анализ при определение хода решения задачи.</p>	
<p>У-9. Находить дифференциал функции, с помощью дифференциала приближенно вычислять значение и приращение функции в указанной точке.</p>	<p>Испытывает затруднения при фиксирования навыка Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определение хода решения задачи.</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.</p>
<p>У-10. Находить неопределённые интегралы, сводящиеся к табличным с помощью основных свойств и простейших преобразований; вычислять неопределённые интегралы различными способами</p>	<p>Испытывает затруднения при фиксирования навыка Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определение хода решения задачи.</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.</p>
<p>У-11. Вычислять определённые интегралы по формуле Ньютона-Лейбница. вычислять определённые интегралы различными способами. У-12. Находить площади криволинейных трапеций; находить объёмы тел вращения; решать простейшие прикладные задачи, сводящиеся к нахождению интеграла.</p>	<p>Испытывает затруднения при фиксирования навыка Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определение хода решения задачи.</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.</p>
<p>У-13. Выполнять действия</p>	<p>Испытывает затруднения при фиксирования</p>	<p>Устный опрос.</p>

над комплексными числами и переводить из одной формы записи в другую.	<p>навыка</p> <p>Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач.</p> <p>Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.</p> <p>Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определении хода решения задачи.</p>	<p>Задачи.</p> <p>Тесты.</p> <p>Самостоятельная работа.</p> <p>Контрольная работа.</p> <p>Реферат.</p> <p>Презентации.</p> <p>Исследовательская работа.</p>
У-14. Выполнять действия над векторами, разлагать вектор на составляющие; вычислять угол между векторами, длину вектора.	<p>Испытывает затруднения при фиксации навыка</p> <p>Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач.</p> <p>Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.</p> <p>Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определении хода решения задачи.</p>	<p>Устный опрос.</p> <p>Задачи.</p> <p>Тесты.</p> <p>Самостоятельная работа.</p> <p>Контрольная работа.</p> <p>Реферат.</p> <p>Презентации.</p> <p>Исследовательская работа.</p>
У-15,16. Устанавливать в пространстве параллельность прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей, используя признаки и основные теоремы о параллельности;	<p>Испытывает затруднения при фиксации навыка</p> <p>Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач.</p> <p>Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.</p> <p>Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определении хода решения задачи.</p>	<p>Устный опрос.</p> <p>Задачи.</p> <p>Тесты.</p> <p>Самостоятельная работа.</p> <p>Контрольная работа.</p> <p>Реферат.</p> <p>Презентации.</p> <p>Исследовательская работа.</p>
применять признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорему о трех перпендикулярах для вычисления углов и расстояний в пространстве.	<p>Испытывает затруднения при фиксации навыка</p> <p>Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач.</p> <p>Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.</p> <p>Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определении хода решения задачи.</p>	<p>Устный опрос.</p> <p>Задачи.</p> <p>Тесты.</p> <p>Самостоятельная работа.</p> <p>Контрольная работа.</p> <p>Реферат.</p> <p>Презентации.</p> <p>Исследовательская работа.</p>
У-17. Вычислять и изображать основные элементы прямых призм,	<p>Испытывает затруднения при фиксации навыка</p> <p>Умеет использовать основные приемы,</p>	<p>Устный опрос.</p> <p>Задачи.</p> <p>Тесты.</p>

пирамид; строить простейшие сечения многогранников, указанных выше; вычислять площади этих сечений.	основные понятия и формулы при решении задач. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определении хода решения задачи.	Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.
У-18. Вычислять и изображать основные элементы прямых круговых цилиндра и конуса, шара; строить простейшие сечения круглых тел, указанных выше;	Испытывает затруднения при фиксации навыка Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы при решении задач. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами. Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: применяет анализ при определении хода решения задачи.	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.

#### Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам)

Элемент учебной дисциплины	Формы и методы контроля					
	Текущий контроль		Рубежный контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые, У, З	Форма контроля	Проверяемые У, З	Форма контроля	Проверяемые У, З
<b>Тема 1 Развитие понятия о числе</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	З.1	Самостоятельная работа .	У1	Дифференцированный зачет. Экзамен	З1; У1
<b>Тема 2. Уравнения и неравенства</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	З.2	Самостоятельная работа .	У2	Дифференцированный зачет. Экзамен	З1; У1
<b>Тема 3. Функции. Степенная функция. Логарифмическая функция. Показательная функция.</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	З3	Самостоятельная работа .	У3	Дифференцированный зачет. Экзамен	З1; У1

<b>Тема 4. Тригонометрические функции</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	3.4	Самостоятельная работа .	У4	Дифференцированный зачет. Экзамен	31; У1
<b>Тема 5. Последовательности. Понятие о пределе последовательности.</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	3.15	Самостоятельная работа .	У5	Дифференцированный зачет. Экзамен	31; У1
<b>Тема 6. Предел функции.</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	3.6	Самостоятельная работа .	У6	Дифференцированный зачет. Экзамен	31; У1
<b>Тема 7. Производная.</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	3.7	Самостоятельная работа .	У7	Дифференцированный зачет. Экзамен	31; У1
<b>Тема 8. Приложение производной к исследованию функций..</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	3.8	Самостоятельная работа .	У8	Дифференцированный зачет. Экзамен	31; У1
<b>Тема9. Дифференциал функции.</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	3.9	Самостоятельная работа .	У9	Дифференцированный зачет. Экзамен	31; У1
<b>Тема 10. Неопределенный интеграл.</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	3.10	Самостоятельная работа .	. У10;	Дифференцированный зачет. Экзамен	31; У1
<b>Тема11. Определенный интеграл.</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над	3.11	Самостоятельная работа .	. У11	Дифференцированный зачет. Экзамен	31; У1

	ошибками.					
<b>Тема12. Приложения определенно го интеграла.</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	3.12	Самостоятель ная работа .	. У12	Дифференц ированный зачет. Экзамен	31; У1
<b>Тема 13 .Комплек сные числа</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	3.13	Самостоятель ная работа .	У13	Дифференц ированный зачет. Экзамен	31; У1
<b>Тема14. Координаты и векторы</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	3.14	Самостоятель ная работа .	У14	Дифференц ированный зачет. Экзамен	31; У1
<b>Тема 15. Прямая на плоскости и ее уравнение</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	3.15	Самостоятель ная работа .	. У15	Дифференц ированный зачет. Экзамен	31; У1
<b>Тема 16. Прямые и плоскости в пространств е</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	3.16	Самостоятель ная работа .	. У16	Дифференц ированный зачет. Экзамен	31; У1
<b>Тема 17. Многогранн ики.</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками.	3.17	Самостоятель ная работа .	. У17	Дифференц ированный зачет. Экзамен	31; У1
<b>Тема 18. Тела и поверхности вращения</b>	Устный опрос. Проверка выполнения домашнего задания Работа над ошибками	3.18	Самостоятель ная работа .	У18	Дифференц ированный зачет. Экзамен	31; У1

### 3.2 Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины

**Введение**

**Вводный контроль***Вариант 1*

1. Решить уравнение:  $2x^2 + 3x - 5 = 0$ .
2. Решить систему уравнений:  $3x - y = 3$ ,  
 $3x - 2y = 0$ .
3. Решить неравенство:  $6x - 5(2x + 8) < 14 + 2x$ .
4. Найти 15% от числа 80.
5. Выполните действие, и результат запишите в виде десятичной дроби:  
 $(1,2 \cdot 10^{-3}) \cdot (3 \cdot 10^{-1})$ .

**Вводный контроль***Вариант 2*

1. Решить уравнение:  $5x^2 - 7x + 2 = 0$ .
2. Решить систему уравнений:  $2x + y = 1$ ,  
 $5x + 2y = 0$ .
3. Решить неравенство:  $5 + x < 3x - 3(4x + 5)$ .
4. Найти 45% от числа 90.
5. Выполните действие, и результат запишите в виде десятичной дроби:  
 $(1,6 \cdot 10^{-5}) \cdot (4 \cdot 10^2)$ .

**Вводный контроль***Вариант 3*

1. Решить уравнение:  $3x^2 - 5x - 2 = 0$ .
2. Решить систему уравнений:  $x + 5y = 7$ ,  
 $3x + 2y = -5$ .
3. Решить неравенство:  $3(3x - 1) < 2(5x - 7)$ .
4. Найти 40% от числа 120.
5. Выполните действие, и результат запишите в виде десятичной дроби:

$$\frac{7,2 \cdot 10^{-1}}{1,2 \cdot 10^{10}}$$

**Вводный контроль***Вариант 4*

1. Решить уравнение:  $2x^2 - 7x + 3 = 0$ .
2. Решить систему уравнений:  $2x - 3y = 1$ ,  
 $3x + y = 7$ .
3. Решить неравенство:  $5(x + 4) < 2(4x - 5)$ .
4. Найти 30% от числа 240.
5. Выполните действие, и результат запишите в виде десятичной дроби:

$$\frac{6,4 \cdot 10^{12}}{8 \cdot 10^{14}}$$

**ОТВЕТЫ к проверочной работе ВВОДНЫЙ КОНТРОЛЬ**

№ варианта	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
1	-2,5; 1	(2;3)	$x < -9$	12	$3,6 \cdot 10^{-4} =$

					0,00036
2	0,4; 1	(-2;5)	$x > -2$	40,5	$6,4 \cdot 10^{-3} =$ 0,0064
3	; 2	(-3;2)	$x < 11$	48	$6 \cdot 10^{-11} =$ 0,0000000000 6
4	0,5; 3	(2;1)	$x < 10$	72	$0,8 \cdot 10^{-2} =$ 0,008

**Тема 1**

**Развитие понятия о числе**

**РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ О ЧИСЛЕ**

**ВАРИАНТ 1**

1. Дайте определение действительных чисел.
2. Дайте определение абсолютной погрешности приближённого числа.
3. Вычислить:

$$\left( \frac{5}{6} - 0,75 \right) \left[ \left( \frac{7}{18} \cdot \frac{14}{27} \cdot \frac{7 \frac{2}{3} - 6 \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{14}}{8 \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} - 1 \frac{1}{6}} - 0,25 \right) + \frac{13}{8} \right]$$

4. При взвешивании купленного риса получилось 3,5 кг, причём известно, что предельная абсолютная погрешность равна 14 г. Определить предельную относительную погрешность и границы истинного значения ( $A$ ) массы купленного риса.

**РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ О ЧИСЛЕ**

**ВАРИАНТ 2**

1. Дайте определение комплексных чисел.
2. Дайте определение относительной погрешности приближённого числа.
3. При взвешивании купленного винограда получилось 6,6 кг, причём известно, что предельная абсолютная погрешность равна 33 г. Определить предельную относительную погрешность и границы истинного значения ( $A$ ) массы купленного винограда.
4. Вычислить:

$$4,5 : \left[ 47,375 - \left( 26 \frac{1}{3} - 18 \cdot 0,75 \right) \cdot 2,4 : 0,88 \right]$$

$$17,81 : 1,37 - 23 \frac{2}{3} : 1 \frac{5}{6}$$

**ОТВЕТЫ**

**«РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ О ЧИСЛЕ»**

№ задани	Вариант 1	Вариант 2
----------	-----------	-----------

я		
1	Совокупность всех рациональных и всех иррациональных чисел образует множество действительных чисел.	Числа вида $z=a+bi$ , где $a$ и $b$ – действительные числа и $i^2=-1$ называются комплексными числами.
2	Величина $\Delta_a= A-a $ , где $A$ – точное значение числа; $a$ – его приближённое значение, называется абсолютной величиной погрешности числа $a$ .	$\delta_a = \frac{\Delta_a}{ a }$ Относительной погрешностью числа $a$ называется отношение абсолютной погрешности к абсолютной величине приближённого значения.
3	1) $A=3,5 \text{ кг}=3500\text{г}; \Delta=14 \text{ г};$ $\delta_a = \frac{\Delta_a}{ a } = \frac{14}{3500} = \frac{1}{250} = 0,004 = (0,4\%)$ . 2) Истинное значение массы $A=3500 \text{ г} (\pm 14 \text{ г})$ или $A=3500 \text{ г} (\pm 0,4\%)$	1) $A=6,6 \text{ кг}=6600\text{г}; \Delta=33 \text{ г};$ $\delta_a = \frac{\Delta_a}{ a } = \frac{33}{6600} = \frac{1}{200} = 0,005 = (0,5\%)$ . Истинное значение массы $A=6600 \text{ г} (\pm 33 \text{ г})$ или $A=6600 \text{ г} (\pm 0,5\%)$
4	2	4

**Тема 2.**

**Уравнения и неравенства.**

**Самостоятельная работа**

по теме: «Решение уравнений и неравенств

С одной переменной»

**Вариант I**

1. Решите уравнение:

1)  $3(x-2) - 5 = 4 - (5x-1);$   
 $\frac{3x+1}{2} = 2 - \frac{4(x-3)}{2}$

2)  $\frac{5}{6x-x^2-6} - \frac{15}{2x-3} = 1$

3)  $\frac{x-1}{x-1} = 1$  ;

4)  $|2x-3| = 5$

2. Решите неравенство:

$\frac{5x-2}{(x-1)(x-2)} - \frac{3-x}{2} > 1$

1)  $\frac{3}{(x-1)(x-2)} \geq 0$

2)  $\frac{x-3}{x-3} \geq 0$  ;

3)  $x^2 + 5x + 4 \geq 0$ .

*Оценка: «3» - 4 примера, «4» - 6 примеров, «5» - 7 примеров*

**Вариант II**

1. Решите уравнение:

1)  $7 - 2(3-x) = 4(x-1) + 5;$   
 $1 - \frac{x-3}{7} = x - \frac{3(5-2x)}{7}$

2)  $\frac{2}{2x+1} + \frac{4x}{2x+1} = 5$  ;

3)  $\frac{x}{x} + \frac{2x+1}{2x+1} = 5$  ;



$$4) |4 - 3x| = 2$$

2. Решите неравенство:

$$1) 3 + \frac{2-3x}{x-2} < 2x;$$

$$2) \frac{(x-3)(x-5)}{x-2} < 0;$$

$$3) x^2 - 5x - 6 \geq 0.$$

*Оценка: «3» - 4 примера, «4» - 6 примеров, «5» - 7 примеров*

### Самостоятельная работа

по теме: «Иррациональные уравнения»

#### Вариант I

Решите уравнение:

$$1) \sqrt{x+1} = 3;$$

$$2) \sqrt{x+3} = \sqrt{5-x};$$

$$3) \sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1;$$

$$4) \sqrt{15+x} + \sqrt{3+x} = 6;$$

$$5) \sqrt{1-2x} - \sqrt{13+x} = \sqrt{x+4};$$

$$6) \sqrt{4x+2} + \sqrt{3x^2+4} = x+2.$$

*Оценка: «3» - 3 примера, «4» - 4 примера, «5» - 5 примеров*

#### Вариант II

Решите уравнение:

$$1) \sqrt{x^2 - 5} = 2;$$

$$2) \sqrt{x+4} = \sqrt{2x-1};$$

$$3) \sqrt{2x+3} = -3-2x;$$

$$4) \sqrt{3-2x} - \sqrt{1-x} = 1;$$

$$5) \sqrt{7x+1} - \sqrt{6-x} = \sqrt{15+2x};$$

$$6) \sqrt{9-\sqrt{36x^2-5x^4}} = 3-x.$$

*Оценка: «3» - 3 примера, «4» - 4 примера, «5» - 5 примеров.*

Тема 3.

Функции. Степенная функция. Логарифмическая функция. Показательная функции.

Самостоятельные работы по теме 3.

Вариант 1

- Постройте график функции  $y=3/x$ 
  - найдите область определения функции;
  - какие значения принимает функция?
  - является ли функция четной или нечетной?
  - укажите промежутки во возрастания (убывания) функции; промежутки, в которых функция принимает положительные (отрицательные) значения.
- Найдите область определения функции:
  - $y=3x-12x^2-9x+10$
  - $y=\sqrt{x^2-4x}$
- Постройте графики функций  $y=2x$  и  $y=x^2$  и найдите координаты точек их пересечения.
- Решите иррациональное уравнение:
  - $\sqrt{5-4x}=3,2$
  - $\sqrt{4x^2-3x}-1=x$
- При каких значениях переменной имеет смысл выражение
  - $\sqrt[3]{a(a-8)}$ ;
  - $\sqrt[3]{b^2+b-12}$ ?

Вариант 2

- Постройте график функции  $y=-2/x$ 
  - найдите область определения функции;
  - какие значения принимает функция?
  - является ли функция четной или нечетной?
  - укажите промежутки во возрастания (убывания) функции; промежутки, в которых функция принимает положительные (отрицательные) значения.
- Найдите область определения функции:
  - $y=6x+23x^2+5x-2$
  - $y=\sqrt{4x+12x^2}$
- Постройте графики функций  $y=4x$  и  $y=x^2$  и найдите координаты точек их пересечения.
- Решите иррациональное уравнение:
  - $\sqrt{2x-3}=1,6$
  - $\sqrt{3x^2+5x+8}=3+x$
- При каких значениях переменной имеет смысл выражение
  - $\sqrt[10]{y-3}$ ;
  - $\sqrt[3]{x+5}$ ;

**Вариант 1.**

**I. Решите уравнения:**

- $5^{x-2} = 25$
- $3^{x-4} = 1$
- $2^{x+2} + 2^x = 5$
- $9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$
- $(15^{x^2+x-2})^{\sqrt{x-4}} = 1$

**Вариант 3. Решите уравнения:**

- $6^{x-3} = 36$
- $5^{x-6} = 1$
- $3^{x+2} + 3^x = 30$
- $4^x - 14 \cdot 2^x - 32 = 0$
- $(0,7^{x-4})^{\sqrt{x^2-2x-15}} = 1$

**Вариант 5 Решите уравнения:**

- $8^{x-9} = 64$

**Вариант 2.**

**I. Решите уравнения:**

- $2^{x+5} = 32$
- $5^{2x} + 8 = 9$
- $3^{x+2} - 3^x = 72$
- $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$
- $(17^{\sqrt{x^2+2x-8}})^{x+3} = 1$

**Вариант 4. Решите уравнения:**

- $5^{x-3} = 125$
- $4^{x+1} - 3 = -2$
- $2^{x+3} - 2^x = 112$
- $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$
- $(15^{x^2+x-2})^{\sqrt{x-4}} = 1$

**Вариант 6 Решите уравнения:**

- $2^{3x-5} = 16;$

<p>2. <math>16^{x+9} - 8 = -7</math></p> <p>3. <math>2^x + 2^{x+3} = 9</math></p> <p>4. <math>9^x - 3^{x+1} = 54</math></p> <p>5. <math>(17^{\sqrt{x^2+2x-8}})^{x+3} = 1</math></p>	<p>2. <math>3^{x^2-5x+2} = 81^{-1}</math></p> <p>3. <math>5^{x-1} + 5^x = 150</math>;</p> <p>4. <math>2 \cdot 2^{2x} - 17 \cdot 2^x + 8 = 0</math></p> <p>5. <math>(0,7^{x-4})^{\sqrt{x^2-2x-15}} = 1</math></p>
<p><b>Вариант 7 . Решите уравнения:</b></p> <p>1. <math>7^{x+10} = 49</math></p> <p>2. <math>3 - 4^{x+5} = 2</math></p> <p>3. <math>3^x + 3^{x+1} = 4</math></p> <p>4. <math>4^x - 3 \cdot 2^x = 4</math></p> <p>5. <math>(15^{x^2+x-2})^{\sqrt{x-4}} = 1</math></p>	<p><b>Вариант 8 Решите уравнения:</b></p> <p>1. <math>3^{2x+7} = 243</math>;</p> <p>2. <math>6^{x-2} - 6^{x-1} = -180</math></p> <p>3. <math>2^{x^2-x-1} = 32</math></p> <p>4. <math>3 \cdot 3^{2x} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0</math></p> <p>5. <math>(17^{\sqrt{x^2+2x-8}})^{x+3} = 1</math></p>

**Ответы к заданиям**

**Вариант 1**

4  
4  
0  
2  
5)-2;1;4.

**Вариант 5**

11  
-9  
0  
2  
-4;-3;2

**Ответы:**

**Вариант 2**

0  
0  
2  
0  
-4;-3;2

**Вариант 6**

3  
2;3  
3  
-1;3  
-3;4;5

**Вариант 3**

5  
6  
1  
4  
-3;4;5

**Вариант 7**

1) -8  
2) -5  
3) 0  
4) 2  
5) -2;1;4

**Вариант 4**

0  
-1  
4  
0;1  
-2;1;4

**Вариант 8**

-1  
4  
-2;3  
-1;2  
-4;-3;2

**Зачёт «Свойства логарифмов и логарифмической функции»**

**Вариант 1**

1. Дайте определение логарифма данного числа по данному основанию.

2. Найдите область определения функции  $y = \log_2 \ln \frac{5-4x}{12x+1}$

3. Вычислит  $e: a \log_3 81; b \log_{\frac{1}{3}} 81; в \log_3 15; г \log_3 3^{1+\log_3 4}; д \log_3 3^{2-\log_3 6}$ .

4. Найдите  $x$ , если  $\log_7 x = 2 \log_7 5 + \frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 125$ .

5. Вычислите  $\frac{3 \lg 2 + \lg 0,25}{\lg 14 - \lg 7}$ .

**Зачёт «Свойства логарифмов и логарифмической функции»  
Вариант 2**

1. Сформулируйте основные свойства логарифмов.
2. Найдите область определения функции  $y = \lg \frac{32-8x}{x+1}$ .
3. Вычислите:  $a \log_5 \frac{1}{25}$ ;  $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{625}$ ;  $b \log_5 125$ ;  $c \log_5 5^{2+\log_5 3}$ ;  $d \log_5 3^{3-\log_5 3}$ .
4. Найдите  $x$ , если  $\log_6 x = \frac{1}{2} \log_6 25 + 2 \log_6 3 - \log_6 9$ .
5. Вычислите  $\frac{3 \log_7 2 - \log_7 24}{\log_7 3 + \log_7 9}$ .

**Зачёт «Свойства логарифмов и логарифмической функции»  
Вариант 3**

1. Какая функция называется логарифмической? Сформулируйте основные свойства логарифмической функции при  $a > 0$ .
2. Найдите область определения функции  $y = \lg \frac{x+5}{7x-1}$ .
3. Вычислите:  $a \log_4 16$ ;  $b \log_{\frac{1}{4}} 16$ ;  $c \log_4 4^{\log_4 3}$ ;  $d \log_4 4^{1+\log_4 5}$ ;  $e \log_4 4^{3-\log_4 8}$
4. Найдите  $x$ , если  $\log_5 x = 2 \log_5 3 + \frac{1}{2} \log_5 49 - \frac{1}{3} \log_5 27$ .
5. Вычислите  $\frac{\lg 81 + \lg 64}{2 \lg 3 + 3 \lg 2}$ .

**Зачёт «Свойства логарифмов и логарифмической функции»  
Вариант 4**

1. Запишите основное логарифмическое тождество.
2. Найдите область определения функции  $y = \ln \frac{x+9}{4x-2}$ .
3. Вычислите:  $a \log_2 \frac{1}{32}$ ;  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$ ;  $b \log_2 7$ ;  $c \log_2 2^{4-\log_2 5}$ ;  $d \log_2 2^{3+\log_2 6}$ .
4. Найдите  $x$ , если  $\log_4 x = \frac{1}{2} \log_4 64 + 2 \log_4 5 - \log_4 20$ .
5. Вычислите  $\frac{\log_3 2 + \log_3 4}{5 \log_3 2 - \log_3 8}$ .

**ОТВЕТЫ к зачёту «Свойства логарифмов и логарифмической функции»**

№ варианта Задание №	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1.	Логарифмом 1) числа $a$ по	$\log_a 1 = 0$ .	Функцию, заданную формулой	1) $D($

	основанию $a$ называется показатель степени, которую нужно возвести основание $a$ , чтобы получить число $b$ . $a^{\log_a b} = b$ .	2) $\log_a a = 1$ . 3) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ . 4) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ . 5) $\log_a x^p = p \log_a x$ .	$y = \log_a x$ , называют логарифмической функцией с основанием $a$ .	$\log_a x = R_{+}$ 2) $E(\log_a x) = R$ . 3) Логарифмическая функция на всей области определения возрастает (при $a > 1$ ) или убывает (при $0 < a < 1$ ).
2.	$(-\frac{1}{12}; \frac{5}{4})$	$(-1; 4)$	$(-\infty; -5) \cup (\frac{1}{7}; \infty)$	$(-\infty; -1) \cup (\frac{1}{2}; \infty)$
3.	а) 4; б) -4; в) 15; г) 12; д) 1,5.	а) -2; б) 4; в) 125; г) 75; д) $\frac{125}{3}$ .	а) 2; б) -2; в) 3; г) 20; д) 8.	а) -5; б) 3; в) 7; г) $\frac{16}{5}$ ; д) 48.
4.	$\frac{6}{5}$	5	21	10
5.	1	$-\frac{1}{3}$	2	$\frac{3}{2}$

### Вариант 1

1. Найдите корень уравнения  $\log_2(7-x) = 6$ .
2. Найдите корень уравнения  $\log_2(8+x) = 3$ .
3. Найдите корень уравнения  $\log_{13}(17-x) = \log_{13}12$ .
4. Найдите корень уравнения  $\log_7(9+x) = \log_72$ .
5. Найдите корень уравнения  $\log_3(x+4) = \log_3(2x-12)$ .
6. Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{9}}(13-x) = -2$ .
7. Найдите корень уравнения  $\log_4(8-5x) = 2\log_43$ .
8. Решите уравнение  $\log_4(x^2+x) = \log_4(x^2+6)$ .
9. Решите уравнение  $\log_2(8+3x) = \log_2(3+x) + 1$ .
10. Решите уравнение  $\log_{x+4}81 = 4$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
11. Решите уравнение  $\log_{x+6}81 = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
12. Найдите корень уравнения  $\log_8 2^{2x-5} = 2$ .
13. Найдите корень уравнения  $2^{\log_4 8x+1} = 9$ .

**Вариант 2**

1. Найдите корень уравнения  $\log_6(3-x) = 2$ .
2. Найдите корень уравнения  $\log_2(3+x) = 5$ .
3. Найдите корень уравнения  $\log_3(14-x) = \log_3 5$ .
4. Найдите корень уравнения  $\log_5(1+x) = \log_5 4$ .
5. Найдите корень уравнения  $\log_4(x+3) = \log_4(4x-15)$ .
6. Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{4}}(9-5x) = -3$ .
7. Найдите корень уравнения  $\log_2(4-x) = 2\log_2 5$ .
8. Решите уравнение  $\log_3(x^2+4x) = \log_3(x^2+4)$ .
9. Решите уравнение  $\log_2(8+7x) = \log_2(8+3x) + 1$ .
10. Решите уравнение  $\log_{x-3} 16 = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
11. Решите уравнение  $\log_{x-1} 32 = 5$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
12. Найдите корень уравнения  $\log_{16} 2^{5x+1} = 3$ .
13. Найдите корень уравнения  $3^{\log_9 5x+4} = 3$ .

**Вариант 3.**

1. Найдите корень уравнения  $\log_2(7-x) = 6$ .
2. Найдите корень уравнения  $\log_2(3+x) = 7$ .
3. Найдите корень уравнения  $\log_7(9-x) = \log_7 8$ .
4. Найдите корень уравнения  $\log_{11}(16+x) = \log_{11} 12$ .
5. Найдите корень уравнения  $\log_7(x+9) = \log_7(5x-7)$ .
6. Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{7}}(7-3x) = -2$ .
7. Найдите корень уравнения  $\log_5(5-5x) = 2\log_5 2$ .
8. Решите уравнение  $\log_5(x^2+4x) = \log_5(x^2+11)$ .
9. Решите уравнение  $\log_2(2-x) = \log_2(2-3x) + 1$ .
10. Решите уравнение  $\log_{x-7} 25 = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
11. Решите уравнение  $\log_{x+6} 32 = 5$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
12. Найдите корень уравнения  $\log_9 3^{6x-1} = 4$ .
13. Найдите корень уравнения  $3^{\log_9 2x+8} = 2$ .

**Вариант 4**

1. Найдите корень уравнения  $\log_3(4-x) = 2$ .
2. Найдите корень уравнения  $\log_2(3+x) = 5$ .
3. Найдите корень уравнения  $\log_3(6-x) = \log_3 7$ .
4. Найдите корень уравнения  $\log_2(16+x) = \log_2 3$ .
5. Найдите корень уравнения  $\log_9(x+6) = \log_9(4x-9)$ .
6. Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{8}}(13-x) = -2$ .
7. Найдите корень уравнения  $\log_2(18-6x) = 4\log_2 3$ .
8. Решите уравнение  $\log_8(x^2+x) = \log_8(x^2-4)$ .

9. Решите уравнение  $\log_2(4+x) = \log_2(2-x) + 2$ .
10. Решите уравнение  $\log_{x+5} 36 = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
11. Решите уравнение  $\log_{x-3} 81 = 4$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
12. Найдите корень уравнения  $\log_{16} \square 2^{2x-1}$
13. Найдите корень уравнения  $2^{\log_{16} 6x+7} = 7$

**Ответы к проверочной работе**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>1 вариант</b>	-57	0	5	-7	16	-68	-0,2	6	-2	-1	3	5,5
<b>2 вариант</b>	-33	29	9	3	6	-11	-21	1	8	7	3	2,2
<b>3 вариант</b>	-57	125	1	-4	4	-14	0,2	2,75	-0,4	12	-4	1,5
<b>4 вариант</b>	-5	29	-1	-13	5	-51	- 10,5	-4	0,8	1	6	4,5

Тема 4.

Тригонометрические функции

**Самостоятельная работа  
по теме «Тригонометрические функции»**

**1 вариант**

- Отметьте на единичной окружности точку  $P_\alpha$ , если: а)  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ , б)  $\alpha = 7\pi$ , в)  $\alpha = \frac{5\pi}{3}$
- Найдите координаты точки  $P_\alpha$  единичной окружности, если  $\alpha$  равно: а)  $2\pi$ , б)  $\frac{3\pi}{4}$ , в)  $\frac{-3\pi}{2}$
- Определите знак числа: а)  $\sin \frac{4\pi}{7}$ , б)  $\cos 3$ , в)  $\sin \frac{2\pi}{3} \cdot \operatorname{tg} 4$
- Найдите область определения и область значений функции: а)  $y = -1.5 + \sin 2x$ , б)  $y = -3 \cos x$

**Самостоятельная работа  
по теме «Тригонометрические функции»**

**2 вариант**

- Отметьте на единичной окружности точку  $P_\alpha$ , если: а)  $\alpha = \frac{-\pi}{4}$ , б)  $\alpha = 4\pi$ , в)  $\alpha = \frac{4\pi}{5}$
- Найдите координаты точки  $P_\alpha$  единичной окружности, если  $\alpha$  равно: а)  $3\pi$ , б)  $\frac{-\pi}{4}$ , в)  $\frac{-\pi}{2}$
- Определите знак числа: а)  $\sin 2$ , б)  $\cos \frac{6\pi}{5}$ , в)  $\cos \frac{3\pi}{11} \cdot \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}$   
Найдите область определения и область значений функции: а)  $y = -4 + \cos x$ , б)  $y = 2,5 \sin 4x$

**Самостоятельная работа  
по теме «Формулы сложения. Формулы двойного угла»**

**1 вариант**

1. Вычислите: а)  $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$  б)  $2 \cos^2 15^\circ \operatorname{tg} 15^\circ$
2. Вычислите: а)  $\cos 225^\circ$  б)  $\sin \frac{3\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} \sin \frac{4\pi}{7}$
3. Докажите тождество:  $\frac{\cos(2\pi - \alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} = \frac{\operatorname{tg} 40^\circ + \operatorname{tg} 5^\circ}{1 - \operatorname{tg} 40^\circ \operatorname{tg} 5^\circ}$

**Самостоятельная работа  
по теме «Формулы сложения. Формулы двойного угла»  
2 вариант**

1. Вычислите: а)  $2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$  б)  $6 \cos^2 \frac{\pi}{12} - 6 \sin^2 \frac{\pi}{12}$
2. Вычислите: а)  $\sin 75^\circ$  б)  $\cos \frac{7\pi}{9} \cos \frac{4\pi}{9} + \sin \frac{7\pi}{9} \sin \frac{4\pi}{9}$
3. Докажите тождество:  $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{\operatorname{tg} 55^\circ - \operatorname{tg} 10^\circ}{1 + \operatorname{tg} 55^\circ \operatorname{tg} 10^\circ}$

**Самостоятельная работа  
по теме «Формулы суммы и разности тригонометрических  
выражений»  
Вариант 1**

1. Преобразуйте в произведение выражение:  $\sin 6\alpha - \sin 4\alpha$
2. Упростите выражения: а)  $\frac{\cos 18^\circ + \cos 42^\circ}{\cos 12^\circ}$ ; б)  $\frac{\sin 3\alpha + \sin \alpha}{\cos 3\alpha - \cos \alpha}$ ; в)  $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$
3. Докажите тождество:  $\frac{\sin 4\alpha + 2 \cos 3\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha - 2 \sin 3\alpha - \cos 2\alpha} = -\operatorname{ctg} 3\alpha$

**Самостоятельная работа  
по теме «Формулы суммы и разности тригонометрических  
выражений»  
Вариант 2**

1. Преобразуйте в произведение выражение:  $\cos 7\alpha - \cos 3\alpha$
2. Упростите выражения: а)  $\frac{\cos 29^\circ - \cos 91^\circ}{\cos 31^\circ}$ ; б)  $\frac{\cos 4\alpha + \cos 2\alpha}{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha}$ ; в)  $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right)$
3. Докажите тождество:  $\frac{\cos \alpha + 2 \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{\sin \alpha + 2 \sin 2\alpha + \sin 3\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha$

**Самостоятельная работа  
по теме «Простейшие тригонометрические уравнения»  
Вариант 1**

1. Вычислите:  $\frac{\operatorname{arctg} 1 + \arccos\left(\frac{-1}{2}\right)}{\arcsin\left(\frac{-1}{2}\right)}$
2. Решите уравнения: а)  $2 \sin x = \sqrt{3}$ ; б)  $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$ ; в)  $\operatorname{tg} 3x = \frac{-\sqrt{3}}{3}$



3. Решите уравнение  $\cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$  и найдите его корни, принадлежащие промежутку  $[0; \pi]$

**Самостоятельная работа  
по теме «Простейшие тригонометрические уравнения»**

**Вариант 2**

1. Вычислите: 
$$\frac{\operatorname{arctg} 0 + \arcsin\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)}{\arccos\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)}$$
2. Решите уравнения: а)  $2 \cos x = 1$ ; б)  $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ ; в)  $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = -\sqrt{3}$
3. Решите уравнение  $\sin 2x + \frac{1}{2} = 0$  и найдите его корни, принадлежащие промежутку  $[0; \pi]$

**Самостоятельная работа**

по теме: «Тригонометрические уравнения»

**Вариант I**

Решите уравнение:

1.  $\sin x = \frac{1}{2}$ ;
2.  $2 \cos \frac{x}{2} + 1 = 0$ ;
3.  $3 \sin^2 x - 5 \sin x - 2 = 0$ ;
4.  $6 \sin^2 x - \cos x + 6 = 0$ ;
- 5.\*  $3 \sin^2 x + \sin x \cos x = 2 \cos^2 x$ ;
- 6.\*  $2 \cos 3x = 3 \sin x + \cos x$ ;
- 7.\*  $\sin 2x + \cos 2x = 2 \operatorname{tg} x + 1$ .

Оценка: «3» - 4 примера; «4» - 5 примеров; «5» - 6 примеров

**Вариант II**

Решите уравнение:

1.  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;
3.  $2 \sin 2x + 1 = 0$ ;
4.  $6 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$ ;
5.  $8 \cos^2 x - 12 \sin x + 7 = 0$ ;
- 5.\*  $2 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x$ ;
- 6.\*  $\cos 3x - \cos 2x = \sin 3x$ ;
- 7.\*  $\sin 2x - \cos 2x = \operatorname{tg} x$ .

*Оценка: «3» - 4 примера; «4» - 5 примеров; «5» - 6 примеров*

Тема 5.  
Последовательности. Понятие о пределе последовательности.

**Самостоятельная работа**  
**Предел последовательности.**  
**Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.**  
**Вариант №1**

1. Вычислить предел последовательности:

- а)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n+2}{n}$  \_\_\_\_\_
- б)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2-n+7}{n^5+3n^2+2}$  \_\_\_\_\_
- в)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n^2+6n-7}{2n^2-3n+4}$  \_\_\_\_\_
- г)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^3-n+11}{n^2+7n-5}$  \_\_\_\_\_
- д)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{12n^5+21n^2-2n+1}{24n^5+13n^6-2}$  \_\_\_\_\_
- е)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2-12x+9}{x^2+4x+4}$  \_\_\_\_\_
- ж)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(3x+1)^2}{x^2+5x+1}$  \_\_\_\_\_
- з)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2+n^3+2n+1}{x^2+5x+1}$  \_\_\_\_\_
- и)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2-20n-3}{n^3-n+1}$  \_\_\_\_\_
- к)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2-n}{n-1}$  \_\_\_\_\_

2. Найдите Сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

1) 0,4; 0,04; 0,004; 0,0004...

2) 0,17; 0,0017; 0,000017...

3) 0,054; 0,0054; 0,00054...

4)  $\frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{36} \dots$

**Самостоятельная работа**  
**Предел последовательности.**  
**Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.**  
**Вариант №2**

1. Вычислить предел последовательности:

- а)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-7}{2x}$
- б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2+3x}{2x^5-7x^3}$
- в)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7n^2-6n+8}{4n^2+2n+6}$
- г)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8n^3-3n+17}{3n^3-61n+1}$
- д)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{14n^5-23n^2+4n-1}{19n^5+13n^4-2n+8}$
- е)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2-17x+11}{3x^2-21x-17}$
- ж)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(5x+1)^2}{7x^2-x+10}$
- з)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2-7x^2+17x-13}{7x^3-8x^2+25}$
- и)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2-11n-3}{7x^2-x+5}$
- к)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8n^2-3n}{n-2}$

2. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

- 1) 0,6; 0,006; 0,0006...
- 2) 0,13; 0,013; 0,0013...
- 3) 0,045; 0,0045; 0,00045...
- 4) 1 ; 1 ; 1 ; 1 ...  
8 16 32 64

Тема 6.  
Предел функции.

**Вариант 1**

**Вариант 2**

Найти указанные пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 4x + 4)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}}{x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 - 36}{x + 6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$$

### Вариант 3

Найти указанные пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 7x - 3)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}}{2x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 5x}{x + 5}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$$

Найти указанные пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} (5 - 3x - x^2)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x}{\sqrt{x+6}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 16}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{5x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$$

### Вариант 4

Найти указанные пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -2} (3 - 4x - x^2)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x}{\sqrt{2x+14}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4 - x}{16 - x^2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x + 3}$$

Тема 7.

Производная.

#### 1 вариант

1. Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 1$$

$$y = x$$

$$y = 2x$$

$$y = x^2$$

$$y = 3x^3 + 3$$

$$y = 4x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4$$

$$y = (2x^3 - 3)(3x^2 - 2)$$

$$y = \frac{5x^2}{(x+1)}$$

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$  (где  $x$  — расстоя-

ние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени  $t = 9$  с.

**2. 2 вариант**

1. Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 2$$

$$y = x$$

$$y = 3x$$

$$y = x^3$$

$$y = 4x^4 + 4$$

$$y = \frac{1}{2}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 2$$

$$y = (3x^3 - 2)(2x^2 - 3)$$

$$y = \frac{3x^2}{(x+2)}$$

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени  $t = 6$  с.

**3 вариант**

1. Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 3$$

$$y = x$$

$$y = 4x$$

$$y = x^4$$

$$y = 5x^5 + 5$$

$$y = 2x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}$$

$$y = (4x^3 - 4)(4x^2 - 4)$$

$$y = \frac{3x^2}{(x+3)}$$

2. Материальная точка движется прямолинейно по

закону  $x(t) = -t^4 + 6t^3 + 5t + 23$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени  $t = 3$  с.

**4 вариант**

1. Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 4$$

$$y = x$$

$$y = 5x$$

$$y = x^5$$

$$y = 6x^3 + 6$$

$$y = \frac{3}{4}x^4 + 2x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 5$$

$$y = (7x - 3)(7x^2 - 2)$$

$$y = \frac{6x^2}{(x + 6)}$$

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = t^2 - 13t + 23$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?

### 5 вариант

1. Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 8$$

$$y = x$$

$$y = 8x$$

$$y = x^2$$

$$y = 8x^3 + 8$$

$$y = 5x^5 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4$$

$$y = (2x^3 - 5)(3x^2 - 5)$$

$$y = \frac{8x^2}{(x + 2)}$$

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

### 6 вариант

1. Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 9$$

$$y = x$$

$$y = 7x$$

$$y = x^2$$

$$y = 2x^3 + 3$$

$$y = \frac{1}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3$$

$$y = (3x^3 - 5)(2x^2 - 5)$$

$$y = \frac{9x^2}{(x + 3)}$$

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{6}t^2 + 4t - 20$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени  $t = 6$  с.

### 7 вариант

1. Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 5$$

$$y = x$$

$$y = 6x$$

$$y = x^2$$

$$y = 7x^2 + 7$$

$$y = \frac{2}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 4$$

$$y = (5x^3 - 5)(2x^2 - 5)$$

$$y = \frac{10x^2}{(x+3)}$$

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = -\frac{1}{4}t^3 + 4t^2 - t + 28$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени  $t = 10$  с.

### 8 вариант

1. Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 6$$

$$y = x$$

$$y = 7x$$

$$y = x^2$$

$$y = 8x^5 + 12$$

$$y = \frac{3}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 + 3x^2 + 8$$

$$y = (2x^2 - 7)(3x^2 - 5)$$

$$y = \frac{7x^2}{(x+2)}$$

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = -\frac{1}{6}t^4 + 3t^3 + 2t^2 - 2t - 13$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени  $t = 3$  с.

**9 вариант**

1. Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 7$$

$$y = x$$

$$y = 12x$$

$$y = x^4$$

$$y = 8x^5 + 11$$

$$y = \frac{4}{5}x^5 + 3x^4 + 5x^2 + 9$$

$$y = (4x^3 - 8)(3x - 5)$$

$$y = \frac{8x^3}{(x + 6)}$$

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{3}t^4 - t^3 + 7t^2 + 6t - 29$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени  $t = 3$  с.

**10 вариант**

1. Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 11$$

$$y = x$$

$$y = 12x$$

$$y = x^2$$

$$y = 2x^4 + 8$$

$$y = 5x^6 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 7$$

$$y = (2x^4 - 8)(2x - 5)$$

$$y = \frac{3x^2}{(x + 7)}$$

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = -t^4 + 6t^3 - 4t^2 + 5t - 5$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени  $t = 3$  с.

**11 вариант**

1. Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)



$$y = 12$$

$$y = x$$

$$y = 13x$$

$$y = x^6$$

$$y = 4x^2 + 6$$

$$y = \frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 + 4$$

$$y = (2x^4 - 1)(3x^2 - 1)$$

$$y = \frac{2x^3}{(x+5)}$$

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{6}t^3 + 7t^2 + t + 9$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени  $t = 4$  с.

### 12 вариант

1. Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 21$$

$$y = x$$

$$y = 22x$$

$$y = x^6$$

$$y = 2x^2 + 3$$

$$y = \frac{2}{6}x^6 + \frac{2}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 + 7$$

$$y = (3x^4 - 2)(x^2 - 1)$$

$$y = \frac{3x^3}{(x+3)}$$

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 8t^2 - 9t + 28$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчета (в метрах),  $t$  — время движения (в секундах). Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени  $t = 2$  с.

### 13 вариант

1. Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 13$$

$$y = x$$

$$y = 14x$$

$$y = x^7$$

$$y = 5x^2 + 6$$

$$y = \frac{3}{6}x^6 + \frac{3}{5}x^5 + 3x^4 + 2$$

$$y = (2x^4 - 2)(3x^2 - 3)$$

$$y = \frac{4x^3}{(x+4)}$$

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{6}t^3 - t^2 + 16$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 96 м/с?

**Самостоятельная работа по теме «Производная». 1 уровень.**

**1 вариант.**

1. Найти производную функции в точке  $x_0$ :
- 1)  $y = 3x^2, x_0 = 1$ ;
  - 2)  $y = \cos x, x_0 = \frac{\pi}{6}$ ;
  - 3)  $y = -2\sin x, x_0 = \frac{\pi}{4}$ ;
  - 4)  $y = 2 + \sqrt{x}, x_0 = 4$ .
2. Найдите производную функции, приведя ее к виду  $k \cdot x^m$ :
- 1)  $y = 3x^2 x^3$ ; 2)  $y = \frac{2}{x^2}$ ; 3)  $y = \frac{1}{3x^5}$ ; 4)  $y = \frac{x^5}{175}$ .
3. Используя формулу производной суммы, найдите производную от функции:
- 1)  $y = x^2 - 5x + \frac{1}{x}$ ;
  - 2)  $y = x(x^2 - 5x + 1)$ ;
  - 3)  $y = \frac{x^3 - 5x^2 + 1}{x}$ .
4. Используя формулы произведения и частного, найдите производные функций:
- 1)  $y = x \cos x$ ;
  - 2)  $y = \frac{x^2}{1+x}$ .
5. Используя правило дифференцирования сложной функции, найдите производную функции:
- 1)  $y = (x^2 - 3x + 1)^7$ ;
  - 2)  $y = \sqrt{x^2 - 3x + 1}$ ;
  - 3)  $y = \operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ ;
  - 4)  $y = \cos^2 x$ .

**Самостоятельная работа по теме «Производная». 1 уровень.**

**2 вариант.**

1. Найти производную функции в точке  $x_0$ :
- 1)  $y = 2x^3, x_0 = -1$ ;
  - 2)  $y = \sin x, x_0 = \frac{\pi}{3}$ ;

$$3) y = -2 \cos x, x_0 = \frac{\pi}{4};$$

$$4) y = 1 + 2\sqrt{x}, x_0 = 9.$$

2. Найдите производную функции, приведя ее к виду  $k \cdot x^m$ :

$$1) y = 2x \cdot x^3; 2) y = \frac{3}{x^3}; 3) y = \frac{1}{2x^4}; 4) y = \frac{x^6}{156}.$$

3. Используя формулу производной суммы, найдите производную от функции

$$4. 1) y = x^3 + 4x^2 - \frac{1}{x^2};$$

$$2) y = x(x^3 + 4x^2 - 1);$$

$$3) y = \frac{x^5 + 4x^4 - 1}{x^2}.$$

5. Используя формулы произведения и частного, найдите производные функций:

$$1) y = x \sin x;$$

$$2) y = \frac{x}{1+x^2}.$$

6. Используя правило дифференцирования сложной функции, найдите производную функции:

$$1) y = (x^2 + 4x - 1)^6;$$

$$2) y = \sqrt{x^2 + 4x - 1};$$

$$3) y = \operatorname{ctg}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right);$$

$$4) y = \sin^2 x.$$

№	1 вариант	2 вариант
1.	<p>Вычислить производную:</p> <p>а) <math>y = \log_2(3 - 5x),</math></p> <p>б) <math>y = \ln(\sin x),</math></p> <p>в) <math>y = \sqrt{x} \log_{0,3}(x^2 + 1),</math></p> <p>г) <math>y = \frac{\log_7(5 - 4x)}{x^3}.</math></p>	<p>Вычислить производную:</p> <p>а) <math>y = \log_{0,3}(5x^2 - 1),</math></p> <p>б) <math>y = \ln(\sqrt{x}),</math></p> <p>в) <math>y = \cos x \log_7(5 - 3x^2),</math></p> <p>г) <math>y = \frac{x^2}{\log_2(5 - 2x)}.</math></p>
2.	<p>Решить уравнение:</p> <p><math>\ln(x - 10) = 2 + \ln 2.</math></p>	<p>Решить неравенство:</p> <p><math>\ln(7 - 2x) \leq 3.</math></p>

3.	Найти промежутки монотонности и экстремумы функции: $f(x) = x^2 \ln x.$	Найти промежутки монотонности и экстремумы функции: $f(x) = x^2 - \ln(7 - 2x).$	
----	--	--	--

№	3 вариант	4 вариант	
---	-----------	-----------	--

<p><b>1.</b></p>	<p>Вычислить производную:</p> <p>а) <math>y = \log_{\sqrt{2}}(2x+7),</math></p> <p>б) <math>y = \ln(\cos x),</math></p> <p>в) <math>y = (2x+5)\log_3(x^2-1),</math></p> <p>г) <math>y = \frac{\ln(x-2x^2)}{\sin x}.</math></p>	<p>Вычислить производную:</p> <p>а) <math>y = \log_{0,7}(3-5x),</math></p> <p>б) <math>y = \ln(x^2-3x+1),</math></p> <p>в) <math>y = (\sqrt{x}+1)\ln\left(\frac{5}{2}x-3\right),</math></p> <p>г) <math>y = \frac{\cos x}{\log_3(x^2+1)}.</math></p>	
------------------	--	--	--

2.	Решить уравнение: $5 \ln^2 x = 1 - 4 \ln x.$	Решить неравенство: $\ln \frac{3-x}{x} \leq 0.$
3.	Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 0,5 \ln x - x \ln 3$ на отрезке $[3; 4,5]$ .	Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2(1 - \ln x)$ на отрезке $[1; e^2]$ .

<p>Вариант №1 Вычислить производные функции:</p> $y = 2\sqrt{x} - 3x^5 + \frac{1}{3}x^6$ $y = \sin 3x + x^2$ $y = e^{3x}$	<p>Вариант №2 Вычислить производные функции:</p> $y = \sqrt{x} - e^{8x+1}$ $y = \frac{1}{27}x + 2x^4 - \cos x$ $y = \ln(x^2 + 9x)$
---	--

<p>Вариант №3 Вычислить производные функции:</p> $y = (5x+2)^6 + x^3$ $y = 4e^x + x^3 - \frac{1}{2}x^4$ $y = \sin(2x^3 + x^2 + 5)$	<p>Вариант №4 Вычислить производные функции:</p> $y = \ln(x^2 + 2x)$ $y = 3 \ln x + x^5 - \frac{1}{12}x$ $y = \sin x^4$
--	---

<p>Вариант №5 Вычислить производные функции:</p> $y = \frac{1}{x^7} + 8x - x^6$ $y = \cos^2(2x+3)$ $y = \ln(\cos 2x)$	<p>Вариант №6 Вычислить производные функции:</p> $y = \sqrt{x^4 + 2x^3 + x}$ $y = 6x^5 + 2x^3 + 5 \quad y = e^{2x+3}$
---	---

Тема 8.  
Приложение производной к исследованию функций..

**Вариант 1.**

- $$f(x) = \frac{x}{2} - x^4$$
- Исследуйте функцию  $f(x) = \frac{x}{2} - x^4$  на максимум и минимум.
  - Исследуйте с помощью производной функцию  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$  и постройте ее график.
  - Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$  на отрезке  $[0; 3]$ .

**Вариант 2.**

1. Исследуйте функцию  $f(x) = x^3 - 3x$  на максимум и минимум.

2. Исследуйте с помощью производной функцию  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 1,5x^2$  и постройте ее график.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 3$  на отрезке  $[0;4]$

**Вариант 3.**

1. Исследуйте функцию  $f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 5$  на максимум и минимум.

2. Исследуйте с помощью производной функцию  $f(x) = 2x^3 - 3x^2$  и постройте ее график.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$  на отрезке  $[-3;5]$

**Вариант 4.**

1. Исследуйте функцию  $f(x) = 12x - x^3$  на максимум и минимум.

2. Исследуйте с помощью производной функцию  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{5}x^5$  и постройте ее график.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = x^3 - 3x$  на отрезке  $[-1,5;2]$

Тема 9. Дифференциал функции.

**Самостоятельная работа**

**Вычислить приближенно с помощью дифференциала.**

1.  $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,76.$

$$f(x) = f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \Delta x$$

$$x_0 = 8$$

$$\Delta x = 7,76 - 8 = -0,24$$

$$f(x_0) = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$f' = 1/(3\sqrt[3]{x^2})$$

$$f'(x_0) = 1/(3 \cdot 4) = 1/12$$

$$f(x) = 2 - 0,24/12 = 1,98$$

Ответ: 1,98

2.  $y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}, \quad x = 1,012.$

$$f(x) = f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \Delta x$$

$$x_0 = 1$$

$$\Delta x = 1,012 - 1 = 0,012$$

$$f(x_0) = \sqrt[3]{1+7} = 2$$

$$f' = (3x^2 + 7)/(3\sqrt[3]{(x^3 + 7x)})$$

$$f'(x_0) = (3+7)/(3 \cdot 2) = 5/3$$

$$f(x) = 2 + 0,06/3 = 2,02$$

Ответ: 2,02



**Вычислить приближенно с помощью дифференциала.**

3.  $y = (x + \sqrt{5 - x^2})/2, \quad x = 0,98.$     4.  $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 27,54.$   
 5.  $y = \arcsin x, \quad x = 0,08.$     6.  $y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}, \quad x = 0,97.$   
 7.  $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 26,46.$     8.  $y = \sqrt{x^2 + x + 3}, \quad x = 1,97.$   
 9.  $y = x^{11}, \quad x = 1,021.$     10.  $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 1,21.$   
 11.  $y = x^{21}, \quad x = 0,998.$     12.  $y = \sqrt[3]{x^2}, \quad x = 1,03.$   
 13.  $y = x^6, \quad x = 2,01.$     14.  $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 8,24.$   
 15.  $y = x^7, \quad x = 1,996.$     16.  $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,64.$   
 17.  $y = \sqrt{4x - 1}, \quad x = 2,56.$     18.  $y = 1/\sqrt{2x^2 + x + 1}, \quad x = 1,016.$   
 19.  $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 8,36.$     20.  $y = 1/\sqrt{x}, \quad x = 4,16.$   
 21.  $y = x^7, \quad x = 2,002.$     22.  $y = \sqrt{4x - 3}, \quad x = 1,78.$   
 23.  $y = \sqrt{x^3}, \quad x = 0,98.$     24.  $y = x^5, \quad x = 2,997.$   
 25.  $y = \sqrt[5]{x^2}, \quad x = 1,03.$     26.  $y = x^4, \quad x = 3,998.$   
 27.  $y = \sqrt{1 + x + \sin x}, \quad x = 0,01.$     28.  $y = \sqrt[3]{3x + \cos x}, \quad x = 0,01.$   
 29.  $y = \sqrt[4]{2x - \sin(\pi x/2)}, \quad x = 1,02.$   
 30.  $y = \sqrt{x^2 + 5}, \quad x = 1,97.$     31.  $y = 1/\sqrt{2x + 1}, \quad x = 1,58.$

**Тема 10. Неопределенный интеграл.**

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1. $\int 7 dx$	1. $\int 5 dx$	1. $\int 3 dx$
2. $\int x^8 dx$	2. $\int x^6 dx$	2. $\int x^3 dx$
3. $\int \frac{1}{x} dx$	3. $\int \frac{1}{x} dx$	3. $\int \frac{1}{x} dx$
4. $\int \sin x dx$	4. $\int \cos x dx$	4. $\int \sin x dx$
5. $\int 8 e^x dx$	5. $\int 4 e^x dx$	5. $\int 5 e^x dx$
6. $\int 4 \cos x dx$	6. $\int 6 \sin x dx$	6. $\int 9 \cos x dx$
7. $\int (7x - 8)^4 dx$	7. $\int (3x + 9)^6 dx$	7. $\int (4x - 3)^5 dx$
8. $\int (7x^2 - 3x^3 + 4x^5) dx$	8. $\int (5x^3 - 4x^2 + 7x^4) dx$	8. $\int (4x^4 + 6x^2 - 8x^7) dx$

- |  |  |  |
|--|--|--|
| 9. $\int \sin(7x - \frac{\pi}{4}) dx$            | 9. $\int \cos(5x - \frac{\pi}{2}) dx$            | 9. $\int \sin(6x - \frac{\pi}{3}) dx$            |
| 10. $\int (8 \cos 4x - 2\sqrt{x} + e^{5x+2}) dx$ | 10. $\int (6 \sin 2x - 6\sqrt{x} + e^{7x-9}) dx$ | 10. $\int (3 \cos 5x - 7\sqrt{x} + e^{8x+1}) dx$ |

Вариант 4

1.  $\int 2 dx$
2.  $\int x^5 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$
5.  $\int 6 e^x dx$
6.  $\int 4 \cos x dx$
7.  $\int (6x - 10)^8 dx$
8.  $\int (6x^3 + 8x^7 - 3x^8) dx$
9.  $\int \sin(9x - \frac{\pi}{5}) dx$
10.  $\int (8 \cos 4x - 2\sqrt{x} + e^{5x+2}) dx$

Вариант 5

1.  $\int 4 dx$
2.  $\int x^9 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \cos x dx$
5.  $\int 3 e^x dx$
6.  $\int 6 \sin x dx$
7.  $\int (5x + 11)^7 dx$
8.  $\int (12x^7 + 6x^5 + 4x^6) dx$
9.  $\int \cos(8x - \frac{\pi}{3}) dx$
10.  $\int (6 \sin 2x - 6\sqrt{x} + e^{7x-9}) dx$

Вариант 6

1.  $\int 6 dx$
2.  $\int x^7 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$
5.  $\int 9 e^x dx$
6.  $\int 9 \cos x dx$
7.  $\int (7x - 2)^3 dx$
8.  $\int (4x^3 + 3x^9 - 5x^2) dx$
9.  $\int \sin(3x - \frac{\pi}{4}) dx$
10.  $\int (3 \cos 5x - 7\sqrt{x} + e^{8x+1}) dx$

Вариант 7

1.  $\int 8 dx$
2.  $\int x^8 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$
5.  $\int 8 e^x dx$
6.  $\int 4 \cos x dx$
7.  $\int (7x - 8)^4 dx$
8.  $\int (7x^2 - 3x^3 + 4x^5) dx$
9.  $\int \sin(7x - \frac{\pi}{4}) dx$
10.  $\int (8 \cos 4x - 2\sqrt{x} + e^{5x+2}) dx$

Вариант 8

1.  $\int 9 dx$
2.  $\int x^6 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \cos x dx$
5.  $\int 4 e^x dx$
6.  $\int 6 \sin x dx$
7.  $\int (3x + 9)^6 dx$
8.  $\int (5x^3 - 4x^2 + 7x^4) dx$
9.  $\int \cos(5x - \frac{\pi}{2}) dx$
10.  $\int (6 \sin 2x - 6\sqrt{x} + e^{7x-9}) dx$

Вариант 9

1.  $\int 10 dx$
2.  $\int x^3 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$
5.  $\int 5 e^x dx$
6.  $\int 9 \cos x dx$
7.  $\int (4x - 3)^5 dx$
8.  $\int (4x^4 + 6x^2 - 8x^7) dx$
9.  $\int \sin(6x - \frac{\pi}{3}) dx$
10.  $\int (3 \cos 5x - 7\sqrt{x} + e^{8x+1}) dx$

Вариант 10

1.  $\int 7 dx$
2.  $\int x^8 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$
5.  $\int 8 e^x dx$
6.  $\int 4 \cos x dx$

Вариант 11

1.  $\int 5 dx$
2.  $\int x^6 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \cos x dx$
5.  $\int 4 e^x dx$
6.  $\int 6 \sin x dx$

Вариант 12

1.  $\int 3 dx$
2.  $\int x^3 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$
5.  $\int 5 e^x dx$
6.  $\int 9 \cos x dx$

- |   |   |   |
|---|---|---|
| 7. $\int (6x-10)^8 dx$                      | 7. $\int (5x+11)^7 dx$                      | 7. $\int (7x-2)^3 dx$                       |
| 8. $\int (7x^2-3x^3+4x^5) dx$               | 8. $\int (5x^3-4x^2+7x^4) dx$               | 8. $\int (4x^4+6x^2-8x^7) dx$               |
| 9. $\int \sin(7x-\frac{\pi}{4}) dx$         | 9. $\int \cos(5x-\frac{\pi}{2}) dx$         | 9. $\int \sin(6x-\frac{\pi}{3}) dx$         |
| 10. $\int (8\cos 4x-2\sqrt{x}+e^{5x+2}) dx$ | 10. $\int (6\sin 2x-6\sqrt{x}+e^{7x-9}) dx$ | 10. $\int (3\cos 5x-7\sqrt{x}+e^{8x+1}) dx$ |

Вариант 13

1.  $\int 2dx$
2.  $\int x^8 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$
5.  $\int 8e^x dx$
6.  $\int 4\cos x dx$
7.  $\int (7x-8)^4 dx$
8.  $\int (7x^2-3x^3+4x^5) dx$
9.  $\int \sin(7x-\frac{\pi}{4}) dx$
10.  $\int (8\cos 4x-2\sqrt{x}+e^{5x+2}) dx$

Вариант 14

1.  $\int 4dx$
2.  $\int x^6 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \cos x dx$
5.  $\int 4e^x dx$
6.  $\int 6\sin x dx$
7.  $\int (3x+9)^6 dx$
8.  $\int (5x^3-4x^2+7x^4) dx$
9.  $\int \cos(5x-\frac{\pi}{2}) dx$
10.  $\int (6\sin 2x-6\sqrt{x}+e^{7x-9}) dx$

Вариант 15

1.  $\int 6dx$
2.  $\int x^3 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$
5.  $\int 5e^x dx$
6.  $\int 9\cos x dx$
7.  $\int (4x-3)^5 dx$
8.  $\int (4x^4+6x^2-8x^7) dx$
9.  $\int \sin(6x-\frac{\pi}{3}) dx$
10.  $\int (3\cos 5x-7\sqrt{x}+e^{8x+1}) dx$

Вариант 16

1.  $\int 8dx$
2.  $\int x^8 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$
5.  $\int 8e^x dx$
6.  $\int 4\cos x dx$
7.  $\int (7x-8)^4 dx$
8.  $\int (7x^2-3x^3+4x^5) dx$
9.  $\int \sin(7x-\frac{\pi}{4}) dx$
10.  $\int (8\cos 4x-2\sqrt{x}+e^{5x+2}) dx$

Вариант 17

1.  $\int 9dx$
2.  $\int x^6 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \cos x dx$
5.  $\int 4e^x dx$
6.  $\int 6\sin x dx$
7.  $\int (3x+9)^6 dx$
8.  $\int (5x^3-4x^2+7x^4) dx$
9.  $\int \cos(5x-\frac{\pi}{2}) dx$
10.  $\int (6\sin 2x-6\sqrt{x}+e^{7x-9}) dx$

Вариант 18

1.  $\int 10dx$
2.  $\int x^3 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$
5.  $\int 5e^x dx$
6.  $\int 9\cos x dx$
7.  $\int (4x-3)^5 dx$
8.  $\int (4x^4+6x^2-8x^7) dx$
9.  $\int \sin(6x-\frac{\pi}{3}) dx$
10.  $\int (3\cos 5x-7\sqrt{x}+e^{8x+1}) dx$

Вариант 19

1.  $\int 11dx$
2.  $\int x^8 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$

Вариант 20

1.  $\int 12dx$
2.  $\int x^6 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \cos x dx$

Вариант 21

1.  $\int 13dx$
2.  $\int x^3 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$

- |   |   |   |
|---|---|---|
| 5. $\int 8e^x dx$                           | 5. $\int 4e^x dx$                           | 5. $\int 5e^x dx$                           |
| 6. $\int 4\cos x dx$                        | 6. $\int 6\sin x dx$                        | 6. $\int 9\cos x dx$                        |
| 7. $\int (7x-8)^4 dx$                       | 7. $\int (3x+9)^6 dx$                       | 7. $\int (4x-3)^5 dx$                       |
| 8. $\int (7x^2-3x^3+4x^5) dx$               | 8. $\int (5x^3-4x^2+7x^4) dx$               | 8. $\int (4x^4+6x^2-8x^7) dx$               |
| 9. $\int \sin(7x-\frac{\pi}{4}) dx$         | 9. $\int \cos(5x-\frac{\pi}{2}) dx$         | 9. $\int \sin(6x-\frac{\pi}{3}) dx$         |
| 10. $\int (8\cos 4x-2\sqrt{x}+e^{5x+2}) dx$ | 10. $\int (6\sin 2x-6\sqrt{x}+e^{7x-9}) dx$ | 10. $\int (3\cos 5x-7\sqrt{x}+e^{8x+1}) dx$ |

Вариант 22

1.  $\int 17dx$
2.  $\int x^8 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$
5.  $\int 8e^x dx$
6.  $\int 4\cos x dx$
7.  $\int (7x-8)^4 dx$
8.  $\int (7x^2-3x^3+4x^5) dx$
9.  $\int \sin(7x-\frac{\pi}{4}) dx$
10.  $\int (8\cos 4x-2\sqrt{x}+e^{5x+2}) dx$

Вариант 23

1.  $\int 15dx$
2.  $\int x^6 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \cos x dx$
5.  $\int 4e^x dx$
6.  $\int 6\sin x dx$
7.  $\int (3x+9)^6 dx$
8.  $\int (5x^3-4x^2+7x^4) dx$
9.  $\int \cos(5x-\frac{\pi}{2}) dx$
10.  $\int (6\sin 2x-6\sqrt{x}+e^{7x-9}) dx$

Вариант 24

1.  $\int 13dx$
2.  $\int x^3 dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4.  $\int \sin x dx$
5.  $\int 5e^x dx$
6.  $\int 9\cos x dx$
7.  $\int (4x-3)^5 dx$
8.  $\int (4x^4+6x^2-8x^7) dx$
9.  $\int \sin(6x-\frac{\pi}{3}) dx$
10.  $\int (3\cos 5x-7\sqrt{x}+e^{8x+1}) dx$

Рейтинг материала: 3,4

Найти неопределённый интеграл, используя таблицу интегралов.

$\int (x^3+2x^2-5) dx$ 1.1	$\int (4x^2+x^5+3) dx$ 1.6	1.11 $\int (6x^5-2x^3+x-1) dx$
1.2 $\int (\frac{5}{3}x^4-x^6+4x-8) dx$	$\int (x^3+\frac{3}{2}x^2-x^4) dx$ 1.7	$\int (\frac{16}{3}x^3+2x^2+x) dx$ 1.12
$\int \sqrt{x^5} dx$ 1.3	$\int \sqrt{x^7} dx$ 1.8	$\int \sqrt{x^6} dx$ 1.13
$\int (\sqrt[3]{x^4}+x^6) dx$ 1.4	$\int (\sqrt[4]{x^5}+\frac{1}{2}x^3) dx$ 1.9	$\int (\sqrt[3]{x^4}-5x^3) dx$ 1.14
$\int (x^4+\sqrt[3]{x^2}+3x^2) dx$ 1.5	$\int (\sqrt{x}+2\sqrt[4]{x^3}+9x^2) dx$ 1.10	$\int (4x^7-\sqrt{x}+\sqrt[5]{x^6}) dx$

<b>Найти неопределённый интеграл, используя таблицу интегралов.</b>		
$\int (4 \cos x + 2 \sin x) dx$ 2.1	$\int \left( \frac{1}{x} + 3e^x \right) dx$ 2.6	$\int \left( \frac{4}{\cos^2 x} - 2e^x \right) dx$ 2.11
$\int \left( \frac{5}{x^3} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$ 2.2	$\int \left( \frac{2}{x^5} - 3 \cos x \right) dx$ 2.7	$\int \left( 2e^x - \frac{8}{x} \right) dx$ 2.12
$\int \frac{dx}{1 + \sin^2 x}$ 2.3	$\int \sqrt{1 - \cos 2x} dx$ 2.8	$\int \operatorname{tg}^2 x dx$ 2.13
$\int \frac{x^2 - 4}{x + 2} dx$ 2.4	$\int \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2} dx$ 2.9	2.14 $\int \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3} dx$
$\int \frac{3x^2 + x^7}{x^2} dx$ 2.5	$\int \frac{x^2 + 7x + 12}{x(x + 3)} dx$ 2.10	$\int \frac{x - 1}{x^2 - x} dx$ 2.15

**Найти неопределённый интеграл методом подстановки.**

$\int (4x - 2)^3 dx$ 3.1	$\int (8x + 1)^5 dx$ 3.6	$\int \dots dx$ 3.11
$\int \frac{5}{2x - 7} dx$ 3.2	$\int \frac{4}{2 + 7x} dx$ 3.7	3.12 $\int \frac{2}{4x - 8} dx$
$\int \sin \left( 5x - \frac{\pi}{3} \right) dx$ 3.3	3.8 $\int 3 \cos \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) dx$	$\int 4 \sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) dx$ 3.13
$\int e^{6x - 9} dx$ 3.4	3.9	$\int 5e^{10x + 2} dx$ 3.14

	$\int 2e^{4-2x} dx$	
3.5 $\int \frac{2}{\cos^2(4x+1)} dx$	$\int \frac{6}{\sin^2(2x-1)} dx$ 3.10	$\int \frac{3}{\cos^2(9x-2)} dx$ 3.15

Найти неопределённый интеграл методом подстановки.

$\int \frac{2x dx}{6+x^2}$ 4.1 $z=6+x^2$	4.4 $z=\ln x \int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$	$\int \operatorname{tg} x dx$ 4.7
$\int \frac{e^x dx}{2+3e^x}$ 4.2 $z=2+3e^x$	4.5 $z=x-3 \int \frac{x^2-x}{(x-3)^2} dx$	$\int x\sqrt{2-x} dx$ 4.8 $z^2=2-x$
$\int \frac{e^{2x} dx}{e^x-1}$ 4.3 $z=e^x-1$	$\int \frac{dx}{x^2\sqrt{1+x^2}}$ 4.6 $x=\frac{1}{z}$	$\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1-\cos 2x}}$ 4.9

Тема 11.  
Определённый интеграл.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1) $\int_{-1}^2 dx$ ;	3) $\int_{-2}^5 x dx$ ;	29) $\int_{-1}^0 x^3 dx$ ;
5) $\int_1^4 (3-2x) dx$ ;	6) $\int_0^1 (x^2+1) dx$ ;	7) $\int_{-1}^0 (x^2+2x) dx$ ;
32) $\int_{-1}^1 x^2 dx$ ;	2) $\int_0^3 5 dx$ ;	25) $\int_0^2  x-1  dx$ ;
18) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ ;	4) $\int_0^1 x^2 dx$ ;	28) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$ ;
10) $\int_2^7 \frac{dx}{x^2}$ ;	14) $\int_2^8 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ ;	11) $\int_1^2 \frac{dx}{3x^6}$ ;
22) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ ;	23) $\int_0^{\pi} (\sin x - 3 \cos x - x) dx$ ;	19) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} dx$ ;

а) $\int_1^3 2x dx;$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx.$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx.$
б) $\int_1^4 (x^2 - 6x + 9) dx;$	б) $\int_{-5}^1 (x^2 + 8x + 16) dx$	$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{8}{\sin^2 4x} dx.$

**Самостоятельная работа по теме: «Определённый интеграл»**

**Вариант 1**

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^1 (5x - 2)^4 dx. \quad 2. \int_0^{\pi/2} \sin 3x dx. \quad 3. \int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \cos(x^2) dx. \quad 4. \int_0^{\ln 2} e^{2x-1} dx. \quad 5. \int_1^2 (x+1) \ln x dx.$$

**Вариант 2**

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^1 e^{2x} dx. \quad 2. \int_0^3 \frac{dx}{4x+2}. \quad 3. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 4. \int_1^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x}} \quad 5. \int_{\pi}^{2\pi} x^2 \sin x dx. \quad .$$

**Вариант 3**

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^1 \frac{dx}{1+4x^2}. \quad 2. \int_1^2 (x^2 - 2x + 3) dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{xdx}{1+x^4}. \quad 4. \int_2^5 \frac{\ln^2 x}{x} dx. \quad 5. \int_1^2 x^2 e^x dx.$$

**Вариант 4**

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}} dx \quad 2. \int_2^6 \sqrt{x-2} dx. \quad 3. \int_0^{1/2} \frac{\arctg 2x}{1+4x^2} dx. \quad 4. \int_2^5 e^{x^2-5} x dx. \quad 5. \int_{\pi}^{2\pi} x^2 \cos x dx. \quad .$$

**Вариант 5**

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}. \quad 2. \int_0^3 \frac{xdx}{(1-x^2)}. \quad 3. \int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2 x \sin x dx. \quad 4. \int_0^2 e^{3x} dx. \quad 5. \int_0^1 \arctg x dx.$$

**Самостоятельная работа по теме: «Определённый интеграл»**

### Вариант 6

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_1^2 \frac{dx}{2x-1}. \quad 2. \int_0^1 2^x dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{x^3 dx}{1+x^4}. \quad 4. \int_2^4 \frac{dx}{x \ln x}. \quad 5. \int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx.$$

### Вариант 7

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 2. \int_0^{\pi/2} \sin 5x dx. \quad 3. \int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \sin(x^2) dx. \quad 4. \int_{-1}^0 \sqrt{x+1} dx. \quad 5. \int_0^{\pi/2} (x^2 + 1) \sin x dx.$$

### Вариант 8

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^1 (2x-7)^2 dx. \quad 2. \int_0^3 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx. \quad 3. \int_0^1 x e^{x^2} dx. \quad 4. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}. \quad 5. \int_0^1 x \cdot \arctg x dx$$

### Вариант 9

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx. \quad 2. \int_2^3 \frac{dx}{4x^2-1}. \quad 3. \int_e^{e^3} \frac{\ln^2 x}{x} dx. \quad 4. \int_3^6 \frac{dx}{\sqrt{x-2}}. \quad 5. \int_0^{2\pi} x^2 \sin x dx.$$

### Вариант 10

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^1 (4x-5)^4 dx. \quad 2. \int_0^{\pi/2} \sin \frac{x}{2} dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+1} dx. \quad 4. \int_2^3 \sqrt{x-2} dx. \quad 5. \int_{\pi/2}^{\pi} x^2 \cos x dx.$$

### Самостоятельная работа по теме: «Определённый интеграл»

### Вариант 11

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^1 e^{-3x} dx. \quad 2. \int_1^e \frac{dx}{(5x-1)}. \quad 3. \int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos x dx. \quad 4. \int_0^{\sqrt{3}/3} \frac{\arctg x}{1+x^2} dx. \quad 5. \int_1^2 x^3 \ln x dx.$$

### Вариант 12

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.



$$1. \int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt{1-3x^2}}. \quad 2. \int_2^6 \sqrt{x-2} dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{x^3 dx}{1+x^8}. \quad 4. \int_0^{\pi/6} e^{\sin x} \cos x dx. \quad 5. \int_{\pi/2}^{\pi} x^2 \sin x dx.$$

### Вариант 13

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^{\pi/3} tg x dx. \quad 2. \int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}. \quad 3. \int_e^{e^2} \frac{\ln x dx}{x}. \quad 4. \int_0^{1/4} x \sin(x^2) dx. \quad 5. \int_2^3 (x^2+2) e^x dx.$$

### Вариант 14

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_1^2 \frac{dx}{2x-1}. \quad 2. \int_0^1 \frac{dx}{x^2+4x+5}. \quad 3. \int_0^{\cos 1} \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx. \quad 4. \int_2^5 \sqrt{x-2} dx. \quad 5. \int_{-1}^0 \arctg x dx.$$

### Вариант 15

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_{-\pi/2}^0 \sin \frac{x}{3} dx. \quad 2. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 3. \int_0^1 x(x^2+1)^3 dx. \quad 4. \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx. \quad 5. \int_0^{\pi/2} x^2 \cos x dx.$$

### Самостоятельная работа по теме: «Определённый интеграл»

#### Вариант 16

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx. \quad 2. \int_0^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-(\ln x)^2}}. \quad 3. \int_0^{1/2} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx. \quad 4. \int_3^4 \sqrt{x-3} dx. \quad 5. \int_0^1 (x^2+3) e^x dx.$$

#### Вариант 17

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx. \quad 2. \int_{-\pi/2}^{-\pi/4} \frac{\cos^3 x dx}{\sqrt[3]{\sin x}}. \quad 3. \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x}{e^x-1} dx. \quad 4. \int_0^{10} \sqrt{10-x} dx. \quad 5. \int_0^{\pi/2} x^2 \sin x dx.$$

#### Вариант 18

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+9x^2}. \quad 2. \int_1^2 (x^4-3x+1) dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{1+x^6}. \quad 4. \int_{-3}^1 \sqrt{x+3} dx. \quad 5. \int_0^1 \ln(1+x^2) dx.$$

### Вариант 19

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_2^3 \frac{dx}{3x-5}. \quad 2. \int_1^2 \frac{dx}{x^2+6x-1}. \quad 3. \int_0^1 \frac{\arctg^2 x dx}{1+x^2}. \quad 4. \int_3^7 \frac{dx}{x \ln^2 x}. \quad 5. \int_0^\pi (x^2+2) \cos x dx.$$

### Вариант 20

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^{\pi/4} \sin 2t \cdot dt. \quad 2. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 3. \int_0^{\sin 1} \frac{\arcsin^2 x dx}{\sqrt{1-x^2}}. \quad 4. \int_{-2}^2 \sqrt{x+2} dx. \quad 5. \int_0^\pi x^2 \cos x dx.$$

### Самостоятельная работа по теме: «Определённый интеграл»

### Вариант 21

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_2^3 \frac{dx}{(x-1)^3}. \quad 2. \int_{\pi/18}^{\pi/24} \operatorname{tg} 6x. \quad 3. \int_0^1 x^2 (x^3-1)^4 dx. \quad 4. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{5-4x}} dx. \quad 5. \int_0^{\sqrt{3}} x \cdot \operatorname{arctg} x dx.$$

### Вариант 22

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^{\pi/4} \cos^2 2x dx. \quad 2. \int_1^{\sqrt[3]{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}. \quad 3. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^3-7}. \quad 4. \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx. \quad 5. \int_0^\pi x^2 \sin x dx.$$

### Вариант 23

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^1 (3x-2)^4 dx. \quad 2. \int_0^{\pi/2} \sin 5x dx. \quad 3. \int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \cos(x^2) dx. \quad 4. \int_0^{\ln 2} (e^x-1) dx. \quad 5. \int_1^2 (x+2) \ln x dx.$$

### Вариант 24

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^1 e^{3x} dx. \quad 2. \int_0^3 \frac{dx}{4x+1}. \quad 3. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 4. \int_1^5 \frac{dx}{\sqrt{3+4x}}. \quad 5. \int_\pi^{2\pi} (x+1) \sin x dx.$$

### Вариант 25

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^1 \frac{dx}{1+3x^2}. \quad 2. \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{2x dx}{1+x^4}. \quad 4. \int_2^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx. \quad 5. \int_1^2 x^2 e^x dx.$$

### Самостоятельная работа по теме: «Определённый интеграл»

#### Вариант 26

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt{1-8x^2}} dx \quad 2. \int_2^6 \sqrt{x-1} dx. \quad 3. \int_0^{1/2} \frac{\arctg 2x}{1+4x^2} dx. \quad 4. \int_3^5 \frac{x dx}{\sqrt{x^2-2}} \quad 5. \int_{\pi}^{2\pi} x^2 \cos x dx.$$

#### Вариант 27

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}. \quad 2. \int_0^{\pi/3} \operatorname{tg} x dx. \quad 3. \int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2 x \sin x dx. \quad 4. \int_0^2 \sqrt{4-x} dx. \quad 5. \int_0^1 \operatorname{arctg} x dx.$$

#### Вариант 28

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_1^2 \frac{dx}{2x-1}. \quad 2. \int_0^1 2^x dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{x^3 dx}{1+x^4}. \quad 4. \int_2^9 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}. \quad 5. \int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx.$$

#### Вариант 29

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 2. \int_0^{\pi/2} \sin 5x dx. \quad 3. \int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \sin(x^2) dx. \quad 4. \int_{-1}^0 \sqrt{x+1} dx. \quad 5. \int_0^{\pi/2} (x^2+1) \sin x dx.$$

#### Вариант 30

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод непосредственного интегрирования или метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

$$1. \int_0^1 (2x-7)^2 dx. \quad 2. \int_0^3 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx. \quad 3. \int_0^1 x e^{x^2} dx. \quad 4. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}. \quad 5. \int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$$

### Тема 13 .Комплексные числа

#### Действия над комплексными числами"

##### Вариант 1

Выполните сложение комплексных чисел в алгебраической

форме:  $(-0,2 - 1,1j) + (-0,8 + 3,6j)$ . Вычисленную сумму изобразите на комплексной плоскости в виде вектора. Выполните деление комплексных чисел в алгебраической

форме:  $\frac{5-4j}{3+3j}$ . Решите квадратное уравнение  $2z^2 - 10z + 13 = 0$ . Выполните умножение комплексных чисел в тригонометрической

форме:  $3(\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ) \cdot 2(\cos 45^\circ + j \sin 45^\circ)$ . Вычислите с помощью формулы

Муавра:  $\left(2\left(\cos \frac{\pi}{12} + j \sin \frac{\pi}{12}\right)\right)^6$ . Ответ запишите в алгебраической форме. Выполните

деление комплексных чисел в показательной форме:  $\frac{\sqrt{2} e^{j\frac{2\pi}{3}}}{0,5 e^{j\frac{\pi}{3}}}$ . Выполните умножение

комплексных чисел в показательной форме:  $(-3+3j) \cdot 4e^{-j\pi}$ . Ответ запишите в

алгебраической форме. Запишите число  $z = \sqrt{3} - j$  в тригонометрической и показательной формах. Аргумент  $\varphi$  числа  $z$  укажите в границах:  $-\pi < \varphi \leq \pi$ . Выполните

действия:  $\frac{32 e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot j}{(\sqrt{3}-j)^4}$ . Ответ запишите в алгебраической форме. Вычислите все значения  $\sqrt[3]{-8}$ .  
Найденные значения запишите в алгебраической форме. Найдите все комплексные корни уравнения  $z^4 - 81 = 0$ . Значения корней запишите в алгебраической форме.

Критерии оценивания работы

Приведенное верное решение каждого задания оценивается одним баллом.

Количество баллов	Оценка
0 - 5	2
6 - 7	3
8 - 9	4
10 - 11	5

Контрольное задание по теме

"Действия над комплексными числами"

Вариант 2

Выполните вычитание комплексных чисел в алгебраической форме:  $(-7,4 + 2j) - (-3,9 - 3j)$ .  
Вычисленную разность изобразите на комплексной плоскости в виде вектора. Выполните

деление комплексных чисел в алгебраической форме:  $\frac{1+2j}{3-4j}$ . Решите квадратное

уравнение  $2z^2 - 2z + 5 = 0$ . Выполните деление комплексных чисел в тригонометрической

форме:  $9(\cos 72^\circ + j \sin 72^\circ) : 3(\cos 25^\circ + j \sin 25^\circ)$ . Вычислите с помощью формулы

Муавра:  $\left(2\left(\cos \frac{\pi}{12} + j \sin \frac{\pi}{12}\right)\right)^4$ . Ответ запишите в алгебраической форме. Выполните

умножение комплексных чисел в показательной форме:  $\frac{1}{3} e^{j\frac{2\pi}{5}} \cdot 9 e^{j\frac{\pi}{3}}$ . Выполните деление  $\frac{2-2j}{0,5e^{-j\frac{\pi}{2}}}$  комплексных чисел в показательной форме:  $0,5e^{-j\frac{\pi}{2}}$ . Ответ запишите в алгебраической форме. Запишите число  $z = -1 - \sqrt{3}j$  в тригонометрической и показательной формах. Аргумент  $\varphi$  числа  $z$  укажите в границах:  $-\pi < \varphi \leq \pi$ . Выполните действия:  $\frac{8e^{-j\frac{5\pi}{6}} \cdot j}{(-1 - \sqrt{3}j)^2}$ . Ответ запишите в алгебраической форме. Вычислите все значения  $\sqrt[4]{-16}$ . Найденные значения запишите в алгебраической форме. Найдите все комплексные корни уравнения  $z^3 - 27 = 0$ . Значения корней запишите в алгебраической форме.

Критерии оценивания работы

Приведенное верное решение каждого задания оценивается одним баллом.

Количество баллов	Оценка
0 - 5	2
6 - 7	3
8 - 9	4
10 - 11	5

Контрольное задание по теме

"Действия над комплексными числами"

Вариант 3

Выполните сложение комплексных чисел в алгебраической форме:  $(-1,4 - 0,3j) + (4,9 - 1,7j)$ . Вычисленную сумму изобразите на комплексной плоскости в виде вектора. Выполните деление

комплексных чисел в алгебраической форме:  $\frac{2-5j}{6-8j}$ . Решите квадратное уравнение  $8z^2 - 4z + 1 = 0$ .

Выполните умножение комплексных чисел в тригонометрической форме:  $5(\cos 42^\circ + j \sin 42^\circ) \cdot 3(\cos 28^\circ + j \sin 28^\circ)$ . Вычислите с помощью формулы

Муавра:  $\left(2\left(\cos \frac{\pi}{24} + j \sin \frac{\pi}{24}\right)\right)^4$ . Ответ запишите в алгебраической форме. Выполните

деление комплексных чисел в показательной форме:  $\frac{3e^{j\frac{3\pi}{4}}}{9e^{j\frac{\pi}{3}}}$ . Выполните умножение

комплексных чисел в показательной форме:  $(4-4j) \cdot 0,5e^{-j\frac{3\pi}{4}}$ . Ответ запишите в алгебраической форме. Запишите число  $z = -\sqrt{3} + j$  в тригонометрической и показательной формах. Аргумент  $\varphi$  числа  $z$  укажите в границах:  $-\pi < \varphi \leq \pi$ . Выполните

действия:  $\frac{2e^{j\pi} \cdot (-j)}{(-\sqrt{3} + j)^3}$ . Ответ запишите в алгебраической форме. Вычислите все значения  $\sqrt[3]{-64}$ . Найденные значения запишите в алгебраической форме. Найдите все комплексные корни уравнения  $z^4 - 1 = 0$ . Значения корней запишите в алгебраической форме.

Критерии оценивания работы

Приведенное верное решение каждого задания оценивается одним баллом.

Количество баллов	Оценка
0 - 5	2
6 - 7	3
8 - 9	4
10 - 11	5

Контрольное задание по теме

"Действия над комплексными числами"

Вариант 4

Выполните вычитание комплексных чисел в алгебраической форме:  $(-2,1 - 3j) - (-5,1 + 2,5j)$ . Вычисленную разность изобразите на комплексной плоскости в виде вектора. Выполните

деление комплексных чисел в алгебраической форме:  $\frac{5 + 4j}{3 - 3j}$ . Решите квадратное уравнение  $13z^2 + 10z + 2 = 0$ .

Выполните деление комплексных чисел в тригонометрической форме:  $8(\cos 85^\circ + j \sin 85^\circ) : 2(\cos 58^\circ + j \sin 58^\circ)$ . Вычислите с помощью формулы

Муавра:  $\left(2\left(\cos \frac{\pi}{4} + j \sin \frac{\pi}{4}\right)\right)^6$ . Ответ запишите в алгебраической форме. Выполните

умножение комплексных чисел в показательной форме:  $\sqrt{2} e^{j\frac{3\pi}{4}} \cdot 5 e^{j\frac{\pi}{6}}$ . Выполните деление

комплексных чисел в показательной форме:  $\frac{-6 + 6j}{2e^{-j\frac{\pi}{4}}}$ . Ответ запишите в алгебраической форме. Запишите число  $z = 1 - \sqrt{3}j$  в тригонометрической и показательной формах.

Аргумент  $\varphi$  числа  $z$  укажите в границах:  $-\pi < \varphi \leq \pi$ . Выполните действия:  $\frac{(1 - \sqrt{3}j)^5}{16 e^{-j\frac{\pi}{6}} \cdot (-j)}$ .

Ответ запишите в алгебраической форме. Вычислите все значения  $\sqrt[4]{-81}$ . Найденные значения запишите в алгебраической форме. Найдите все комплексные корни уравнения  $z^3 - 8 = 0$ . Значения корней запишите в алгебраической форме.

Критерии оценивания работы

Приведенное верное решение каждого задания оценивается одним баллом.

Количество баллов	Оценка
0 - 5	2
6 - 7	3
8 - 9	4
10 - 11	5

Контрольное задание по теме

"Действия над комплексными числами"

Вариант 5

Выполните сложение комплексных чисел в алгебраической

форме:  $(-2,3 + 1,6j) + (-0,7 - 6,1j)$ . Вычисленную сумму изобразите на комплексной плоскости в виде вектора. Выполните деление комплексных чисел в алгебраической

форме:  $\frac{1-2j}{4-3j}$ . Решите квадратное уравнение  $2z^2 + 6z + 17 = 0$ . Выполните умножение комплексных чисел в тригонометрической

форме:  $7(\cos 15^\circ + j \sin 15^\circ) \cdot 2(\cos 29^\circ + j \sin 29^\circ)$ . Вычислите с помощью формулы

Муавра:  $\left(4\left(\cos \frac{\pi}{9} + j \sin \frac{\pi}{9}\right)\right)^3$ . Ответ запишите в алгебраической форме. Выполните деление

комплексных чисел в показательной форме:  $\frac{\sqrt{3} e^{j\frac{4\pi}{5}}}{4 e^{j\frac{\pi}{3}}}$ . Выполните умножение комплексных

чисел в показательной форме:  $(-5 + 5j) \cdot 2e^{-j\frac{\pi}{2}}$ . Ответ запишите в алгебраической форме.

Запишите число  $z = -\sqrt{3} - j$  в тригонометрической и показательной формах. Аргумент  $\varphi$

числа  $z$  укажите в границах:  $-\pi < \varphi \leq \pi$ . Выполните действия:  $\frac{2e^{-j\frac{5\pi}{3}} \cdot (-j)}{(-\sqrt{3} - j)^5}$ . Ответ

запишите в алгебраической форме. Вычислите все значения  $\sqrt[3]{-27}$ . Найденные значения

запишите в алгебраической форме. Найдите все комплексные корни уравнения  $z^4 - 16 = 0$ . Значения корней запишите в алгебраической форме.

Критерии оценивания работы

Приведенное верное решение каждого задания оценивается одним баллом.

Количество баллов	Оценка
0 - 5	2
6 - 7	3
8 - 9	4
10 - 11	5

Контрольное задание по теме  
 "Действия над комплексными числами"  
 Вариант 6

Выполните вычитание комплексных чисел в алгебраической форме:  $(-1,8 - 5j) - (4,2 - 2,5j)$ .  
 Вычисленную разность изобразите на комплексной плоскости в виде вектора. Выполните

деление комплексных чисел в алгебраической форме:  $\frac{5 - 2j}{6 + 8j}$ . Решите квадратное

уравнение  $5z^2 + 2z + 2 = 0$ . Выполните деление комплексных чисел в тригонометрической  
 форме:  $12(\cos 110^\circ + j \sin 110^\circ) : 6(\cos 45^\circ + j \sin 45^\circ)$ . Вычислите с помощью формулы

Муавра:  $\left(4\left(\cos \frac{\pi}{18} + j \sin \frac{\pi}{18}\right)\right)^3$ . Ответ запишите в алгебраической форме. Выполните

умножение комплексных чисел в показательной форме:  $5e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot 1,4e^{j\frac{\pi}{5}}$ . Выполните деление

комплексных чисел в показательной форме:  $\frac{7 - 7j}{\sqrt{2}e^{-j\frac{3\pi}{4}}}$ . Ответ запишите в алгебраической

форме. Запишите число  $z = -1 + \sqrt{3}j$  в тригонометрической и показательной формах.

Аргумент  $\varphi$  числа  $z$  укажите в границах:  $-\pi < \varphi \leq \pi$ . Выполните действия:  $\frac{(-1 + \sqrt{3}j)^3}{4e^{j\frac{7\pi}{6}} \cdot j}$ .

Ответ запишите в алгебраической форме. Вычислите все значения  $\sqrt[4]{-1}$ . Найденные значения  
 запишите в алгебраической форме. Найдите все комплексные корни уравнения  $z^3 - 64 = 0$ .  
 Значения корней запишите в алгебраической форме.

Критерии оценивания работы

Приведенное верное решение каждого задания оценивается одним баллом.

Количество баллов	Оценка
0 - 5	2
6 - 7	3
8 - 9	4
10 - 11	5

Ответы к заданиям

№ задания	Вариант 1	Вариант 2
1.	$-1 + 2,5j$	$-3,5 + 5j$
2.	$\frac{1}{6} - 1,5j$	$-0,2 + 0,4j$
3.	$2,5 \pm 0,5j$	$0,5 \pm 1,5j$



4.	$6(\cos 75^\circ + j \sin 75^\circ)$	$3(\cos 47^\circ + j \sin 47^\circ)$
5.	$64j$	$8 + 8\sqrt{3}j$
6.	$2\sqrt{2}e^{j\frac{7\pi}{15}}$	$3e^{j\frac{11\pi}{15}}$
7.	$12 - 12j$	$4 + 4j$
8.	$2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + j\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right); 2e^{-j\frac{\pi}{6}}$	$2\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + j\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right); 2e^{-j\frac{2\pi}{3}}$
9.	$\sqrt{3} + j$	$-2$
10.	$1 \pm \sqrt{3}j; -2$	$\sqrt{2} \pm \sqrt{2}j; -\sqrt{2} \pm \sqrt{2}j$
11.	$\pm 3; \pm 3j$	$3; -1,5 \pm 1,5\sqrt{3}j$

№ задания	Вариант 3	Вариант 4
1.	$3,5 - 2j$	$3 - 5,5j$
2.	$0,52 - 0,14j$	$\frac{1}{6} + 1,5j$
3.	$0,25 \pm 0,25j$	$-\frac{5}{13} \pm \frac{1}{13}j$
4.	$15(\cos 70^\circ + j \sin 70^\circ)$	$4(\cos 27^\circ + j \sin 27^\circ)$
5.	$8\sqrt{3} + 8j$	$-64j$
6.	$\frac{1}{3}e^{j\frac{5\pi}{12}}$	$5\sqrt{2}e^{j\frac{11\pi}{12}}$
7.	$-2\sqrt{2}$	$-3\sqrt{2}$
8.	$2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + j\sin\frac{5\pi}{6}\right); 2e^{j\frac{5\pi}{6}}$	$2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + j\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right); 2e^{-j\frac{\pi}{3}}$
9.	$0,25$	$-2$
10.	$2 \pm 2\sqrt{3}j; -4$	$1,5\sqrt{2} \pm 1,5\sqrt{2}j; -1,5\sqrt{2} \pm 1,5\sqrt{2}j$
11.	$\pm 1; \pm j$	$2; -1 \pm \sqrt{3}j$

№ задания	Вариант 5	Вариант 6
1.	$-3 - 4,5j$	$-6 - 2,5j$
2.	$2 + j$	$0,14 - 0,52j$
3.	$-1,5 \pm 2,5j$	$-0,4 \pm 0,6j$
4.	$14(\cos 44^\circ + j \sin 44^\circ)$	$2(\cos 65^\circ + j \sin 65^\circ)$

5.	$32 + 32\sqrt{3}j$	$32\sqrt{3} + 32j$
6.	$\frac{\sqrt{3}}{4} e^{j\frac{7\pi}{15}}$	$7e^{j\frac{13\pi}{15}}$
7.	$10 + 10j$	$7j$
8.	$2\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + j\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right); 2e^{-j\frac{5\pi}{6}}$	$2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + j\sin\frac{2\pi}{3}\right); 2e^{j\frac{2\pi}{3}}$
9.	$\frac{1}{16}$	$1 + \sqrt{3}j$
10.	$1,5 \pm 1,5\sqrt{3}j; -3$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}j; -\frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}j$
11.	$\pm 2; \pm 2j$	$4; -2 \pm 2\sqrt{3}j$

Тема 14. Координаты и векторы

Вариант 1.

- 1) Найдите координаты середины отрезка МК, если  $M(16; -14; 2)$ ,  $K(-8; -2; 4)$ .
- 2) Точка С середина отрезка АВ,  $A(2; 4; 6)$ ,  $C(0; 1; 10)$ . Найдите координаты точки В.
- 3) В какой плоскости лежит середина отрезка АВ,  $A(1; -5; 2)$ ,  $B(3; 5; -1)$ .
- 4) В треугольнике АВС  $A(2; 1; 5)$ ,  $B(2; 1; 3)$ ,  $C(0; 1; 1)$ . Найдите длину медианы СМ.

Вариант 2

- 1) Найдите координаты середины отрезка MN, если  $M(12; 3; -4)$ ,  $N(6; -7; -4)$ .
- 2) Точка Р середина отрезка СК,  $P(2; -6; 1)$ ,  $K(3; -1; 7)$ . Найдите координаты точки С.
- 3) В какой плоскости лежит середина отрезка АВ,  $A(2; -5; 2)$ ,  $B(4; 1; -2)$ .
- 4) В треугольнике АВС  $A(3; 1; 2)$ ,  $B(1; 5; 2)$ ,  $C(1; 1; 1)$ . Найдите длину медианы СМ.

Тема 15. Прямая на плоскости и ее уравнение

**Самостоятельная работа  
по теме: «Прямая на плоскости»  
Вариант 1**

**Задание 1**

Треугольник задан вершинами  $A(-3; -3)$ ,  $B(-4; 5)$ ,  $C(3; 1)$ . Выполнить чертеж.

- 1) Составить уравнения сторон треугольника;
- 2) Составить уравнение медианы ВD;
- 3) Найти угол наклона прямой АС к оси Ох.

**Задание 2**

Привести уравнение прямой к каноническому виду  $l: 2x + 3y - 18 = 0$

**Задание 3**

Точка, двигаясь прямолинейно, прошла через положения  $A(-1; 6)$ ,  $B(3; -2)$ . В каких точках она пересечет оси координат?

**Задание 4**

Вычислить длину отрезка прямой  $l: 3x - 4y + 12 = 0$ , заключенного между осями координат.

**Задание 5**

На прямой  $l: 2x - 3y + 6 = 0$  найдите точку М, равноудаленную от точек  $A(3; 0)$ ,  $B(5; 2)$ .

**Самостоятельная работа  
по теме: «Прямая на плоскости»  
Вариант 2**

**Задание 1**

Треугольник задан вершинами  $A(4; -2)$ ,  $B(-4; 2)$ ,  $C(2; 5)$ . Выполнить чертеж.

- 1) Составить уравнения сторон треугольника;
- 2) Составить уравнение медианы CD;
- 3) Найти угол наклона прямой BC к оси Oх.

**Задание 2**

Привести уравнение прямой к каноническому виду  $l: 3x + 7y - 42 = 0$

**Задание 3**

Прямая, проходящая через точку  $(-2; -1)$ , отсекает на оси Oх отрезок  $a = 4$ . Составьте уравнение этой прямой (в общем виде).

**Задание 4**

Вычислить длину отрезка прямой  $l: 3x + 4y + 24 = 0$ , заключенного между осями координат.

**Задание 5**

На прямой  $l: 2x + y - 2 = 0$  найдите точку М, равноудаленную от точек  $A(0; 6)$ ,  $B(1; 5)$ .

**Самостоятельная работа  
по теме: «Прямая на плоскости»  
Вариант 3**

**Задание 1**

Треугольник задан вершинами  $A(0; -3)$ ,  $B(-4; 1)$ ,  $C(2; 3)$ . Выполнить чертеж.

- 1) Составить уравнения сторон треугольника;
- 2) Составить уравнение медианы CD;
- 3) Найти угол наклона прямой AC к оси Oх.

**Задание 2**

Привести уравнение прямой к каноническому виду  $l: 5x - y + 20 = 0$

**Задание 3**

Точка, двигаясь прямолинейно, прошла через положения  $A(5; 2)$ ,  $B(-10; -1)$ . В каких точках она пересечет оси координат?

**Задание 4**

Вычислить длину отрезка прямой  $l: 4x + 3y + 12 = 0$ , заключенного между осями координат.

**Задание 5**

На прямой  $l: 2x - 3y - 3 = 0$  найдите точку М, равноудаленную от точек  $A(1; 2)$ ,  $B(4; 3)$ .

**Самостоятельная работа  
по теме: «Прямая на плоскости»**

## Вариант 4

### Задание 1

Треугольник задан вершинами  $A(3; 2)$ ,  $B(1; -1)$ ,  $C(-4; 1)$ . Выполнить чертеж.

- 1) Составить уравнения сторон треугольника;
- 2) Составить уравнение медианы  $BD$ ;
- 3) Найти угол наклона прямой  $AB$  к оси  $Ox$ .

### Задание 2

Привести уравнение прямой к каноническому виду  $l: -4x + 3y - 24 = 0$

### Задание 3

Прямая, проходящая через точку  $(-3; 2)$ , отсекает на оси  $Oy$  отрезок  $b = 3$ . Составьте уравнение этой прямой (в общем виде).

### Задание 4

Вычислить длину отрезка прямой  $l: 4x - 3y - 24 = 0$ , заключенного между осями координат.

### Задание 5

На прямой  $l: x - 2y - 2 = 0$  найдите точку  $M$ , равноудаленную от точек  $A(3; 1)$ ,  $B(5; -1)$ .

## Самостоятельная работа по теме: «Прямая на плоскости»

### Вариант 5

#### Задание 1

Треугольник задан вершинами  $A(-2; -1)$ ,  $B(-1; 4)$ ,  $C(3; -4)$ . Выполнить чертеж.

- 1) Составить уравнения сторон треугольника;
- 2) Составить уравнение медианы  $AD$ ;
- 3) Найти угол наклона прямой  $AB$  к оси  $Ox$ .

#### Задание 2

Привести уравнение прямой к каноническому виду  $l: 7x - 2y + 28 = 0$

#### Задание 3

Прямая, параллельная оси  $Ox$ , проходит через точку  $(1; 3)$ . Составьте уравнение этой прямой.

#### Задание 4

Вычислить длину отрезка прямой  $l: 3x - 4y - 12 = 0$ , заключенного между осями координат.

#### Задание 5

На прямой  $l: 3x - y - 2 = 0$  найдите точку  $M$ , равноудаленную от точек  $A(-1; 2)$ ,  $B(4; 1)$ .

## Тема 16. Прямые и плоскости в пространстве

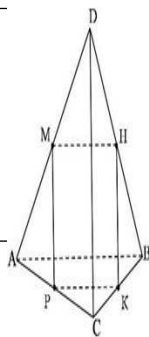


Рис. 1

### Самостоятельная работа

#### Параллельность прямых, прямой и плоскости

##### Вариант 1

A1. На рисунке 1 точки  $M$ ,  $N$  и  $P$  – середины соответственно отрезков  $AD$ ,  $DB$ ,  $AC$ ,  $PK \parallel MN$ .

Найдите периметр четырех угольника  $MNPК$ , если  $AB = 8$  см,  $CD = 10$  см.

A2. Некоторая плоскость  $\alpha$  пересекает боковые стороны AB и CD трапеции ABCD в точках M и K соответственно. Докажите, что  $AD \parallel \alpha$ , если M и K – середины боковых сторон трапеции.

B1. Даны четыре точки A, B, C, D, не лежащие в одной плоскости. Докажите, что прямые, соединяющие середины отрезков AB и CD, AC и BD, AD и BC, пересекаются в одной точке.

Задания A1-A2 соответствуют уровню обязательной подготовки.

### Самостоятельная работа

Параллельность прямых, прямой и плоскости

#### Вариант 2

A1. На рисунке 1 точка A – середина отрезка PK,  $AB \parallel CD$ ,  $BC \parallel AD$ ,  $BC \parallel PM$ ,  $CD \parallel HK$ . Найдите PM и HK, если  $CD = 16$  дм,  $BC = 8$  дм.

A2. Плоскость  $\alpha$  пересекает стороны BA и BC треугольника ABC в точках H и K соответственно. Докажите, что  $AC \parallel \alpha$ , если H и K – середины сторон AB и BC.

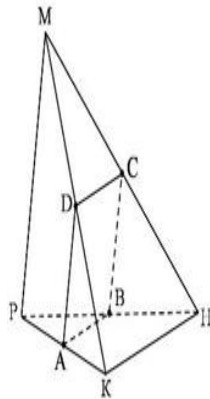


Рис. 1

B1. Даны четыре точки A, B, C, D, не лежащие в одной плоскости.

Докажите, что

любые две из трех прямых, соединяющие середины отрезков AB и

CD, AC и BD,

AD и BC, лежат в одной плоскости.

Задания A1-A2 соответствуют уровню обязательной подготовки.

### Тема 17. Многогранники.

#### Вариант 1.

1. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см. Высота призмы равна 10 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.
2. Апофема правильной треугольной пирамиды равна 2 см и наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите высоту пирамиды.
3. Найдите боковую поверхность прямоугольного параллелепипеда, если стороны основания 6 см и 8 см, а его диагональ наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ .
4. Радиус окружности, описанной около основании правильной четырехугольной пирамиды, равен  $3\sqrt{2}$  см, а апофема – 10 см. Вычислите полную поверхность пирамиды.

#### Вариант 2.

1. Найдите площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда, если стороны оснований равны 2 см и 3 см, а диагональ параллелепипеда  $\sqrt{38}$  см.
2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 2 см и наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите высоту пирамиды.
3. В основании призмы лежит ромб со сторонами 6 см и острым углом  $30^\circ$ . Высота призмы 6 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.
4. Апофема правильной треугольной пирамиды равна 6 см, а радиус окружности, вписанной в основание, равен  $\sqrt{3}$  см. Вычислите полную поверхность пирамиды.

#### Вариант 3.

1. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетом 5 см и гипотенузой 13 см. Высота призмы 8 см.

#### Вариант 4.

1. В основании прямоугольного параллелепипеда лежит квадрат со стороной 1 см. Диагональ

<p>Найдите площадь полной поверхности призмы.</p> <p>2. Апофема правильной треугольной пирамиды равна 4см и наклонена к плоскости основания под углом <math>60^\circ</math>. Найдите высоту пирамиды.</p> <p>3. Основание прямоугольного параллелепипеда – квадрат. Найдите боковую поверхность параллелепипеда, если высота его равна 6 см, а диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол <math>45^\circ</math>.</p> <p>4. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 4см, а плоский угол при вершине пирамиды <math>60^\circ</math>. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.</p>	<p>параллелепипеда <math>\sqrt{6}</math> см. Найдите площадь поверхности параллелепипеда.</p> <p>2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 12см и наклонено к плоскости основания под углом <math>45^\circ</math>. Найдите высоту пирамиды.</p> <p>3. В основании призмы лежит равносторонний треугольник, площадь которого <math>9\sqrt{3}</math> см<sup>2</sup>. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если высота в <math>\sqrt{3}</math> раз больше стороны основания.</p> <p>4. Апофема правильной треугольной пирамиды равна 6см, а плоский угол при вершине пирамиды <math>90^\circ</math>. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.</p>
<p>Вариант 5.</p> <p>1. Найдите площадь диагонального сечения прямоугольного параллелепипеда, высота которого равна 12 см, а стороны основания 8 см и 6 см.</p> <p>2. Апофема правильной треугольной пирамиды равна 10см и наклонена к плоскости основания под углом <math>45^\circ</math>. Найдите высоту пирамиды.</p> <p>3. В основании прямой призмы лежит равнобокая трапеция с основаниями 4 см и 10 см, боковой стороной 5см. Боковое ребро призмы равно 10 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.</p> <p>4. Площадь основания правильной четырехугольной пирамиды <math>36\text{см}^2</math>, а ее боковая поверхность <math>60\text{см}^2</math>. Найдите апофему пирамиды.</p>	<p>Вариант 6.</p> <p>1. В основании прямой призмы лежит прямоугольник со стороной 6 см и диагональю 10 см. Боковое ребро призмы равно 10 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.</p> <p>2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 2см и наклонено к плоскости основания под углом <math>45^\circ</math>. Найдите высоту пирамиды.</p> <p>3. В основании прямой призмы лежит треугольник со сторонами 5см, 5см, 6см, диагональ меньшей боковой грани составляет угол <math>45^\circ</math> с боковым ребром. Найдите боковую поверхность призмы.</p> <p>4. Боковая грань правильной четырехугольной пирамиды наклонена к плоскости основания под углом <math>60^\circ</math>. Площадь основания пирамиды <math>1\text{см}^2</math>. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.</p>
<p>Вариант 7.</p> <p>1. Площадь диагонального сечения прямоугольного параллелепипеда равна <math>35\text{см}^2</math>. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда, если стороны основания 3 см и 4 см.</p> <p>2. Апофема правильной треугольной пирамиды равна 8см и наклонена к плоскости основания под углом <math>60^\circ</math>. Найдите высоту пирамиды.</p> <p>3. В основании призмы лежит треугольник со сторонами 7 см, 5 см, 6 см. Высота призмы 4 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.</p> <p>4. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 3см. Боковая грань наклонена к плоскости основания под углом <math>45^\circ</math>. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.</p>	<p>Вариант 8.</p> <p>1. В основании прямой призмы лежит ромб с диагоналями 6см и 8см, боковое ребро призмы равно 20см. Найдите площадь полной поверхности призмы.</p> <p>2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 12см и наклонено к плоскости основания под углом <math>60^\circ</math>. Найдите высоту пирамиды.</p> <p>3. В правильной треугольной призме диагональ боковой грани образует со стороной основания угол <math>30^\circ</math> и равна 4см. Найдите боковую поверхность призмы.</p> <p>4. Основание пирамиды – треугольник со сторонами 5 см, 12 см и 13 см. Найдите высоту пирамиды, если все боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом <math>45^\circ</math>.</p>
<p>Тема 18. Тела и поверхности вращения</p>	

### Самостоятельная работа № 1 «Цилиндр»

#### Вариант 1

Прямоугольник со сторонами, равными  $3a$  и  $2a$ , вращается сначала вокруг одной стороны, затем – вокруг другой. Вычислите отношение площадей полных поверхностей и площадей боковых поверхностей полученных тел вращения.

Через образующую цилиндра проведены две взаимно перпендикулярные плоскости. Площади полученных сечений  $S_1$  и  $S_2$ . Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

Плоскость  $\alpha$  пересекает основания цилиндра по хордам, длины которых равны 16 см и 12 см. Вычислите тангенс угла наклона плоскости  $\alpha$  к плоскостям оснований цилиндра, если радиус оснований цилиндра 10 и высота 30 см.

#### Вариант 2

Прямоугольник со сторонами, равными  $4a$  и  $3a$ , вращается сначала вокруг одной стороны, затем – вокруг другой. Вычислите отношение площадей полных поверхностей и площадей боковых поверхностей полученных тел вращения.

Через образующую цилиндра проведены две взаимно перпендикулярные плоскости. Площадь одного из полученных сечений  $S_0$ , площадь осевого сечения цилиндра  $S$ . Найдите площадь другого полученного сечения.

Плоскость  $\alpha$  пересекает основания цилиндра по хордам, длины которых равны 24 см и 32 см. Вычислите тангенс угла наклона плоскости  $\alpha$  к плоскостям оснований цилиндра, если радиус оснований цилиндра 20 и высота 50 см.

### Самостоятельная работа № 2 «Конус»

#### Вариант 1

Угол при вершине осевого сечения конуса равен  $2\alpha$ , радиус основания конуса равен  $R$ . Найдите площадь полной поверхности конуса.

Высота конуса равна  $h$ , радиус основания  $R$ . Через вершину конуса проведена плоскость, отсекающая от окружности основания дугу в  $60^\circ$ . Вычислите площадь сечения.

Найдите площадь осевого сечения усеченного конуса, если его высота  $h$ , образующая  $L$  и площадь боковой поверхности  $S$ .

#### Вариант 2

Угол между образующей конуса и его основанием равен  $\alpha$ , радиус основания конуса  $R$ . Найдите площадь полной поверхности конуса.

Высота конуса равна  $h$ , радиус основания  $R$ . Через вершину конуса проведена плоскость, отсекающая от окружности основания дугу в  $90^\circ$ . Вычислите площадь сечения.

Найдите площадь боковой поверхности усеченного конуса, если его высота  $h$ , образующая  $L$  и площадь осевого сечения  $S$ .

### Самостоятельная работа № 3 «Сфера»

#### Вариант 1

Сфера радиуса 6 см касается плоскости треугольника  $ABC$  в центре описанной около него окружности. Найдите расстояние от центра сферы до вершин треугольника, если  $AB=3$  см,  $AC=4$  см,  $BC=5$  см.

Определите расстояние между центрами сфер, которые заданы уравнениями  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z = 5$  и  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + 6z = 7$

Сфера проходит через три вершины ромба со стороной, равной 6 см, и углом  $60^\circ$ . Найдите расстояние от центра сферы до четвертой вершины ромба, если радиус сферы равен 10 см.

#### Вариант 2

Сфера радиуса 1,5 см касается плоскости треугольника  $ABC$  в центре вписанной в него окружности. Найдите расстояние от центра сферы до сторон треугольника, если  $AB=6$  см,  $AC=8$  см,  $BC=10$  см.

Определите расстояние между центрами сфер, которые заданы уравнениями  $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y - 4z = 5$  и  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z = 11$

Сфера проходит через три вершины ромба со стороной, равной 8 см, и углом  $60^\circ$ . Найдите расстояние от центра сферы до четвертой вершины ромба, если радиус сферы равен 10 см.

#### **Самостоятельная работа № 4 «Объемы прямоугольного параллелепипеда, прямой призмы и цилиндра»**

##### **Вариант 1**

Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если площади трех его граней равны  $6 \text{ см}^2$ ,  $18 \text{ см}^2$  и  $12 \text{ см}^2$ .

В основании прямой призмы лежит ромб с острым углом  $\alpha$ . Меньшая диагональ призмы равна  $d$  и составляет с плоскостью основания угол  $\beta$ . Вычислите объем призмы.

Центры  $O_1$  и  $O_2$  оснований цилиндра имеют координаты  $(0;1;1)$  и  $(4;1;1)$ . Одна из точек окружности основания с центром  $O_2$  имеет координаты  $(4;3;-2)$ . Найдите объем цилиндра.

##### **Вариант 2**

Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если площади трех его граней равны  $15 \text{ см}^2$ ,  $45 \text{ см}^2$  и  $75 \text{ см}^2$ .

В основании прямой призмы лежит ромб с острым углом  $\alpha$ . Большая диагональ призмы равна  $d$  и составляет с плоскостью основания угол  $\beta$ . Вычислите объем призмы.

Центры  $O_1$  и  $O_2$  оснований цилиндра имеют координаты  $(2;3;3)$  и  $(-2;3;3)$ . Одна из точек окружности основания с центром  $O_1$  имеет координаты  $(2;5;-1)$ . Найдите объем цилиндра.

#### **Самостоятельная работа № 5 «Объемы наклонной призмы, пирамиды и конуса»**

##### **Вариант 1**

В наклонной призме боковое ребро равно  $L$ , площадь основания  $S$ . Угол между плоскостями основания и перпендикулярного боковому ребру сечения равен  $\varphi$ . Найдите объем призмы.

Стороны оснований правильной усеченной треугольной пирамиды равны  $a$  и  $b$  ( $b > a$ ). Боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Вычислите объем пирамиды.

Найдите объем и площадь поверхности тела, полученного при вращении треугольника со сторонами 6 см, 25 см и 29 см вокруг прямой, проходящей через вершину меньшего угла треугольника параллельно меньшей его стороне.

##### **Вариант 2**

В наклонной призме боковое ребро равно  $L$ . Угол между плоскостями основания и перпендикулярного боковому ребру сечения равен  $\varphi$ . Объем призмы равен  $V$ . Найдите площадь основания.

Стороны оснований правильной усеченной треугольной пирамиды равны  $a$  и  $b$  ( $b > a$ ). Боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Вычислите объем пирамиды.

Найдите объем и площадь поверхности тела, полученного при вращении треугольника со сторонами 13 см, 14 см и 15 см вокруг прямой, проходящей через вершину среднего по величине угла треугольника параллельно средней его стороне.

#### **Самостоятельная работа № 6 «Объем шара и площадь сферы»**

##### **Вариант 1**

Сфера и два ее взаимно перпендикулярных сечения имеют единственную общую точку.

Площади сечений равны  $11\pi \text{ см}^2$  и  $14\pi \text{ см}^2$ . Найдите объем шара и площадь сферы.

Плоскость, перпендикулярная радиусу шара, делит его на части в отношении 2:1, считая от центра шара. Площадь сечения шара этой плоскостью равна  $20\pi \text{ см}^2$ . Вычислите объем



меньшего шарового сегмента.

Круговой сектор с углом наклона  $\alpha$  и хордой авращается вокруг одного из ограничивающих его радиусов. Найдите объем получившегося шарового сектора.

### **Вариант 2**

Сфера и два ее взаимно перпендикулярных сечения имеют единственную общую точку.

Площади сечений равны  $13\pi$  см<sup>2</sup> и  $23\pi$  см<sup>2</sup>. Найдите объем шара и площадь сферы.

Плоскость, перпендикулярная радиусу шара, делит его на части в отношении 3:1, считая от центра шара. Площадь сечения шара этой плоскостью равна  $63\pi$  см<sup>2</sup>. Вычислите объем меньшего шарового сегмента.

Круговой сектор с углом наклона  $\alpha$  и радиусом  $R$  вращается вокруг одного из ограничивающих его радиусов. Найдите объем получившегося шарового сектора.

## **Самостоятельная работа № 7 «Комбинации круглых тел»**

### **Вариант 1**

В цилиндр вписан шар радиуса  $R$ . Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.

Вокруг конуса с образующей  $L$  и радиусом основания  $R$  описана сфера. Определите радиус сферы.

В конус вписан цилиндр, у которого диагонали осевого сечения соответственно параллельны двум образующим конуса. Образующая конуса равна  $L$  и составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Найдите объем цилиндра и площадь его боковой поверхности.

### **Вариант 2**

В цилиндр высотой  $h$  вписан шар. Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.

Вокруг конуса с высотой  $h$  и радиусом основания  $R$  описана сфера. Определите радиус сферы.

В конус вписан цилиндр, у которого диагонали осевого сечения соответственно параллельны двум образующим конуса. Образующая конуса составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$ , радиус основания конуса равен  $R$ . Найдите объем цилиндра и площадь его боковой поверхности.

## **Самостоятельная работа № 8 «Комбинации многогранников и круглых тел»**

### **Вариант 1**

Образующая конуса равна  $L$  и составляет угол  $\alpha$  с плоскостью основания. В конус вписана правильная треугольная пирамида. Найдите объем пирамиды.

Длина стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равна  $a$ , боковая грань составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Определите радиус описанной сферы.

В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 2 см и 4 см.

Диагональ большей боковой грани образует с основанием угол в  $30^\circ$ . В призму вписан цилиндр. Найдите объем цилиндра.

### **Вариант 2**

Высота конуса равна  $h$ . Образующая конуса составляет угол  $\alpha$  с плоскостью основания. В конус вписана правильная треугольная пирамида. Найдите объем пирамиды.

Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно  $b$ , боковая грань составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Определите радиус описанной сферы.

В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 4 см и 6 см.

Диагональ большей боковой грани образует с основанием угол в  $60^\circ$ . В призму вписан цилиндр. Найдите объем цилиндра

## **ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ ПО ГЕОМЕТРИИ**

### ***Контрольная работа***

*«Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей»*

### ***Вариант 1***

1. Что такое стереометрия.
  2. Какие прямые в пространстве называются параллельными?
  3. Дана плоскость  $\beta$  и прямые  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Известно, что одна из данных прямых параллельна плоскости  $\beta$ . Назовите эту прямую, если прямая  $a$  параллельна прямой  $c$ , прямые  $b$  и  $c$  пересекаются, а прямая  $c$  лежит в плоскости  $\beta$ . Сделайте рисунок и прокомментируйте его с помощью математических знаков.
  4. Через точки  $A$ ,  $B$  и середину  $M$  отрезка  $AB$  проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $M_1$  соответственно. Найти длину отрезка  $MM_1$ , если  $AA_1=13$ м,  $BB_1=7$ м, причём отрезок  $AB$  не пересекает плоскость  $\alpha$ .
  5. Через конец  $A$  отрезка  $AB$  проведена плоскость. Через конец  $B$  и точку  $C$  этого отрезка проведены параллельные прямые  $B_1$  и  $C_1$ . Найдите длину отрезка  $BB_1$ , если  $CC_1=21$  см,  $AC : BC = 3 : 4$ .
- 

### **Контрольная работа**

*«Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей»*

#### **Вариант 2**

1. Назовите основные фигуры в пространстве.
  2. Какие прямые в пространстве называются скрещивающимися?
  3. Дана плоскость  $\beta$  и прямые  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Известно, что одна из данных прямых параллельна плоскости  $\beta$ . Назовите эту прямую, если прямая  $b$  параллельна прямой  $c$ , прямые  $a$  и  $b$  пересекаются, а прямая  $c$  лежит в плоскости  $\beta$ . Сделайте рисунок и прокомментируйте его с помощью математических знаков.
  4. Через точки  $A$ ,  $B$  и середину  $M$  отрезка  $AB$  проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $M_1$  соответственно. Найти длину отрезка  $MM_1$ , если  $AA_1=3$ м,  $BB_1=17$ м, причём отрезок  $AB$  не пересекает плоскость  $\alpha$ .
  5. Через конец  $A$  отрезка  $AB$  проведена плоскость. Через конец  $B$  и точку  $C$  этого отрезка проведены параллельные прямые  $B_1$  и  $C_1$ . Найдите длину отрезка  $BB_1$ , если  $CC_1=26$  см,  $AB : AC = 15 : 13$ .
- 

### **Контрольная работа**

*«Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей»*

#### **Вариант 3**

1. Сформулируйте теорему о трёх точках?
  2. Что значит: прямая и плоскость параллельны?
  3. Дана плоскость  $\beta$  и прямые  $a$ ,  $b$  и  $c$ , причём две из трёх данных прямых параллельны. Назовите параллельные прямые, если прямая  $a$  лежит в плоскости  $\beta$ , прямая  $b$  параллельна плоскости  $\beta$ , а прямая  $c$  пересекает плоскость  $\beta$ . Сделайте рисунок и прокомментируйте его с помощью математических знаков.
  4. Через концы отрезка  $AB$  и его середину  $M$  отрезка  $AB$  проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1$ ,  $B_1$  и  $M_1$ . Найти длину отрезка  $MM_1$ , если отрезок  $AB$  не пересекает плоскость  $\alpha$  и если  $AA_1=10$ м,  $BB_1=14$ м.
  5. Через конец  $A$  отрезка  $AB$  проведена плоскость. Через конец  $B$  и точку  $C$  этого отрезка проведены параллельные прямые  $B_1$  и  $C_1$ . Найдите длину отрезка  $BB_1$ , если  $AB=8$  см,  $AC : CC_1 = 2 : 3$ .
-

## Контрольная работа

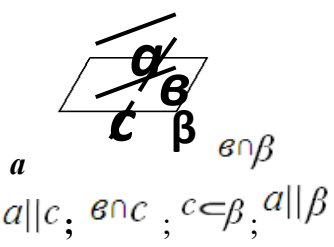
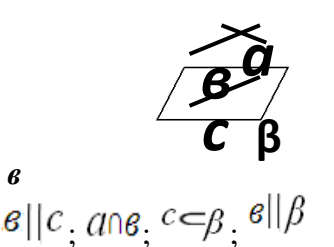
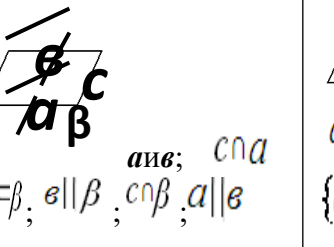
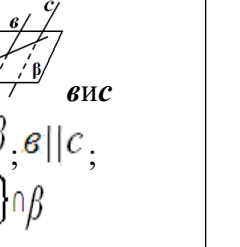
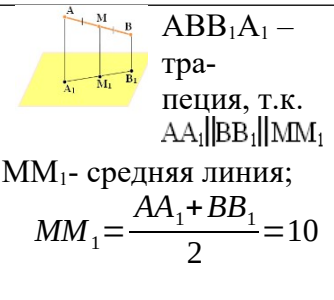
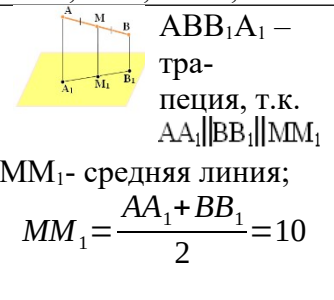
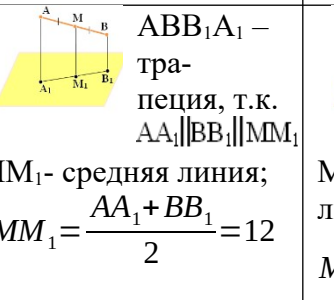
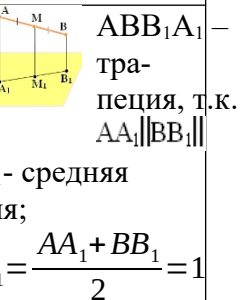
### «Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей»

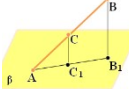
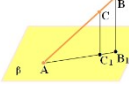
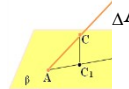
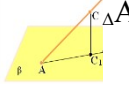
#### Вариант 4

1. Сформулируйте теорему о прямой и точке.
2. Какие плоскости называются параллельными?
3. Дана плоскость  $\beta$  и прямые  $a$ ,  $v$  и  $c$ , причём две из трёх данных прямых параллельны. Назовите параллельные прямые, если прямая  $a$  лежит в плоскости  $\beta$ , а прямые  $v$  и  $c$  пересекают плоскость  $\beta$ . Сделайте рисунок и прокомментируйте его с помощью математических знаков.
4. Через концы отрезка  $AB$  и его середину  $M$  отрезка  $AB$  проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1$ ,  $B_1$  и  $M_1$ . Найти длину отрезка  $MM_1$ , если отрезок  $AB$  не пересекает плоскость  $\alpha$  и если  $AA_1=12$ м,  $BB_1=8$ м.
5. Через конец  $A$  отрезка  $AB$  проведена плоскость. Через конец  $B$  и точку  $C$  этого отрезка проведены параллельные прямые  $V_1$  и  $C_1$ . Найдите длину отрезка  $BB_1$ , если  $CC_1=14$  см,  $AB : BC = 10 : 3$ .

#### Ответы к контрольной работе

### «Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей»

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1	<p><b>Стереометрия</b> – это раздел геометрии, в котором изучаются фигуры в пространстве.</p>	<p>Основными фигурами в пространстве являются <b>точка, прямая и плоскость</b>.</p>	<p>Через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, и притом только одну.</p>	<p>Через прямую и не лежащую на ней точку можно провести плоскость, и притом только одну.</p>
2	<p>Две прямые в пространстве называются <b>параллельными</b>, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.</p>	<p>Прямые, которые не пересекаются и не лежат в одной плоскости, называются <b>скрещивающимися</b>.</p>	<p><b>Прямая и плоскость параллельны</b> – значит, они не пересекаются, то есть не имеют общих точек.</p>	<p>Две плоскости называются <b>параллельными</b>, если они не пересекаются, то есть не имеют общих точек.</p>
3	 <p><math>a \parallel c; v \cap c; c \subset \beta; a \parallel \beta</math></p>	 <p><math>v \parallel c; a \cap v; c \subset \beta; v \parallel \beta</math></p>	 <p><math>a \cap v; c \cap a; a \cap \beta; v \parallel \beta; c \cap \beta; a \parallel v</math></p>	 <p><math>a \subset \beta; v \parallel c; \{v; c\} \cap \beta</math></p>
4	 <p><math>ABB_1A_1</math> – трапеция, т.к. <math>AA_1 \parallel BB_1 \parallel MM_1</math></p> <p><math>MM_1</math> – средняя линия;</p> $MM_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} = 10$	 <p><math>ABB_1A_1</math> – трапеция, т.к. <math>AA_1 \parallel BB_1 \parallel MM_1</math></p> <p><math>MM_1</math> – средняя линия;</p> $MM_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} = 10$	 <p><math>ABB_1A_1</math> – трапеция, т.к. <math>AA_1 \parallel BB_1 \parallel MM_1</math></p> <p><math>MM_1</math> – средняя линия;</p> $MM_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} = 12$	 <p><math>ABB_1A_1</math> – трапеция, т.к. <math>AA_1 \parallel BB_1 \parallel MM_1</math></p> <p><math>MM_1</math> – средняя линия;</p> $MM_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} = 1$

<b>5</b>	 $\frac{BB_1}{CC_1} = \frac{AB}{AC}$ $BB_1 = \frac{CC_1 \cdot AB}{AC} = \frac{21 \cdot 7}{3} = 49$	 $\frac{BB_1}{CC_1} = \frac{AB}{AC}$ $BB_1 = \frac{CC_1 \cdot AB}{AC} = \frac{26 \cdot 15}{13} = 30$	 $\frac{BB_1}{CC_1} = \frac{AB}{AC}$ $BB_1 = \frac{CC_1 \cdot AB}{AC} = \frac{3 \cdot 8}{2} = 12$	 $\frac{BB_1}{CC_1} = \frac{AB}{AC}$ $BB_1 = \frac{CC_1 \cdot AB}{AC} = \frac{14 \cdot 7}{7} = 14$
----------	---	---	---	---

*Контрольная работа «МНОГОГРАННИКИ»*

**Вариант 1**

1. Дайте определение прямой призмы.
2. Что такое параллелепипед?
3. Что такое многогранник?
4. Задача: У параллелепипеда три грани имеют площади  $2 \text{ м}^2$ ,  $4 \text{ м}^2$  и  $5 \text{ м}^2$ . Чему равна полная поверхность параллелепипеда?
5. Задача: Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами  $9$  и  $12 \text{ см}$ , все боковые рёбра равны  $12,5 \text{ м}$ . Найдите объём пирамиды.

*Контрольная работа «МНОГОГРАННИКИ»*

**Вариант 2**

1. Дайте определение правильной призмы.
2. Что такое куб?
3. Чем является точка пересечения диагоналей параллелепипеда?
4. Задача: У параллелепипеда три грани имеют площади  $3 \text{ м}^2$ ,  $6 \text{ м}^2$  и  $7 \text{ м}^2$ . Чему равна полная поверхность параллелепипеда?
5. Задача: Боковые рёбра наклонной треугольной призмы равны  $15 \text{ м}$ , а расстояния между содержащими их параллельными прямыми  $26 \text{ м}$ ,  $25 \text{ м}$  и  $17 \text{ м}$ . Найдите объём призмы.

*Контрольная работа «МНОГОГРАННИКИ»*

**Вариант 3**

1. Дайте определение правильной пирамиды.
2. Какой многогранник называется правильным?
3. Что такое линейные размеры прямоугольного параллелепипеда?
4. Задача: Измерения прямоугольного параллелепипеда  $15 \text{ м}$ ,  $50 \text{ м}$  и  $36 \text{ м}$ . Найдите ребро равновеликого ему куба.
5. Задача: Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна  $7 \text{ см}$ , а сторона основания  $8 \text{ см}$ . Найдите боковое ребро.

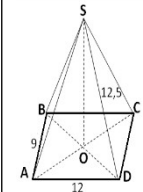
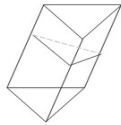
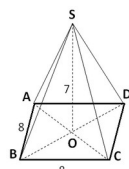
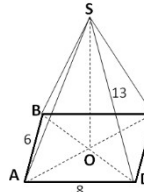
*Контрольная работа «МНОГОГРАННИКИ»*

**Вариант 4**

1. Дайте определение апофемы правильной пирамиды.
2. Какой параллелепипед называется прямоугольным?
3. Чему равна боковая поверхность прямой призмы?

4. Задача: Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям: 2 см, 3 см, 6 см.
5. Задача: Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 13 см. Вычислите высоту пирамиды.
- 

**Ответы к контрольной работе «Многогранники»**

№ варианта № задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1.	Призма называется прямой, если её боковые рёбра перпендикулярны основаниям.	Прямая призма называется правильной, если её основания являются правильными многоугольниками.	Пирамида называется правильной, если её основанием является правильный многоугольник, а основание высоты совпадает с центром этого многоугольника.	Высота боковой грани правильной пирамиды, проведённая из её вершины, называется апофемой.
2.	Если основания призмы есть параллелограмм, то она называется параллелепипедом.	Прямоугольный параллелепипед, у которого все рёбра равны, называется кубом.	Выпуклый многогранник называется правильным, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число рёбер.	Прямой параллелепипед, у которого основанием является прямоугольник, называется прямоугольным параллелепипедом.
3.	Многогранник – это такое тело, поверхность которого состоит из конечного числа плоских многоугольников.	Точка пересечения диагоналей параллелепипеда является его центром симметрии.	Длины непараллельных рёбер прямоугольного параллелепипеда называют его линейными размерами.	Боковая поверхность прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы, т.е. на длину бокового ребра.
4.	$S_n = 2(2+4+5) = 22 \text{ см}^2.$	$S_n = 2(3+6+7) = 32 \text{ см}^2.$	$V_n = V_k$ $V_n = abc = 15 \cdot 50 \cdot 36$ $V_k = a^3 \Rightarrow$ $a = \sqrt[3]{15 \cdot 50 \cdot 36} = 30 \text{ (м)}$	$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 = 2^2 + 3^2 + 6^2 = 49$ $\Rightarrow d = \sqrt{49} = 7 \text{ (см)}$
5.	 $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$ $S_{осн} =$	 $V = S_{осн} \cdot l$ $S_{осн} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$		 $SO = h$ $AC = BD = \sqrt{AD^2 + CD^2}$

	$=9 \cdot 12 =$ $= 108 \text{ см}^2$ $BD = \sqrt{9^2 + 12^2} =$ $\sqrt{225} =$ $= 15 \text{ (см)}$ $OD = \frac{1}{2}BD = 7,5 \text{ см}$ $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} =$ $= \sqrt{12,5^2 - 7,5^2} = \sqrt{100}$ $=$ $= 10 \text{ (см)}$ $V = \frac{1 \cdot 108}{3} \cdot 10 =$ $= 360 \text{ (см}^3\text{)}.$	$p = \frac{26+25+17}{32} = 34$ ; $S_{\text{осн.}} =$ $\frac{1}{2} \sqrt{34(34-26)(34-25)(34-17)}$ $=$ $= 204;$ $V = 20$ $4 \cdot 15 = 3060 \text{ (см}^3\text{)}$	$BD = \sqrt{2 \cdot 8^2} = 8\sqrt{2}$ $\sqrt{2 \cdot 8^2} = 8\sqrt{2}$ $OD = \frac{1}{2}BD = 4\sqrt{2}$ $SD = \sqrt{SO^2 + OD^2} = 9$ $\sqrt{49+32} = 9 \text{ (см)}$	$= 10 \text{ (см)}$ $OD = \frac{1}{2}BD = 5 \text{ см}$ $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} =$ $= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} =$ $= 12 \text{ см}.$
--	--	--	---	---

### **Контрольная работа «ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ»**

#### **Вариант 1**

6. Дайте определение цилиндра. Нарисуйте цилиндр, укажите его образующую, радиус и осевое сечение.
7. Какой конус называется прямым? Сделать рисунок.
8. Какая плоскость называется диаметральной плоскостью шара? Что такое большой круг? Сделать рисунок.
9. Задача: Куча щебня имеет коническую форму, радиус основания которой 4 м, а образующая 5 м. Найдите объём щебня.
10. Задача: Найти площадь сечения шара радиусом 25 см плоскостью, проведённой на расстоянии 20 см от центра шара.

### **Контрольная работ «ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ»**

#### **Вариант 2**

1. Дайте определение конуса. Нарисуйте конус, укажите его образующую, радиус, высоту и осевое сечение.
2. Какой цилиндр называется прямым? Сделать рисунок.
3. Какая плоскость называется касательной к шару? Сделать рисунок.
4. Задача: Объём шара равен  $288\pi \text{ см}^3$ . Найдите площадь поверхности шара.
5. Задача: Площадь боковой поверхности конуса равна  $15\pi \text{ см}^2$ , а площадь его основания на  $6\pi \text{ см}^2$  меньше. Найдите объём конуса.

### **Контрольная работа «ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ»**

#### **Вариант 3**

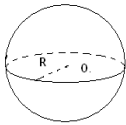
1. Дайте определение шара. Нарисуйте шар, укажите его центр, радиус.
2. Укажите виды сечений цилиндра и сделайте рисунки.
3. Какая фигура получится при вращении равнобедренного треугольника вокруг его оси симметрии? Сделайте рисунок.
4. Задача: Радиус цилиндра равен 5 см, площадь боковой поверхности вдвое больше площади основания. Найдите объём цилиндра.
5. Задача: Плоскость проходит на расстоянии 6 см от центра шара. Радиус сечения равен 8 см. Найдите площадь поверхности шара.

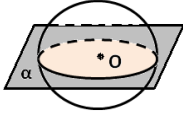
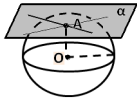
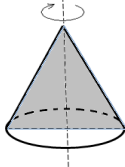
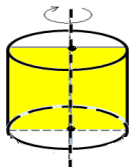
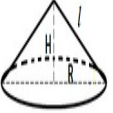


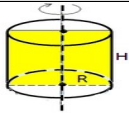
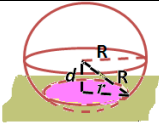
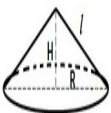
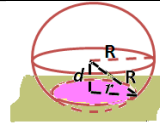
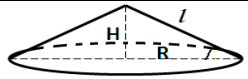
**Контрольная работа «ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ»**

**Вариант 4**

1. Почему шар является телом вращения. Сделайте рисунок. Дайте определение сферы.
2. Что такое усечённый конус? Сделайте рисунок.
3. Какая фигура получится при вращении прямоугольника вокруг его оси симметрии? Сделайте рисунок.
4. **Задача:** Площадь осевого сечения цилиндра равна  $64 \text{ см}^2$ . Найдите площадь его боковой поверхности.
5. **Задача:** Найти объём тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с гипотенузой  $24 \text{ см}$  и острым углом  $30^\circ$  вокруг меньшего катета.

**Ответы к контрольной работе № 5 «Тела вращения»**

№ варианта № задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1	<p><b>Цилиндром</b> называется тело, которое состоит из двух кругов (<b>оснований</b>), не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков (<b>образующих</b>), соединяющих соответствующие точки этих кругов.</p> 	<p><b>Конусом</b> называется тело, которое состоит из круга – <b>основания конуса</b>, точки, не лежащей в плоскости этого круга, – <b>вершины конуса</b> и всех отрезков (<b>образующих</b>), соединяющих вершину конуса с точками основания</p> 	<p><b>Шаром</b> называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки. Эта точка называется <b>центром шара</b>, а данное расстояние – <b>радиусом шара</b>.</p> 	<p><b>Шар</b> получается при вращении полукруга вокруг его диаметра как оси.</p>  <p>Граница шара называется сферой.</p>
2	<p><b>Конус</b> называется <b>прямым</b>, если прямая, соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.</p> 	<p><b>Цилиндр</b> называется <b>прямым</b>, если его образующие перпендикулярны плоскостям оснований.</p> 	<p>Осевое сечение</p>  <p>сечения параллельные оси и плоскости основания</p>	<p>Плоскость, параллельная основанию конуса и пересекающая конус, отсекает от него меньший конус. Оставшаяся часть называется <b>усечённым конусом</b>.</p> 

3	Плоскость, проходящая через центр шара, называется <b>диаметральной</b> . 	 Плоскость, проходящая через точку А шаровой поверхности и перпендикулярная радиусу, проведённому в точку А, называется <b>касательной плоскостью</b> .	 конус	 цилиндр
4	 $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \sqrt{l^2 - R^2} =$	 $S_n = 4\pi R^2$ $S_n = 4\pi R^2; V = \frac{4}{3}\pi R^3$ $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 6; S_n = 144$	 $V = S_{\text{осн.}} \cdot H = \pi R^2 H$ $S_{\text{бок.}} = 2S_{\text{осн.}}$ $2\pi R H = 2\pi R^2; R = H$ $V = \pi 5^2 \cdot 5 = 125\pi \text{ см}^3$	 $S_{\text{ос.сеч.}} = 2R H$ $S_{\text{бок.}} = 2\pi R H =$ $= S_{\text{ос.сеч.}} \cdot \pi = 64\pi \text{ см}^2$
5	 $S_{\text{сеч.}} = \pi r^2$ $r^2 = R^2 - d^2 =$ $625 - 400 = 225$ $S_{\text{сеч.}} = 225\pi \text{ см}^2$	 $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H S_{\text{осн.}} = S_{\text{б}}$ $V = \frac{1}{3} \pi 3^2 \cdot 4 = 12\pi \text{ см}^3$	 $S_n = 4\pi R^2$ $R = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ $S_n = 4\pi 10^2 = 400\pi \text{ см}^2$	 $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$ $H = l \sin 30^\circ = 24 \cdot \frac{1}{2} = 12$ $R = l \cos 30^\circ = 24 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$ $V = \frac{1}{3} \pi (12\sqrt{3})^2 \cdot 12 = 1728\pi \text{ см}^3$

**Тесты по теме:** «Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия. Параллельность прямых и плоскостей»

### ВАРИАНТ № 1

Задание	Вариант ответа
1. Продолжи предложение: <i>Стереометрия – это раздел геометрии, в котором изучаются фигуры....</i>	а) на плоскости; б) в пространстве; в) на прямой.
2. Какие прямые в пространстве называются параллельными?	а) если ни лежат в одной плоскости и не пересекаются; б) если они лежат в одной плоскости и пересекаются; в) если они лежат в разных плоскостях и не пересекаются.
3. На рис.1 скрещивающимися являются прямые:	а) $AB$ и $BB_1$ ;



	б) $AB$ и $D_1C_1$ ; в) $AB$ и $A_1D_1$ .
4. Записать, используя математическую символику: <i>Плоскость <math>\alpha</math> пересекает плоскость <math>\beta</math> по прямой <math>a</math>.</i>	а) $\alpha\beta=a$ ; б) $\alpha\cap\beta=a$ ; в) $\alpha\in\beta=a$ .
5. Как прочесть запись: $[AB] a; a \in \alpha$ ?	а) отрезок $AB$ принадлежит прямой $a$ , не лежащей в плоскости $\alpha$ ; б) отрезок $AB$ лежит на прямой $a$ , не принадлежащей плоскости $\alpha$ ; в) точки $A$ и $B$ лежат на прямой $a$ , не принадлежащей плоскости $\alpha$ ;
6. Точки $A, B, C$ и $D$ не лежат в одной плоскости	а) прямые $AB$ и $CD$ пересекаются; б) прямые $AB$ и $CD$ не пересекаются.
7. Прямые $AB$ и $CD$ не лежат в одной плоскости	а) прямые $AC$ и $BD$ не лежат в одной плоскости; б) прямые $AC$ и $BD$ лежат в одной плоскости;
8. Может ли при параллельном проектировании параллелограмма получиться трапеция?	а) может, так как при параллельном проектировании параллельность не сохраняется; б) не может, так как при параллельном проектировании параллельность сохраняется.
9. Через точки $A, B$ и середину $M$ отрезка $AB$ проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость $\alpha$ в точках $A_1, B_1, M_1$ соответственно. Найти отрезок $M_1M_1$ , если $AA_1=3m$ ; $BB_1=17m$ , причем $AB$ не пересекает плоскость $\alpha$ .	а) $M_1M_1=10m$ ; б) $M_1M_1=6\frac{2}{3}m$ ; в) $M_1M_1=20m$ .
10. Дано: $\triangle ABC$ ; $\alpha\parallel AB$ ; $AC\cap\alpha=A_1$ ; $BC\cap\alpha=B_1$ ; $AB=15$ см; $AA_1:AC=2:3$ . Найти $A_1B_1$ -?	а) $A_1B_1=45$ см; б) $A_1B_1=5$ см; в) $A_1B_1=10$ см.

## ВАРИАНТ № 2

Задание	Вариант ответа
2. Продолжи предложение: <i>Основными фигурами в пространстве являются....</i>	а) точка и прямая; б) точка и плоскость; в) точка, прямая и плоскость.
2. Какие прямые называются скрещивающимися?	а) прямые, которые не пересекаются и не лежат в одной плоскости; б) прямые, которые пересекаются и лежат в одной плоскости; в) прямые, которые не пересекаются и лежат в одной плоскости.
3. На рис.1 параллельными являются прямые:	а) $A_1A$ и $BC$ ;

	б) $A_1 D_1$ и $BC$ ; в) $A_1 B_1$ и $BC_1$ .
4. Записать, используя математическую символику: <i>Прямая <math>a</math> пересекает плоскость <math>\alpha</math> в точке <math>A</math>.</i>	а) $a \cap \alpha = A$ ; б) $a \in \alpha$ ; в) $a \cap \alpha = A$ .
5. Как прочесть запись: $\{A;B\} \in a$ ; $a \in a$ ?	а) отрезок $AB$ принадлежит прямой $a$ , лежащей в плоскости $\alpha$ ; б) точки $A$ и $B$ принадлежат прямой $a$ , которая лежит в плоскости $\alpha$ ; в) точки $A$ и $B$ лежат на прямой $a$ , не принадлежащей плоскости $\alpha$ ;
6. Могут ли прямые $a$ и $b$ пересекаться? $c \parallel b$ .	а) нет; б) могут.
7. Четыре точки не лежат в одной плоскости. Могут ли какие-нибудь три из них лежать на одной прямой?	а) могут; б) не могут.
8. Может ли проекция параллелограмма при параллельном проектировании быть квадратом?	а) может, так как при параллельном проектировании параллельность сохраняется; б) не может, так как при параллельном проектировании параллельность не сохраняется.
9. Через точки $A$ , $B$ и середину $M$ отрезка $AB$ проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость $\alpha$ в точках $A_1$ , $B_1$ , $M_1$ соответственно. Найти отрезок $M_1 M_1$ , если $AA_1 = 13$ м; $BB_1 = 7$ м, причем $AB$ не пересекает плоскость $\alpha$ .	а) $M_1 M_1 = 2^{1/7}$ м; б) $M_1 M_1 = 20$ м; в) $M_1 M_1 = 10$ м.
10. Дано: $\triangle ABC$ ; $\alpha \parallel AB$ ; $AC \cap \alpha = A_1$ ; $BC \cap \alpha = B_1$ ; $AB = 8$ см; $AA_1 : AC = 5 : 3$ . Найти $A_1 B_1$ -?	а) $A_1 B_1 = 1$ см; б) $A_1 B_1 = 3$ см; в) $A_1 B_1 = 4$ см.

### ВАРИАНТ № 3

	Задание	Вариант ответа
3.	Продолжи предложение: <i>В стереометрии свойства геометрических фигур устанавливаются путём доказательства соответствующих....</i>	а) аксиом; б) теорем; в) задач.
2.	Что значит: прямая и плоскость параллельны?	а) прямая и плоскость не пересекаются; б) прямая и плоскость пересекаются и лежат в одной плоскости; в) прямая и плоскость не пересекаются, то есть не имеют общих точек.

3. На рис.1 скрещивающимися являются прямые:	а) $A_1A$ и $BC$ ; б) $A_1D_1$ и $BC$ ; в) $A_1B_1$ и $AB$ .
4. Записать, используя математическую символику: <i>Плоскость <math>\alpha</math> пересекает плоскость <math>\beta</math> по прямой <math>c</math>.</i>	а) $\alpha \beta = c$ ; б) $\alpha \beta = c$ ; в) $\alpha \cap \beta = c$ .
5. Как прочесть запись: $[BC] \in c$ ; $c \alpha$ ?	а) отрезок $BC$ принадлежит прямой $c$ , лежащей в плоскости $\alpha$ ; б) точки $C$ и $B$ принадлежат прямой $c$ , которая лежит в плоскости $\alpha$ ; в) точки $A$ и $B$ лежат на прямой $c$ , не принадлежащей плоскости $\alpha$ ;
6. Точки $K, L, M$ и $N$ не лежат в одной плоскости	а) прямые $KL$ и $MN$ пересекаются; б) прямые $KL$ и $MN$ не пересекаются.
7. Плоскости $\alpha$ и $\beta$ параллельны плоскости $\gamma$ . Могут ли плоскости $\alpha$ и $\beta$ пересекаться?	а) могут; б) не могут.
8. Дана параллельная проекция треугольника. Чем изображается проекция средней линии треугольника?	а) средней линией, так как при параллельном проектировании сохраняется отношение отрезков; б) средней линией, так как при параллельном проектировании не сохраняется отношение отрезков.
9. Через точки $A, B$ и середину $M$ отрезка $AB$ проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость $\alpha$ в точках $A_1, B_1, M_1$ соответственно. Найти отрезок $M_1M_1$ , если $AA_1=25$ дм; $BB_1=5$ дм, причем $AB$ не пересекает плоскость $\alpha$ .	а) $M_1M_1=5$ дм; б) $M_1M_1=30$ дм; в) $M_1M_1=15$ дм.
10. Дано: $\triangle ABC$ ; $\alpha \parallel AB$ ; $AC \cap \alpha = A_1$ ; $BC \cap \alpha = B_1$ ; $AB=24$ см; $AA_1: AC=5:1$ . Найти $A_1B_1$ -?	а) $A_1B_1=6$ см; б) $A_1B_1=3$ см; в) $A_1B_1=4$ см.

Ключ к тесту  
по теме:

**«Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия. Параллельность прямых и плоскостей»:**

**ВАРИАНТ № 1:** б, а, в, б, б, б, а, б, а, б

**ВАРИАНТ № 2:** в, а, б, в, б, а, б, а, в, б.

**ВАРИАНТ № 3:** б, в, а, в, а, б, б, а, в, в.

### Математический диктант «ВЕКТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ»

(на 10 – 15 минут)

#### Вариант № 1

1. Что называется вектором в пространстве?
2. Дайте определение действий над векторами: скалярного произведения.
3. Дайте определение координат вектора с началом в точке  $A_1(x_1; y_1; z_1)$  и концом в точке  $A_2(x_2; y_2; z_2)$ .
4. Какие вектора называются равными.
5. Какие вектора называются противоположно направленными?

**Математический диктант «ВЕКТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ»**

(на 10 – 15 минут)

**Вариант № 2**

1. Какие вектора называются коллинеарными?
2. Что такое абсолютная величина вектора?
3. Какие вектора называются одинаково направленными?
4. Дайте определение действий над векторами: сложения и умножения.
5. Что такое нулевой вектор?

**ОТВЕТЫ**

**на математический диктант  
«ВЕКТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ»**

<b>№ варианта</b>	<b>Вариант № 1</b>	<b>Вариант № 2</b>
<b>№ задания</b>		
<b>1.</b>	Вектором в пространстве называется направленный отрезок.	Два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.
<b>2.</b>	Скалярным произведением векторов $(\vec{a}_1; \vec{a}_2; \vec{a}_3)$ и $(\vec{b}_1; \vec{b}_2; \vec{b}_3)$ называется число $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ . $\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}  \cdot  \vec{b}  \cos \varphi$ .	Абсолютной величиной вектора $ \vec{AB} $ называют число $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .
<b>3.</b>	Координатами вектора с началом в точке $A_1(x_1; y_1; z_1)$ и концом в точке $A_2(x_2; y_2; z_2)$ называются числа $x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1$ .	Векторы $\vec{AB}$ и $\vec{CD}$ называются одинаково направленными, если полупрямые AB и CD одинаково направлены.
<b>4.</b>	Вектора называются равными, если они сонаправлены и их длины равны (если они совмещаются параллельным переносом). У равных векторов соответствующие координаты равны.	Суммой векторов $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ и $\vec{b}(b_1; b_2; b_3)$ называют вектор $\vec{c}(c_1; c_2; c_3)$ . Произведением вектора $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ на число $\lambda$ называется вектор $\lambda\vec{a} = (\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$ . Если $\lambda > 0$ , то направление совпадает с направлением вектора $\vec{a}$ ; если $\lambda < 0$ , то направление противоположно направлению вектора $\vec{a}$ .
<b>5.</b>	Векторы $\vec{AB}$ и $\vec{CD}$ называются противоположно направленными, если полупрямые AB и CD противоположно направлены.	Любая точка в пространстве может рассматриваться как вектор. Такой вектор называется нулевым.

## Задания для дифференцированного зачета

### ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЙ ЗАЧЁТ «Декартовы координаты и векторы в пространстве» Вариант № 1

6. Сторона равностороннего треугольника равна 12 см. Найти площадь его ортогональной проекции на плоскость, которая образует с плоскостью *треугольника* угол  $30^\circ$ .
7. Даны точки  $A(0;0;7)$ ,  $B(1;4;2)$ ,  $C(0;4;5)$ ,  $D(4;2;0)$ . Какие из этих точек лежат:  
1) в плоскости  $xу$ ; 2) на оси  $z$ ; 3) в плоскости  $уz$ .
8. Докажите, что четырёхугольник ABCD с вершинами в точках  $A(0;2;-3)$ ,  $B(-1;1;1)$ ,  $C(2;-2;-1)$ ,  $D(3;-1;-5)$ .
  4. Даны точки  $A(3;-1;2)$  и  $B(5;1;1)$ . Найдите координаты и модуль вектора  $\overline{AB}$ .
  5. Даны точки  $A(1;-1;3)$ ,  $B(3;-1;1)$  и  $C(-1;1;3)$ . Вычислите угол между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{CB}$ .

---

### ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЙ ЗАЧЁТ «Декартовы координаты и векторы в пространстве» Вариант № 2

1. Дан прямоугольный треугольник с катетами 6 и 9 см. Найти площадь его ортогональной проекции на плоскость, которая образует с плоскостью *треугольника* угол  $60^\circ$ .
2. Даны точки  $A(0;6;0)$ ,  $B(0;3;3)$ ,  $C(3;4;8)$ ,  $D(1;0;9)$ . Какие из этих точек лежат:  
1) в плоскости  $xz$ ; 2) на оси  $у$ ; 3) в плоскости  $уz$ .
3. Докажите, что четырёхугольник ABCD с вершинами в точках  $A(2;1;3)$ ,  $B(1;0;7)$ ,  $C(-2;1;5)$ ,  $D(-1;2;1)$ .
  4. Даны точки  $A(3;-1;2)$  и  $B(5;1;1)$ . Найдите координаты и модуль вектора  $\overline{BA}$ .
  5. Даны точки  $A(1;3;0)$ ,  $B(2;3;-1)$  и  $C(1;2;-1)$ . Вычислите угол между векторами  $\overline{CA}$  и  $\overline{CB}$ .

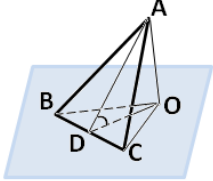
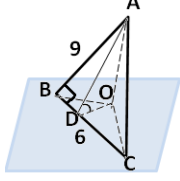
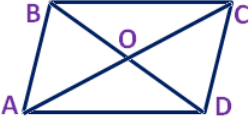
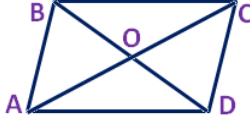
---

### ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЙ ЗАЧЁТ «Декартовы координаты и векторы в пространстве» Вариант № 2

1. Дан прямоугольный треугольник с катетами 6 и 9 см. Найти площадь его ортогональной проекции на плоскость, которая образует с плоскостью *треугольника* угол  $60^\circ$ .
2. Даны точки  $A(0;6;0)$ ,  $B(0;3;3)$ ,  $C(3;4;8)$ ,  $D(1;0;9)$ . Какие из этих точек лежат:  
1) в плоскости  $xz$ ; 2) на оси  $у$ ; 3) в плоскости  $уz$ .
3. Докажите, что четырёхугольник ABCD с вершинами в точках  $A(2;1;3)$ ,  $B(1;0;7)$ ,  $C(-2;1;5)$ ,  $D(-1;2;1)$ .
  4. Даны точки  $A(3;-1;2)$  и  $B(5;1;1)$ . Найдите координаты и модуль вектора  $\overline{BA}$ .
  5. Даны точки  $A(1;3;0)$ ,  $B(2;3;-1)$  и  $C(1;2;-1)$ . Вычислите угол между векторами  $\overline{CA}$  и  $\overline{CB}$ .

### ОТВЕТЫ к ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОМУ ЗАЧЁТУ «Декартовы координаты и векторы в пространстве»

№ вариан та	Вариант № 1	Вариант № 2
№ задания		

1	 $S_{\Delta BOC} = S_{\Delta ABC} \cdot \cos \varphi$ $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow$ $S_{\Delta BOC} = \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \cos 30^\circ = 36 \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 54 (\text{см}^2)$	 $S_{\Delta BOC} = S_{\Delta ABC} \cdot \cos \varphi$ $S_{\Delta ABC} = \frac{ab}{2} = \frac{6 \cdot 9}{2} = 27$ $S_{\Delta BOC} = 27 \cdot \cos 60^\circ = 27 \cdot \frac{1}{2} = 13,5 (\text{см}^2)$
2	<p>1) в xy: D; 2) на оси z: A; 3) в yz: A; C.</p>	<p>1) в xz: D; 2) на оси y: A; 3) в yz: A; B.</p>
3	<p>Вспользуемся формулами для координат середины отрезка в пространстве.</p>  $AC: x = \frac{0+2}{2} = 1; y = \frac{2-2}{2} = 0; z = \frac{-3-1}{2} = -2.$ $BD: x = \frac{-1+3}{2} = 1; y = \frac{1-1}{2} = 0; z = \frac{1-5}{2} = -2.$ <p>Координаты середины отрезков AC и BD совпадают, поэтому диагонали AC и BD четырёхугольника ABCD пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, следовательно четырёхугольник ABCD – параллелограмм.</p>	<p>Вспользуемся формулами для координат середины отрезка в пространстве.</p>  $AC: x = \frac{2-2}{2} = 0; y = \frac{1+1}{2} = 1; z = \frac{3+5}{2} = 4.$ $BD: x = \frac{1-1}{2} = 0; y = \frac{0+2}{2} = 1; z = \frac{7+1}{2} = 4.$ <p>Координаты середины отрезков AC и BD совпадают, поэтому диагонали AC и BD четырёхугольника ABCD пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, следовательно четырёхугольник ABCD – параллелограмм.</p>
4	$\overline{AB}: 5 - 3 = 2; 1 - (-1) = 2; 1 - 2 = -1.$ $ \overline{AB}  = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} = 3.$	$\overline{BA}: 3 - 5 = -2; -1 - 1 = -2; 2 - 1 = 1.$ $ \overline{BA}  = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3.$
5	$\overline{AB}: 3 - 1 = 2; -1 - (-1) = 0; 1 - 3 = -2.$ $\overline{CB}: 3 - (-1) = 4; -1 - 1 = -2; 1 - 3 = -2.$ $\cos \varphi = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CB}}{ \overline{AB}  \cdot  \overline{CB} } = \frac{2 \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + (-2) \cdot (-2)}{\sqrt{2^2 + 0^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{-8 + 4}{\sqrt{4+0+4} \cdot \sqrt{16+4+4}} = \frac{-4}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{24}} = \frac{-4}{2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6}} = \frac{-4}{4\sqrt{12}} = \frac{-1}{\sqrt{12}} = \frac{-1}{2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \varphi = 30^\circ.$	$\overline{CA}: 1 - 1 = 0; 3 - 2 = 1; 0 - (-1) = 1.$ $\overline{CB}: 1 - 2 = -1; 3 - 2 = 1; -1 - (-1) = 0.$ $\cos \varphi = \frac{\overline{CA} \cdot \overline{CB}}{ \overline{CA}  \cdot  \overline{CB} } = \frac{0 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ.$

## Критерии оценки

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

## Задания для экзамена

### **ИТОГОВЫЙ ЭКЗАМЕН**

#### **1 вариант экзаменационной работы для проведения письменного экзамена по математике**

#### **Обязательная часть**

**При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и полученный ответ**

1.(1 балл) Учебник стоит 60 рублей. Определите, сколько таких учебников можно купить за 200 рублей, если его цена снизилась на 10 %.

2.(1 балл) Определите, сколько банок краски по 3 кг необходимо купить для покраски пола в кабинете математики площадью  $5 \times 7 \text{ м}^2$ , если на  $1 \text{ м}^2$  расходуется 300 грамм краски.

3.(1 балл) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции  $y(x)=5x-2$

A(2;8); B(0;1); C(3;7), D(0;-2).

4.(1 балл) Вычислите значение выражения  $4^{\frac{1}{2}} + 8^{\frac{2}{3}} + \sqrt{16}$ .

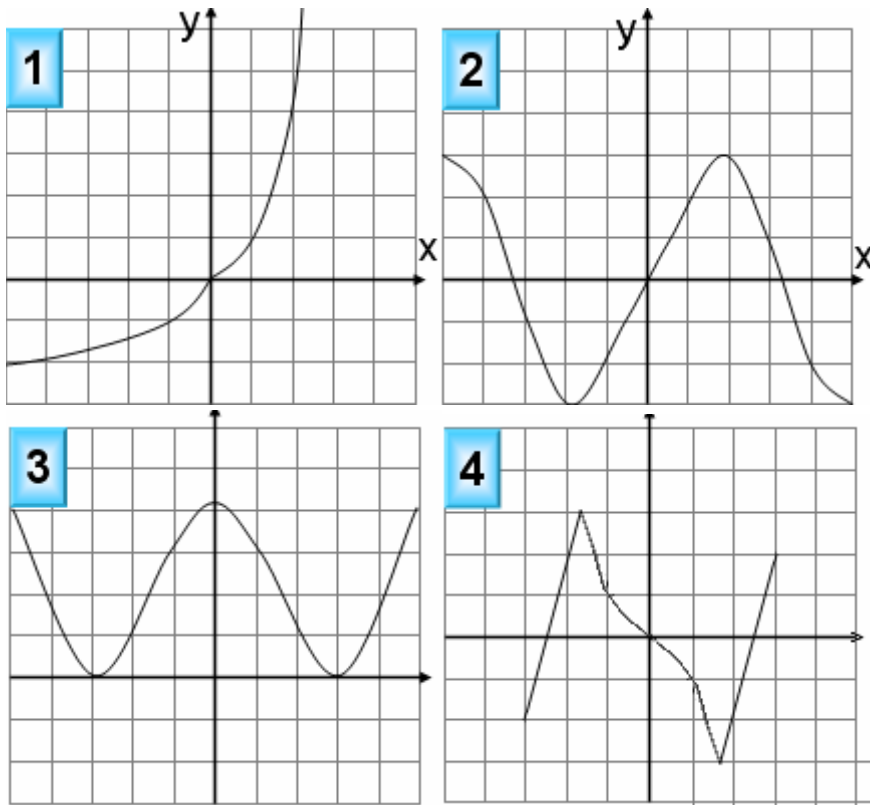
5. (1 балл) Найдите значение  $\cos a$ , если известно, что  $\sin a = \frac{1}{2}$  и  $0 < a < \frac{\pi}{2}$

6.(1 балл) Решите уравнение  $2^{4x+1} = 16^{2x}$ .

7.(1 балл) Вычислите значение выражения  $\log_3 27 + \log_5 25 + \lg 100 + \lg 1$ .

8. (1 балл) Решите уравнение  $\log_2(3-x) = 0$ .

9.(1 балл) Определите, какой из ниже приведенных графиков соответствует четной функции. Отметьте его знаком «+» и кратко поясните, почему.



Используя график функции  $y = f(x)$  (см. рис. ниже), определите и запишите ответ:

- 10.(1 балл) наименьшее и наибольшее значения функций;
- 11.(1 балл) промежутки возрастания и убывания функций;
- 12.(1 балл) при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 0$ .

**При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ**

13. (1 балл) От электрического столба высотой 8 метров к зданию, высота которого 4 метра натянут кабель. Определите длину кабеля, если расстояние между зданием и столбом 3 метра.
- 14.(1 балл) Тело движется по закону  $S(t) = 2x^2 - 7x + 3$ . Определите, в какой момент времени скорость будет равна 21.
- 15.(1 балл) Найдите область определения функции  $y = \text{Lg}(x^2 - 2x)$ .
16. (1 балл) Решите уравнение  $\frac{1}{3}\sqrt{x-5} = 4$
- 17.(1 балл) Решите уравнение  $\cos^2 x + \sin x = -\sin^2 x$
- 18.(1 балл) Прямоугольный треугольник с катетами с катетами 2 см и 4 см в первый раз вращается вокруг большого катета, а во второй – вокруг меньшего. Определите полученные геометрические тела и сравните площади их боковых поверхностей.

*Дополнительная часть*

**При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и полученный ответ**

19. Найдите промежутки убывания функции  $y = x^3 - 3x^2 - 45x + 225$ .
- 20.(3 балла) Основанием прямой призмы является ромб со стороной 14 см и углом  $30^\circ$ . Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объем призмы.
21. (3 балла) Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \log_5 x - \log_5 y = \log_5(y+3) \\ x - 3y = 4 \end{cases}$$
- 22.( 3 балла) Найдите решение уравнения :  $1 + \cos x + \cos 2x = 0$



**2 вариант экзаменационной работы  
для проведения письменного экзамена по математике**

**Обязательная часть**

**При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и полученный**

1.(1балл) Блокнот стоит 40 рублей. Какое наибольшее количество таких блокнотов можно будет купить на 500 рублей после повышения цены на 15%?

2.(1 балл) Определите, сколько банок краски по 3 кг необходимо купить для покраски пола в актовом зале площадью  $10 \times 7 \text{ м}^2$ , если на  $1 \text{ м}^2$  расходуется 300 грамм краски.

3.(1 балл) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции  $y = 4x - 2$ .

A(10;2); B(2;6); C(3;4), D(0;-2).

4.(1 балл) Вычислите значение выражения  $25^{\frac{1}{2}} + 5^2 + \sqrt{625}$ .

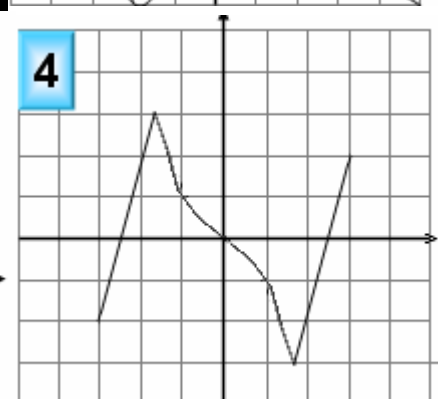
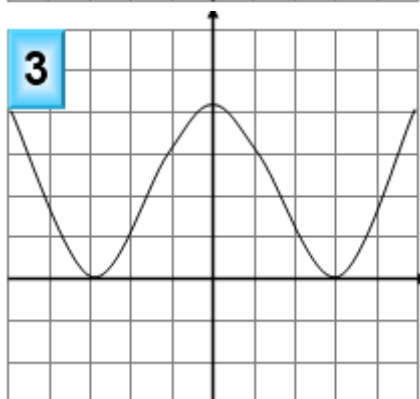
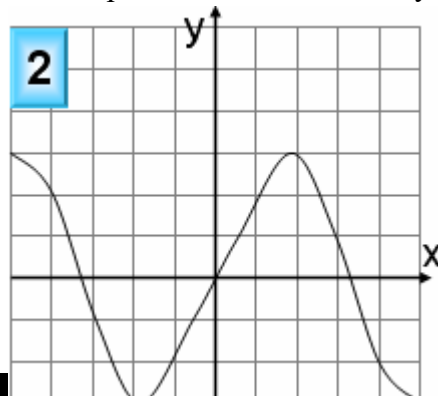
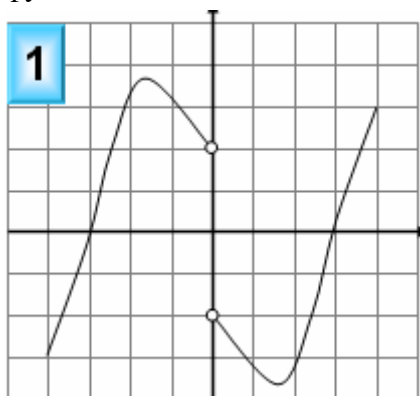
5. (1 балл) Найдите значение  $\cos a$ , если известно, что  $\sin a = \frac{3}{5}$  и  $0 < a < \frac{\pi}{2}$

6.(1 балл) Решите уравнение  $3^{5x+1} = 9^{2x}$ .

7.(1 балл) Вычислите значение выражение  $\log_2 32 + \lg 1 + \log_3 9 + \lg 100$ .

8. (1 балл) Решите уравнение  $\log_3(5+2x) = 1$ .

9.(1 балл) Определите, какой из ниже приведенных графиков соответствует четной функции. Отметьте его знаком «+» и кратко поясните, почему.



Используя график функции  $y = f(x)$  (см. рис. ниже), определите и запишите ответ:

10.(1 балл) наименьшее и наибольшее значения функций;

11.(1 балл) промежутки возрастания и убывания функций;

12.(1 балл) при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 0$ .

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ

13. (1 балл) От электрического столба высотой 8 метров к зданию, высота которого 2 метра натянута кабель. Определите длину кабеля, если расстояние между зданием и столбом 8 метров.
14. (1 балл) Тело движется по закону  $S(t) = 2x^2 + x + 4$ . Определите, в какой момент времени скорость будет равна 59.
15. (1 балл) Найдите область определения функции  $y = \text{Lg}(6x^2 - 2x)$ .
16. (1 балл) Решите уравнение  $\frac{1}{3}\sqrt{x+4} = 9$
17. (1 балл) Решите уравнение  $\cos^2 x = -\sin^2 x - \sin x$ .
18. (1 балл) Прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 5 см в первый раз вращается вокруг большего катета, а во второй – вокруг меньшего. Определите полученные геометрические тела и сравните площади их боковых поверхностей

#### *Дополнительная часть*

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и полученный ответ

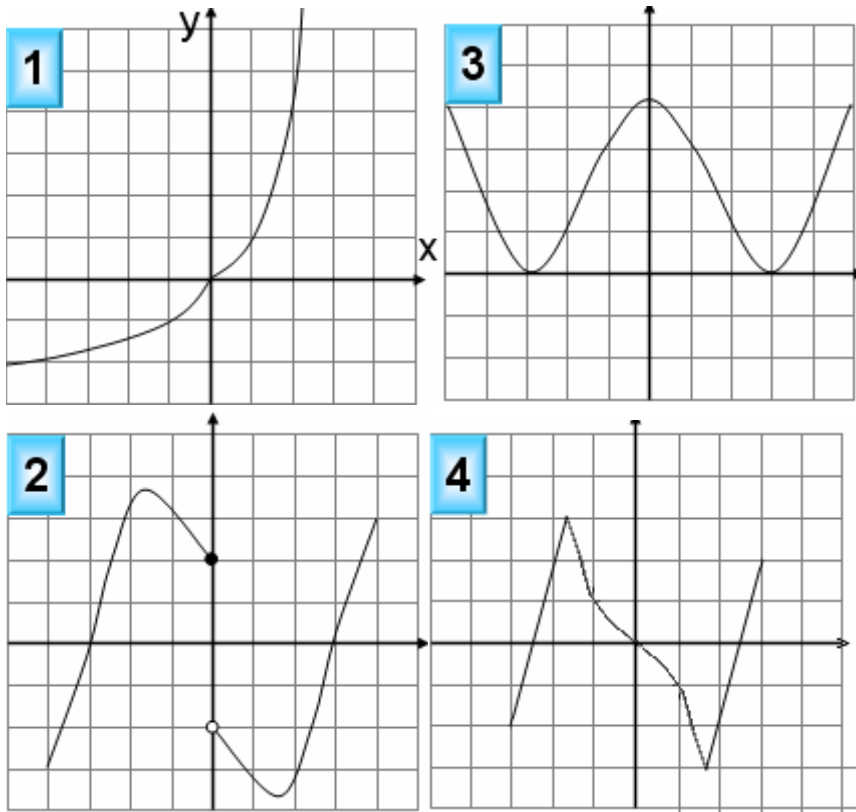
19. Найдите промежутки убывания функции  $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ .
20. (3 балла) Основанием прямой призмы является ромб со стороной 16 см и углом  $60^\circ$ . Меньшее из диагоналей сечения призмы является квадратом. Найдите объем призмы.
21. (3 балла) Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 972 \\ \log_{\sqrt{3}}(x - y) = 2. \end{cases}$$
22. (3 балла) Найдите решение уравнения:  $1 - \cos 2x = 2 \sin x$ .

### **3 вариант экзаменационной работы для проведения письменного экзамена по математике**

#### *Обязательная часть*

**При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и полученный**

1. (1 балл) Пачка сливочного масла стоит 25 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 5%. Сколько пачек масла сможет купить пенсионер за 100 рублей?
2. (1 балл) Определите, сколько банок краски по 2 кг необходимо купить для покраски пола в спортивном зале площадью  $20 \times 7 \text{ м}^2$ , если на  $1 \text{ м}^2$  расходуется 300 грамм краски.
3. (1 балл) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции  $y(x) = 2x + 2$ .  
A(0;2); B(0;1); C(-2;-2), D(0;2)
4. (1 балл) Вычислите значение выражения  $3^2 + \sqrt{81} + 27^{\frac{1}{3}}$ .
5. (1 балл) Найдите значение  $\sin a$ , если известно, что  $\cos a = 0,6$  и  $0 < a < \frac{\pi}{2}$
6. (1 балл) Решите уравнение  $2^{2x-1} = 4^{3x}$ .
7. (1 балл) Вычислите значение выражения  $\log_2 8 + \lg 1 + \log_4 64 + \lg 100$
8. (1 балл) Решите уравнение  $\log_4(x+3) = 2$ .
9. (1 балл) Определите, какой из ниже приведенных графиков соответствует нечетной функции. Отметьте его знаком «+» и кратко поясните, почему.



Используя график функции  $y = f(x)$  (см. рис. ниже), определите и запишите ответ:

- 10.(1 балл) наименьшее и наибольшее значения функций;
- 11.(1 балл) промежутки возрастания и убывания функций;
- 12.(1 балл) при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 0$ .

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ

13. (1 балл) От электрического столба высотой 10 метров к зданию, высота которого 6 метра натянут кабель. Определите длину кабеля, если расстояние между зданием и столбом 3 метра.

14.(1 балл) Тело движется по закону  $S(t) = 5t^2 - 3t + 3$ . Определите, в какой момент времени скорость будет равна 17.

15.(1 балл) Найдите область определения функции  $y = \text{Lg}(3x^2 - 6)$ .

16. (1 балл) Решите уравнение  $\frac{1}{2}\sqrt{x-8} = 3$ .

17.(1 балл) Решите уравнение  $-\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$

18.(1 балл) Прямоугольный треугольник с катетами 4 см и 5 см в первый раз вращается вокруг большого катета, а во второй – вокруг меньшего. Определите полученные геометрические тела и сравните площади их боковых поверхностей.

#### *Дополнительная часть*

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и полученный ответ

19. Найдите промежутки убывания функции  $y = 3x^5 - 5x^3$

20.(3 балла) Основанием прямой призмы является ромб со стороной 11 см и углом  $60^\circ$ . Меньшее из диагоналей сечения призмы является квадратом. Найдите объем призмы.

21. (3 балла) Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \log_3(x-y) = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

22.(3 балла) Найдите решение уравнения:  $\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$ .

**4 вариант экзаменационной работы  
для проведения письменного экзамена по математике**

**Обязательная часть**

При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и полученный ответ

1. Тетрадь стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 650 рублей после понижения цены на 20%?

2. Определите, сколько банок краски по 3 кг необходимо купить для покраски пола в кабинете математики площадью  $5 \times 7 \text{ м}^2$ , если на  $1 \text{ м}^2$  расходуется 300 грамм краски.

3. (1 балл) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции  $y = 3x - 2$ .

A(0;-2); B(0;1); C(3;4), D(1;1).

4. (1 балл) Вычислите значение выражения  $2^2 + \sqrt{64} + 4^{\frac{3}{2}}$ .

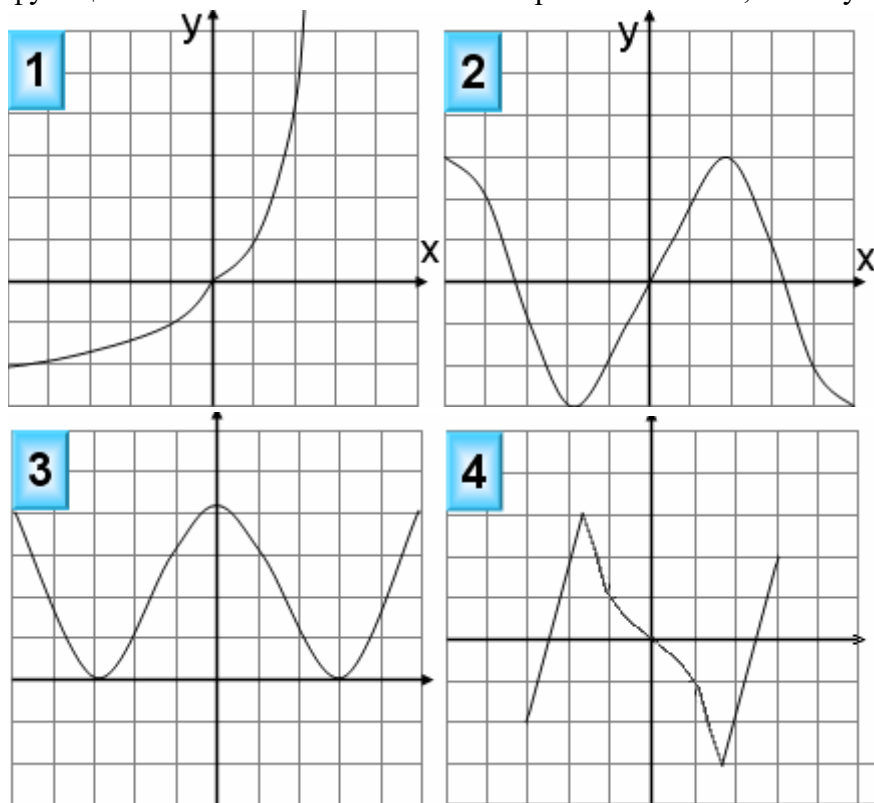
5. (1 балл) Найдите значение  $\cos a$ , если известно, что  $\sin a = \frac{4}{5}$  и  $\pi < a < \frac{\pi}{2}$

6. (1 балл) Решите уравнение  $5^{4x+1} = 25^x$ .

7. (1 балл) Вычислите значение выражения  $\lg 1 + \log_3 27 + \log_6 36 + \lg 1000$ .

8. (1 балл) Решите уравнение  $\log_4(3-x) = 2$

9. (1 балл) Определите, какой из ниже приведенных графиков соответствует нечетной функции. Отметьте его знаком «+» и кратко поясните, почему.



Используя график функции  $y = f(x)$  (см. рис. ниже), определите и запишите ответ:

10. (1 балл) наименьшее и наибольшее значения функций;

11. (1 балл) промежутки возрастания и убывания функций;

12. (1 балл) при каких значениях  $x$   $f(x) \geq 0$ .

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ

13. (1 балл) От электрического столба высотой 11 метров к зданию, высота которого 7 метров натянут кабель. Определите длину кабеля, если расстояние между зданием и столбом 3 метра.
- 14.(1 балл) Тело движется по закону  $S(t)=4x^2-x+5$ . Определите, в какой момент времени скорость будет равна 19.
- 15.(1 балл) Найдите область определения функции  $y= \text{Lg}(5x^2-10)$ .
16. (1 балл) Решите уравнение  $\frac{1}{4}\sqrt{x-2}=2$ .
- 17.(1 балл) Решите уравнение  $\cos^2 x + \sin x = -\sin^2 x$ .
- 18.(1 балл) Прямоугольный треугольник с катетами 1 см и 5 см в первый раз вращается вокруг большого катета, а во второй – вокруг меньшего. Определите полученные геометрические тела и сравните площади их боковых поверхностей.

*Дополнительная часть*

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и полученный ответ

19. Найдите промежутки убывания функции  $y = x^3 + 3x^2 - 9x$ .
- 20.(3 балла) Основанием прямой призмы является ромб со стороной 15 см и углом  $60^\circ$ . Меньшее из диагоналей сечения призмы является квадратом. Найдите объем призмы.
21. (3 балла) Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 4 \\ \lg x - \lg y = 2. \end{cases}$$
- 22.( 3 балла) Найдите решение уравнения :  $\cos^2 x = \cos x + 2$ .

***Критерии оценки итоговой работы:***

<b>Оценка</b>	<b>Число баллов, необходимое для получения оценки</b>
«3» (удовлетворительно)	9–14
«4» (хорошо)	15–20 (не менее одного задания из дополнительной части)
«5» (отлично)	21–30 (не менее двух заданий из дополнительной части)

## **5. Информационное обеспечение обучения. Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы:**

### **Основная литература.**

1. Григорьев, С. Г. Математика [Электронный ресурс] : учебник для студентов образовательных учреждений среднего профессионального образования : рекомендовано ФГУ "ФИРО" / С. Г. Григорьев, С. В. Иволгина ; ред. В. А. Гусев. - 10-е изд., стер. - Москва : Академия, 2014. - 416 с. - (Среднее профессиональное образование).

<http://www.academia-moscow.ru/reader/?id=81739>

2. Глухов, М. М. Алгебра [Электронный ресурс] : учебник / М. М. Глухов, В. П. Елизаров, А. А. Нечаев. - 2-е изд., испр. и доп. - [Б. м.] : Лань, 2015. - 608 с.

<https://e.lanbook.com/book/67458>

### **Дополнительная литература**

1. Протасов, Ю. М. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Курс лекций для студентов заочного отделения. [Электронный ресурс] / Ю. М. Протасов. - Москва : Флинта, 2017. - 168 с. <http://ibooks.ru/reading.php?short=1&isbn=978-5-9765-0956-6>

2. Туганбаев, А. А. Задачи и упражнения по высшей математике для гуманитариев — 5-е изд., стер. [Электронный ресурс] / А. А. Туганбаев. - Москва : Флинта, 2016.

<http://ibooks.ru/reading.php?short=1&isbn=978-5-9765-0239-0>