

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков
Должность: директор
Дата подписания: 04.04.2024 18:57:58
Уникальный программный ключ:
880f7c07c583b07b775f6604a630281b13ca9fd2

Приложение 7 ОП ВО

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Северо-Западный институт управления – филиал РАНХиГС

Кафедра бизнес-информатики
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНА
в новой редакции решением
методической комиссии по
направлениям 38.03.05 «Бизнес-
информатика», 09.06.01 «Информатика и
вычислительная техника» Северо-
Западный институт управления – филиал
РАНХиГС
Протокол от 28.04.2020 №1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.Б.07.01 Математический Анализ
(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)

МатАнализ
(краткое наименование дисциплины)

38.03.05 Бизнес-информатика
(код, наименование направления подготовки)

«Бизнес-аналитика»
(профиль)

бакалавр
(квалификация)

очная
(форма обучения)

Год набора – 2020

Санкт-Петербург, 2020 г.

Автор–составитель:

Кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры бизнес-информатики Борисова Елена Юрьевна.

Заведующий кафедрой бизнес-информатики, доктор военных наук, профессор Наумов Владимир Николаевич.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание и структура дисциплины
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине
 - 4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации
 - 4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся
 - 4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации
 - 4.4. Методические материалы
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине
 - 6.1. Основная литература
 - 6.2. Дополнительная литература
 - 6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
 - 6.4. Нормативные правовые документы
 - 6.5. Интернет-ресурсы
 - 6.6. Иные источники
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина «Математический анализ» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Таблица 1.1

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-1	Способность применять критический анализ информации и системный подход для решения задач обоснования собственной гражданской мировоззренческой позиции	УК ОС-1.1	Способность на основе критического анализа собранной информации об объекте представить его в виде структурных элементов и взаимосвязей между ними.

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Таблица 1.2

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)/ профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Разработка концепции системы	УК ОС-1	на уровне знаний: <ul style="list-style-type: none"> • дать определения основных понятий и сформулировать теоремы математического анализа; • выводить доказательства важнейших теорем, лежащих в основе изучаемых в курсе математических методов..
		на уровне умений: <ul style="list-style-type: none"> • обобщать, анализировать, интерпретировать информацию, обосновывать цель и предлагать пути ее достижения

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единицы /252 академ. часов.

Дисциплина реализуется с применением дистанционных образовательных технологий (далее - ДОТ).

Таблица 2

Вид работы	Трудоемкость (акад/астр. часы)
Общая трудоемкость	252/189
Контактная работа с преподавателем	92/69
Лекции	44/33
Практические занятия	48/36
Самостоятельная работа	133/99,75
Контроль	27/20,25
Формы текущего контроля	
Форма промежуточной аттестации	Зачет, экзамен

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.07.01 «Математический анализ» является частью раздела «Высшая математика» относится к обязательной части учебного плана по направлению «Бизнес-информатика» 38.03.05. Преподавание дисциплины «Математический анализ» опирается на школьный курс «Алгебры и начала анализа». В свою очередь она создаёт необходимые предпосылки для освоения программ таких дисциплин, как Б1.В.21. «Дифференциальные и разностные уравнения», Б1.Б.07.03 «Теория вероятностей и математическая статистика», Б1.В.17 «Исследование операций» и ряда других дисциплин.

Дисциплина изучается в 1-м и во 2-м семестре 1-го курса.

Формой промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом является зачет и экзамен.

Доступ к системе дистанционных образовательных технологий осуществляется каждым обучающимся самостоятельно с любого устройства на портале: <https://sziu-de.ranepa.ru/>. Пароль и логин к личному кабинету / профилю предоставляется студенту в деканате.

3. Содержание и структура дисциплины

Таблица 3

№ п/п	Наименование тем	Объем дисциплины, час.				Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации*	
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий		СР		
			Л	ПЗ			КСР
Тема 1	Введение в анализ.	28	6	6		16	Т*
Тема 2	Непрерывность функции.	16	4	2		10	О**
Тема 3	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	30	8	10		12	Т, ПКЗ***
Тема 4.	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.	34	10	6		18	Т, К
Промежуточная аттестация							Зачет
Тема 5	Интегральное исчисление.	73	10	16		47	ПКЗ
Тема 6	Теория рядов	44	6	8		30	Т, ПКЗ
Контроль		27/20,2 5					
Промежуточная аттестация					2*		Экзамен
Всего (акад./астр. часы):		252/189	44/33	48/36		133/99,75	

Примечание 1 :

2* - консультация, не входящая в общий объем дисциплины

Т* - тестирование

О** - письменные ответы на вопросы

ПКЗ*** - практические контрольные задания

Примечание 2:

Для лиц с нарушениями слуха: опрос письменный, тест

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: опрос устный/ письменный

Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в анализ.

Введение. Основные топологические определения. Определения функции, последовательности. Предел последовательности. Предел функции. Условия существования предела. Теоремы о пределах. «Неопределенные» выражения. «Замечательные» пределы и следствия к ним. Эквивалентные бесконечно-малые. Теоремы об эквивалентных бесконечно-малых.

Тема 2. Непрерывность функции.

Непрерывность функции в точке и на отрезке. Свойства непрерывных функций. Разрывы функции.

Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Определение производной функции в точке. Геометрический и экономический смысл производной. Основные теоремы дифференциального исчисления. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Асимптоты функции. Исследование функции. Приближенное вычисление функции одной переменной. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопиталя. Формула Тейлора.

Тема 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.

Определение функции нескольких переменных. Примеры. Предел и непрерывность ф.н.п. Свойства непрерывных функций. Частное и полное приращение функции. Частные производные ф.н.п. Градиент и производная по направлению. Частный и полный дифференциал ф.н.п. Применение полного дифференциала к приближенному вычислению функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о порядке дифференцирования в смешанных производных. Локальный и условный экстремум ф.н.п.

Тема 5. Интегральное исчисление.

Первообразная и ее свойства. Неопределенный интеграл, его свойства и геометрический смысл. Методы интегрирования. Интегрирования дробно-рациональных, тригонометрических и иррациональных функций. Интегрирование дифференциального бинома.

Определенный интеграл и его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла. Методы интегрирования в определенном интеграле. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода.

Интегралы по области и их свойства. Двойной интеграл и его свойства. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Криволинейные координаты на плоскости. Якобиан. Вычисление двойного интеграла в криволинейных координатах. Тройной интеграл и его свойства. Криволинейные координаты в пространстве. Замена переменной в тройном интеграле.

Тема 6. Теория рядов.

Числовые ряды. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости. Признаки сравнения. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Приложения степенных рядов к приближенному вычислению значения функции, определенного интервала, пределов.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

Промежуточная аттестация может проводиться с использованием ДОТ.

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

В ходе реализации дисциплины «Математический анализ» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Таблица 4.1

Тема (раздел)	Формы (методы) текущего контроля успеваемости
Тема 1. Введение в анализ	Тестирование
Тема 2. Непрерывность функции	Письменные ответы на вопросы
Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Тестирование, практические контрольные задания
Тема 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Тестирование, практические контрольные задания
Тема 5. Интегральное исчисление.	практические контрольные задания
Тема 6. Теория рядов	Тестирование практические контрольные задания

4.1.2. Зачет и экзамен проводятся с применением следующих методов (средств) :

Зачет включает в себя проверку теоретических знаний на понятийном уровне и практических навыков в письменной форме.

Экзамен включает в себя проверку теоретических знаний в форме устного опроса и проверку практических навыков в письменной форме. Во время зачета и экзамена проверяется этап освоения компетенций УК ОС-1

Во время проверки сформированности этапа компетенции УК ОС-1 оцениваются:

- умение грамотно формулировать основные понятия и положения математического анализа;
- умение четко проводить доказательство теорем перечисленных разделов математики;
- представление хода и результата решения;
- оценка правильности ответов;
- рациональность представленного решения.

4. 2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.

Оценочные материалы по теме 1 ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

Тест:

1 вариант

1. Указать область определения функции $y = \sqrt{\ln x}$

- 1) $(-\infty; \infty)$ 2) $[0; \infty)$ 3) $[1; \infty)$ 4) $[e; \infty)$

2. Указать, какие из приведенных ниже выражений не являются «неопределенными»?

- 1) $\left[\frac{0}{0} \right]$ 2) $\left[\frac{c}{0} \right]$ 3) $[\infty - \infty]$ 4) $[0 \infty]$

3. Записать утверждение в предельной форме

$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0: \forall x \in U(x_0) = (x_0 - \delta, x_0) \cup (x_0, x_0 + \delta) \Rightarrow |f(x) - 1| < \varepsilon$

1) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$ 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ 4) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$

4. Указать, какие из перечисленных функций являются бесконечно малыми при $x \rightarrow 0$

- 1) $\cos 2x$; 2) $\operatorname{ctg} x/2$; 3) $\operatorname{tg}^2 x$; 4) $\sin \left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

5. Указать, какие из перечисленных функций являются бесконечно большими при

$x \rightarrow 0$

- 1) $\cos 2x$; 2) $\operatorname{ctg} x/2$; 3) $\operatorname{tg}^2 x$; 4) $\sin (x+\frac{\pi}{2})$

6. Указать условие, соответствующее понятию «эквивалентные бесконечно-малые»

- 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} \neq 1$ 2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} \neq 0$
 3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} \neq \infty$ 4) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} \neq \#$

7. Указать значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$

- 1) 0 2) 1 3) ∞ 4) $\#$

8. Указать значение предела

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}$$

- 1) -1 2) ∞ 3) -3 4) 1,5

9. Указать значение предела $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$

- 1) 1 2) $\frac{\pi}{2}$ 3) $\frac{2}{\pi}$ 4) $-\infty$

10. Указать значение предела

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+3 \operatorname{tg}^2 x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$$

- 1) e^3 2) 1 3) 0 4) e^{-3}

Ключи:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	2	4	3	2	1	4	4	3	1

2 вариант

1. Указать область определения функции $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$

- 1) $(-\infty; \infty)$ 2) $[0; \infty)$ 3) $[1; \infty)$ 4) $[e; \infty)$

2. Указать, результат произведения бесконечно-большой на бесконечно-малую величины

- 1) бесконечно-малая;
 2) бесконечно-большая;
 3) ограниченная величина
 4) неопределенность

3. Записать утверждение в предельной форме

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0: \forall x \in U(x_0) = (x_0 - \delta, x_0) \cup (x_0, x_0 + \delta) \Rightarrow |f(x) - a| < \varepsilon$$

- 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$ 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$
 3) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ 4) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$

4. Указать, какие из перечисленных функций являются бесконечно малыми при $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$

- 1) $\cos 2x$; 2) $\operatorname{ctg} x/2$; 3) $\operatorname{tg}^2 x$; 4) $\sin (x+\frac{\pi}{4})$

5. Указать, какие из перечисленных функций являются бесконечно большими при $x \rightarrow 0$

- 1) $\cos x$; 2) $\operatorname{ctg} (x+\pi/2)$; 3) $\operatorname{tg}^2 x$; 4) $\sin 2x$

6. Указать условие, соответствующее понятию несравнимые бесконечно-малые

1) $\frac{\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x)}{\beta(x)} \dot{=} 1$ 2) $\frac{\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x)}{\beta(x)} \dot{=} 0$

3) $\frac{\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x)}{\beta(x)} \dot{=} \infty$ 4) $\frac{\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x)}{\beta(x)} \neq$

7. Указать значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{1}{x}$
 1) 0 2) 1 3) ∞ 4) \neq

8. Указать значение предела $\frac{\lim_{x \rightarrow 0} 1 - \cos^3 x}{x * \sin x}$
 1) -1 2) ∞ 3) -3 4) 1,5

9. Указать значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2x}{2+5x} \right)^x$
 1) 1 2) 0 3) $\frac{2}{5}$ 4) ∞

10. Указать значение предела $\frac{\lim_{x \rightarrow 2} x^3 - 8}{x^2 - 3x + 2}$
 1) 12 2) x 3) 0 4) ∞

Ключи:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	3	1	3	4	4	4	2	1

Оценочные материалы по теме 2 НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ

Письменные ответы на вопросы:

1 вариант

- 1) Дайте определение функции, непрерывной в точке.
- 2) Дайте определения точки разрыва первого рода.
- 3) Укажите, является ли функция $y = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ непрерывной на области определения..
- 4) Изобразите схематично график этой функции в окрестности точки $x = 0$.
- 5) Укажите, можно ли утверждать, что если у функции в точке существует предел, то она непрерывна в этой точке? Ответ поясните графически.

2 вариант

Дайте определение функции, непрерывной в области.

Дайте определения точки разрыва второго рода..

Укажите, является ли функция $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ непрерывной на области определения

Изобразите схематично график этой функции в окрестности точки $x = 0$..

Изобразите схематично примеры функции, у которой не существует предела в точке или на бесконечности .

Оценочные материалы по теме 3 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Тест:

1 вариант

1. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос: Производная функции на отрезке – это:

- 1) функция 2) число 3) вектор 4) матрица

2. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос: Производная обратной функции равна

- 1) $\frac{y'_t}{x'_t}$ 2) $-\frac{1}{x'_y}$ 3) $\frac{x'_t}{y'_t}$ 4) $\frac{1}{x'_y}$

3. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос: Условие $f(x_0) \geq f(x)$, если $x_0 < x$ соответствует функции, которая

- 1) возрастает;
2) не убывает;
3) не возрастает;
4) убывает.

4. Указать лишнее

Вопрос: $f'(x_0)=0$, если:

- 1) x_0 – точка экстремума
2) $f(x)=0$
3) $f(x)=\text{const}$
4) $df(x)>0$

5. Соотнести ответ задачи с одним из перечисленных вариантов :

Задача: Производная функции $xy=e^{xy}$ равна

- 1) $\frac{y-ye^{xy}}{xe^{xy}-x}$ 2) $-\frac{y-ye^{xy}}{xe^{xy}-x}$ 3) $\frac{ye^{xy}x-e^{xy}}{x^2}$ 4) $-\frac{ye^{xy}x-e^{xy}}{x^2}$

6. . Соотнести ответ задачи с одним из перечисленных вариантов :

Задача: Производная функции $\begin{cases} y = \sin t \\ x = \cos t \end{cases}$ равна

- 1) $\frac{1}{\sin t}$ 2) $\frac{-1}{\cos t}$ 3) $\text{tg } t$ 4) $-\text{ctg } t$

7. Укажите лишнее

Вопрос: Если точка x_0 – точка перегиба графика функции, то

- 1) $f'(x_0)=0$ и $f''(x)<0$ в окрестности точки x_0
2) $f''(x_0)=0$ и $f''(x)>0$ в окрестности точки x_0
3) $f''(x_0)=0$ и $f''(x)=0$ в окрестности точки x_0

8. Укажите, при каком условии прямая $y=kx+b$ является наклонной асимптотой графика функции:

- 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = k$ и $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$
2) $k = f'(x_0)$ и $b = f(x_0)$
3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{x} = k$ и $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$
4) нет верного ответа

9. Соотнести ответ задачи с одним из перечисленных вариантов :

Задача: Найти промежутки возрастания функции $y=x^2-3x+2$

- 1) $x \in R$

- 2) $(-\infty; 1] \cup \dot{1}$
 3) $(1, 5; +\infty)$
 4) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

10. Указать, какой предел можно вычислить только по правилу Лопиталья

- 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$
 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$
 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$
 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \arctg x}{x^2}$

Ключи:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	2	4	1	4	3	1	3	4

2 вариант

1. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос: Производная функции в точке – это:

- 1) функция 2) число 3) вектор 4) матрица

2. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос: Производная показательной функции равна

- 1) $n x^{n-1}$ 2) $\frac{1}{x}$ 3) $a^x \ln a$ 4) $\frac{a^x}{\ln a}$

3. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос: Условие $f(x_0) < f(x)$, если $x_0 < x$ соответствует функции, которая

- 1) возрастает;
 2) не убывает;
 3) не возрастает;
 4) убывает.

4. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос: Для того, чтобы точка x_0 была точкой экстремума, смена знака производной при переходе через эту точку является:

- 1) необходимым;
 2) необходимым и достаточным;
 3) достаточным;
 4) ни тем, ни другим

5. Соотнести ответ задачи с одним из перечисленных вариантов :

Задача: Производная функции $x + y = \arcsin x - \arcsin y$ равна

- 1) $1 - \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ 2) $-\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}}$ 3) $1 - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 4) $\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}}$

6. . Соотнести ответ задачи с одним из перечисленных вариантов :

Задача: Производная функции $\begin{cases} y = t^3 - 2t \\ x = t^2 + 1 \end{cases}$ равна

- 1) $\frac{3t^2 - 2}{2t}$ 2) $3t^2 - 2$ 3) $2t$ 4) $-\frac{2t}{3t^2 - 2}$

7. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов

Вопрос: Дифференциал функции в точке – это

- 1) приращение ординаты функции
- 2) приращение абсциссы касательной
- 3) производная
- 4) приращение ординаты касательной

8. Укажите, при каком условии прямая $x=a$ является вертикальной асимптотой графика функции:

- 1) $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = f(a)$ И $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) > -\infty$ И $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) < \infty$
- 2) $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$ И $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) > -\infty$ И $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) < \infty$
- 3) $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$ И $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = -\infty$ И $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \infty$
- 4) $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) \neq f(a)$ И $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) > -\infty$ И $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) < \infty$

9. Укажите лишнее: Уравнение касательной к графику функции задается в виде:

- 1) $y = kx + b$
- 2) $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$
- 3) $y = f(x_0)(x - x_0) - f(x_0)$
- 4) $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

10. Указать, для какого предела нерационально применять правило Лопиталья

- 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{x}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \arctg x}{x^2}$

Ключи:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	1	3	2	1	4	3	3	3

Практические контрольные задания

- 1) Исследовать и проиллюстрировать график функции
- 2) Записать уравнение касательной к графику функции в точке x_0

№ варианта	Функция	x_0	№ варианта	Функция	x_0
1	$\frac{(1-x)^3}{2x^2}$	1	6	$\frac{(4-x)^3}{2(x-3)^2}$	5
2	$\frac{x^2-1}{2x-1}$	2	7	$(x-1)\sqrt[3]{x^2}$	1
3	$\frac{x+3}{(x+2)^2}$	-1	8	$\frac{x^2}{x^3+1}$	1
4	$\frac{x^2+3}{x+1}$	0	9	$\frac{x^3}{2(x+1)^2}$	-2
5	$\frac{x^3}{x^2-1}$	$\sqrt{2}$	10	$\frac{3x^2-2x+3}{x^2+1}$	2

Оценочные материалы по теме 4 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Тест:

1 вариант

1. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос: частная производная функции в точке – это

- 1) функция 2) число 3) вектор 4) матрица

2. Указать формулу частной производной неявно заданной функции $F(x, y, z)=0$ по переменной x

- 1) nx^{n-1} 2) $\frac{\partial F}{\partial x} : \frac{\partial F}{\partial z}$ 3) $-\frac{\partial F}{\partial x} : \frac{\partial F}{\partial z}$; 4) $-\frac{\partial F}{\partial z} : \frac{\partial F}{\partial x}$

3. Указать, какому поведению функции соответствует условие: производная по направлению больше нуля

- 1) возрастает;
2) не убывает;
3) не возрастает;
4) убывает.

4. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос: Градиент функции – это:

- 1) функция 2) число 3) вектор 4) матрица

5. Соотнести ответ на вопрос с одним из предложенных вариантов

Вопрос: Геометрический смысл дифференциала функции в точке – это

- 1) приращение ординаты функции
2) приращение аппликаты касательной
3) приращение аппликаты функции
4) приращение ординаты касательной

6. Указать, в каком направлении производная по направлению принимает наибольшее значение:

- 1) орт оси OX 2) орт оси OY 3) орт оси OZ 4) градиент функции

7. Указать значение смешанной производной второго порядка для функции $z = e^{2x-3y}$

- 1) e^{2x-3y} 2) $-3e^{2x-3y}$ 3) $2e^{2x-3y}$ 4) $-6e^{2x-3y}$

8. Указать значение дифференциала функции $z = x^2 y^3 - x + y^2$ в точке $M_0(-1, 1)$, если $\Delta x = 0,1$; $\Delta y = 0,05$.

- 1) $\{-3; -1\}$; 2) $\sqrt{10}$; 3) $-0,05$; 4) $-0,35$

9. Соотнести ответ на вопрос с одним из вариантов ответов

Вопрос: Для функции двух переменных условие положительного гессиниана является:

- 1) необходимым
2) достаточным
3) необходимым и достаточным

10. .. Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Найти производную по направлению $\vec{l} = \{3; 4\}$ функции $z = x^2 - 2x^2 y$ в точке $M(1, 1)$.

- 1) $-1,8$; 2) $\{-1,8; 0\}$; 3) $1,8$; 4) -3

Ключи:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	1	3	2	4	4	3	2	1

2 вариант

1. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос : Определить формулу частного приращения функции по аргументу x:

1) $\Delta f(x_0, y_0) = f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)$

2) $\Delta f(x_0, y_0) = f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)$

3) $\Delta f(x_0, y_0) = f(x_0, y_0) - f(x_0, y_0 + \Delta y)$

4) $\Delta f(x_0, y_0) = f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0 + \Delta y)$

2. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос: Формула полного дифференциала функции двух переменных имеет вид

1) $df = \frac{\partial f}{\partial y} dy$ 2) $df = \frac{\partial f}{\partial x} dx$ 3) $df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$ 4) $df = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y$

3.: Указать лишнее: Градиент функции – это вектор

1) равный $\left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right)$

2) показывающий направление наискорейшего роста функции

3) связанный с экстремумом функции

4) направленный по нормали к поверхности уровня функции

4. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос: Достаточным условием локального экстремума функции двух переменных является:

1) $f'_x = 0$ и $f'_y = 0$

2) $\begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix} > 0$

3) $\begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix} < 0$

4) $\begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix} = 0$

5. . Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос: Если точка $M_0(1, -1)$ является стационарной для функции $z = f(x, y)$, то выполняется условие:

1) $df(1, -1) = 0$ 2) $df(1, -1) < 0$ 3) $df(1, -1) > 0$ 4) $df(1, -1) \neq 0$

6. Соотнести ответ на вопрос с одним из перечисленных вариантов :

Вопрос: Если функция $z = f(x, y)$ является дифференцируемой, то необходимо, чтобы выполнялось условие

1) $f'_x = 0$ и $f'_y = 0$

2) существует полный дифференциал функции

3) существует полное приращение функции

4) функция непрерывна в области определения

7. Указать вид частной производной по переменной y для функции $z = \text{arctg}(x y^2)$

1) $\text{arctg}(x y^2)$ 2) $\frac{1}{1+(x y^2)^2}$ 3) $\frac{y^2}{1+(x y^2)^2}$ 4) $\frac{2xy}{1+(x y^2)^2}$

8. Указать значение производной по направлению вектора $\vec{l} = [4; -3]$ для функции

$z = \frac{x-y^2}{xy}$ в точке $M(1;1)$

9. Указать какая из предложенных точек является стационарной для функции

$z = x y^2 - 4x - 8y$

1) (0,0); 2) (1;-2); 3) (-2;-2) 4) (2,2)

10. Указать значение смешанной производной, если известно, что

$$d^2 f = 6xy^2 dx^2 + 12x^2 y dx dy + 2x^3 dy^2$$

1) $6xy^2$

2) $12x^2 y$

3) $2x^3$

4) $6x^2 y$

Ключи:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	1	2	1	1	4	2	4	4

Практические контрольные задания

Вариант 1

1. Найти градиент и его величину в точке $M(3;4)$ для функции $z = x - 3y + \sqrt{3xy}$
2. Найти приближенное значение функции $1,02^{3,01}$
3. Вычислить $\frac{dz}{dt}$ если $z = \ln \sin(3x + \pi y)$ $\begin{matrix} \text{; ;} \\ \text{; ;} \end{matrix}$; $\begin{matrix} \text{; } \\ \text{; } \end{matrix}$ $\begin{matrix} x=t^2 \\ y=e^t \end{matrix}$
4. Найти локальный экстремум функции $z = 3x^2 y - x^3 - y^4$
5. Найти условный экстремум $\begin{matrix} \text{; } \\ \text{; } \end{matrix}$ $\begin{matrix} z=x^2+y^2 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \end{matrix}$

Вариант 2

1. Найти производную по направлению вектора \overrightarrow{MN} для функции $z = x^3 y^2$ в точке $M(1;-1)$, если $N(0;1)$.
2. Найти приближенное значение функции $\ln(1-0,1+0,2^2)$
3. Вычислить $\frac{dz}{dt}$ если $z = e^{\frac{x^2-xy^2}{y}}$ $\begin{matrix} \text{; } \\ \text{; } \end{matrix}$ $\begin{matrix} x=Int \\ y=t \end{matrix}$
4. Найти локальный экстремум функции $z = 6xy - 3x^2$
5. Найти условный экстремум $\begin{matrix} \text{; } \\ \text{; } \end{matrix}$ $\begin{matrix} z=2x+3y \\ x^2+y^2=1 \end{matrix}$

Вариант 3

1. Найти градиент и его величину в точке $M(e;1)$ для функции $z = \ln(xy^2)$
2. Найти приближенное значение функции $(2,01)^{\sqrt{3,95}}$
3. Вычислить $\frac{dz}{dv}$ если $z = \sin^2(3x - 4y)$; $\begin{matrix} \text{; } \\ \text{; } \end{matrix}$ $\begin{matrix} x=u \\ y=u^v \end{matrix}$
4. Найти локальный экстремум функции $z = (x+2)^2 + (y-1)^2$
5. Найти условный экстремум $\begin{matrix} \text{; } \\ \text{; } \end{matrix}$ $\begin{matrix} z=x^4+y^4 \\ x+y=4(x,y \geq 0) \end{matrix}$

Вариант 4

1. Найти производную по направлению вектора $\vec{l} = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$ для функции $z = xy \cdot e^{x+y}$ в точке $M(0;1)$.
2. Найти приближенное значение функции $\sqrt{(4,05)^2 + (2,93)^2}$
3. Вычислить $\frac{dz}{du}$ если $z = x^y$ $\begin{matrix} \text{; } \\ \text{; } \end{matrix}$ $\begin{matrix} x=3u \cdot v \\ y=7u+5v \end{matrix}$
4. Найти локальный экстремум функции $z = y^2 x - yx^2 - 3xy + 2$
5. Найти условный экстремум $\begin{matrix} \text{; } \\ \text{; } \end{matrix}$ $\begin{matrix} z=x+y \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \end{matrix}$

Вариант 5

1. Найти градиент и его величину в точке $M(1;-1)$ для функции $z = e^{\frac{(x+2)}{y}}$
2. Найти приближенное значение функции $2,98^{1,01}$

3. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial v}$ если $z = \sqrt{x^3 - 2xy^2}$; $\begin{cases} x=uv \\ y=\frac{u}{v} \end{cases}$
4. Найти локальный экстремум функции $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$
5. Найти условный экстремум $\begin{cases} z=2x+y \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$

Вариант 6

1. Найти производную по направлению вектора $\vec{l} = [2; -1]$ для функции $z = \frac{x-y^2}{xy}$ в точке $M(1;1)$.
2. Найти приближенное значение функции $\operatorname{tg} 43^\circ \cdot \sin 29^\circ$
3. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial u}$ если $z = \ln \frac{x}{y}$; $\begin{cases} x=u+3v \\ y=u \cdot v^2 \end{cases}$
4. Найти локальный экстремум функции $z = 2y^3 + x^2y + 5y^2 + x^2 - 1$
5. Найти условный экстремум $\begin{cases} z=x^2+y^2-xy+x+y-8 \\ x-y=4 \end{cases}$

Вариант 7

1. Найти производную по направлению вектора $\vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}$ для функции $z = \frac{x^3}{y}$ в точке $M(1;2)$.
2. Найти приближенное значение функции $\operatorname{arctg} (1)$
3. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial u}$ если $z = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\begin{cases} x=4u+\frac{v}{2} \\ y=2u \cdot v \end{cases}$
4. Найти локальный экстремум функции $z = x^2 + xy^2 + 6xy$
5. Найти условный экстремум $\begin{cases} z=2xy \\ 2x+3y-5=0 \end{cases}$

Вариант 8

1. Найти градиент и его величину в точке $M(4; \frac{\pi}{4})$ для функции $z = x^2 \sin(xy)$
2. Найти приближенное значение функции $\arcsin(0,48+0,47)$
3. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial v}$ если $z = \arccos \frac{x}{y}$; $\begin{cases} x=5u+3v \\ y=2v^3 \end{cases}$
4. Найти локальный экстремум функции $z = x^2 + 2xy - y^2 + 6x - 10y - 2$
5. Найти условный экстремум $\begin{cases} z=xy \\ x+y=3 \end{cases}$

Вариант 9

1. Найти градиент и его величину в точке $M(3;4)$ для функции $z = \sqrt{x^2 + y^2}$
2. Найти приближенное значение функции $\sqrt[3,02]{8,01}$
3. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial t}$ если $z = \arcsin(xy^2)$; $\begin{cases} x=e^t \\ y=\sqrt[4]{t} \end{cases}$
4. Найти локальный экстремум функции $z = 3xy^2 - y^3 - x^2$
5. Найти условный экстремум $\begin{cases} z=2x^2+3y^2 \\ x+y=1(x,y \geq 0) \end{cases}$

Вариант 10

1. Найти производную по направлению вектора \vec{MN} для функции $z = x^2 + y^2 \cdot x$ в точке $M(1;2)$, если $N(3;0)$.
2. Найти приближенное значение функции $\sqrt{1,02} \cdot i$

3. Вычислить $\frac{dz}{dt}$ если $z = \ln \sin \frac{x}{\sqrt{y}}$ $\begin{matrix} \text{!} x=3t^2 \text{!} \\ \text{!} y=\sqrt{t^2+1} \text{!} \end{matrix}$
4. Найти локальный экстремум функции $z = x^2 - 2x + y^2 - 2y + 6$
5. Найти условный экстремум $\begin{matrix} \text{!} z=x^2-y^2 \text{!} \\ \text{!} 3x-y=1 \text{!} \end{matrix}$

Оценочные материалы по теме 5 ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Практические контрольные задания

Решить задачу: Вычислить неопределенные интегралы

1 вариант

1. $\int \frac{dx}{\sin^2(3x-5)}$
2. $\int x^2 e^{5x^3} dx$
3. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$
4. $\int \frac{2x+5}{3x^2+11x+2} dx$
5. $\int \sqrt{x} \ln x dx$
6. $\int \frac{x+1}{x^3+x^2-2x} dx$
7. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx$

2 вариант

1. $\int \frac{dx}{5-2x^2}$
2. $\int x \sin^2 x dx$
3. $\int \frac{(1+x)}{1+\sqrt{x}} dx$
4. $\int \frac{(1-3x) dx}{\sqrt{4x^2+9x+1}}$
5. $\int \arccos x dx$
6. $\int \frac{2x^2-4}{(x-1)(x+2)(x^2+2x+10)} dx$
7. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx$

3 вариант

1. $\int \frac{dx}{\sin^2 3x \cos^2 3x}$ $\begin{matrix} \text{!} \\ \text{!} \end{matrix}$
2. $\int \frac{(1+x)^2}{1+x^2} dx$
3. $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x-4}}$
5. $\int (x-3) \cos x dx$

$$6. \int \frac{(2x+3)dx}{(x-2)^2(x+5)}$$

$$7. \int \sin 3x \sin 5x dx$$

4 вариант

$$1. \int \frac{x^2+3}{x^2-1} dx$$

$$2. \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$3. \int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^3}}$$

$$4. \int \frac{(1-x)dx}{5+2x-x^2}$$

$$5. \int x \ln(1-x) dx$$

$$6. \int \frac{dx}{(x-1)^2(x-3)(x+4)}$$

$$7. \int \frac{dx}{5-4\sin x+3\cos x}$$

5 вариант

$$1. \int \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 dx$$

$$2. \int \sin^3 6x \cos 6x dx$$

$$3. \int \sqrt{4-x^3} dx$$

$$4. \int \frac{(5+2x)dx}{\sqrt{4x-3-x^2}}$$

$$5. \int \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$6. \int \frac{(x^4-3)dx}{x^3-2x^2+2x-4}$$

$$7. \int \operatorname{ctg}^3 x dx$$

6 вариант

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt{3-7x^2}}$$

$$2. \int \frac{x^3 dx}{(1-x^4)}$$

$$3. \int \frac{dx}{x+\sqrt{x}}$$

$$4. \int \frac{(3x+1)dx}{x^2+2x+8}$$

$$5. \int (x^2-x+1) \ln x dx$$

$$6. \int \frac{x^2+1}{(x+1)^2(x^2+4)} dx$$

$$7. \int \sin^2 x \cos^3 x dx$$

7 вариант

$$1. \int \frac{\cos^2 x + 3 \cos x - 2}{\cos^2 x} dx$$

$$2. \int \frac{x^4 dx}{\sqrt[7]{3x^5 + 7}}$$

$$3. \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$$

$$4. \int \frac{12+x}{5+4x-x^2} dx$$

$$5. \int \arcsin x dx$$

$$6. \int \frac{3x^2 + 2x + 1}{(x^2 + 1)(x - 1)^2} dx$$

$$7. \int \sin^4 x dx$$

8 вариант

$$1. \int \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8} dx$$

$$2. \int e^x \arctan e^x dx$$

$$3. \int \sqrt{9+x^2} dx$$

$$4. \int \frac{5-2x}{\sqrt{4x-3+x^2}} dx$$

$$5. \int (x-3) \cos 2x dx$$

$$6. \int \frac{x^4 + 5x + 1}{x^3 - x^2 - 2x} dx$$

$$7 \int \cos^5 x dx$$

Оценочные материалы по теме 6 ТЕОРИЯ РЯДОВ

Тест

1 вариант

1. Укажите ряд, не являющийся знакопеременным

1) $3+5+7+9+\dots$

2) $3-5+7-9+\dots$

3) $3+5-7+9+\dots$

4) $3-5-7-9+\dots$

2. Укажите, какой признак используется для исследования знакочередующихся рядов

1) Признак Даламбера

2) Радикальный признак Коши

3) Интегральный признак Коши

4) Признак Лейбница

3. Укажите, какой признак лучше применить для исследования сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{2n^2} \right)^n$$

1) Признак Даламбера

2) Признак Лейбница

- 3)Радикальный признак Коши
- 4)Интегральный признак Коши
- 5)Признак сравнения

4. Укажите условие, являющееся необходимым для разложения функции в ряд Маклорена

- 1) периодичность
- 2) непрерывность
- 3) бесконечно-дифференцируемая
- 4) все перечисленные условия

5. Укажите правильные варианты : Если степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$ сходится в точке 8, то в точке $x=3$ ряд:

- 1) сходится абсолютно;
- 2) расходится;
- 3) сходится условно.
- 4) может сходиться или расходиться.

6. Укажите вид 3-го члена ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{3n}$

- 1) -0,0625
- 2) -3
- 3) 3
- 4) 0,0625

7. Указать расходящийся ряд

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n}$
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2}$
- 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$
- 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$

8. Указать радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$

- 1) 0
- 2) 1
- 3) -1
- 4) ∞

9. Указать лишнее: Для разложения функции $y = \sin x^2$ использовался :

- 1) степенной ряд
- 2) ряд Тейлора
- 3) ряд Маклорена
- 4) числовой ряд;

10. Указать область сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{3n+5}$

- 1) $x=0$
- 2) $x \in R$
- 3) $(-1;1)$
- 4) $[-1;1]$.

Ключи:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	3	3	1	2	1	1	4	3

2 вариант

1. Укажите ряд, являющийся знакопеременным

- 1) $3+5+7+9+\dots$
- 2) $3-5+7-9+\dots$
- 3) $3+5-7+9+\dots$
- 4) $3-5-7-9+\dots$

2. Укажите, какие ряды исследуются на сходимость по признаку сравнения

- 1) знакопеременный ряд

- 2) ряд с положительными членами
- 3) знакочередующийся ряд
- 4) функциональный ряд

3. Укажите, какой признак лучше применить для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{3^n}$

- 1) Признак Даламбера
- 2) Признак Лейбница
- 3) Радикальный признак Коши
- 4) Интегральный признак Коши
- 5) Признак сравнения

4. Укажите условие, являющееся необходимым для разложения функции в ряд Тейлора

- 1) периодичность
- 2) непрерывность
- 3) бесконечно-дифференцируемая
- 4) все перечисленные условия

5. Укажите правильный вариант : Если для степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$ радиус сходимости

$R=3$, то , то в точке $x=4$ ряд:

- 1) сходится абсолютно;
- 2) расходится;
- 3) сходится условно
- 4) может сходиться или расходиться.

6. Укажите вид 3-го члена ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n}{4^n}$

- 1) -0,0625
- 2) -3
- 3) 3
- 4) 0,0625

7. Укажите расходящийся ряд

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3^n}$
- 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$
- 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

8. Укажите радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

- 1) 0
- 2) 1
- 3) -1
- 4) ∞

9. Укажите конкретный вид ряда $e^x = e + \frac{e}{1!}(x-1) + \frac{e}{2!}(x-1)^2 + \frac{e}{3!}(x-1)^3 + \dots$:

- 1) степенной ряд
- 2) ряд Тейлора
- 3) ряд Маклорена
- 4) функциональный ряд;

10. Укажите область сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(n+1)^3}$

- 1) $x=0$
- 2) $x \in R$
- 3) $(-1;1)$
- 4) $[-1;1]$.

Ключи:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	1	3	2	4	1	4	2	3

Практические контрольные задания

1 вариант

Выполнить следующие задания:

1. Найти область сходимости ряда
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n (x+4)^n}{\sqrt{2n+1}}$$
2. Пользуясь разложением функции в ряд Маклорена, вычислить предел
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{kn(1-x) - \sin x}{x^2}$$
3. Вычислить приближенно определенный интеграл, используя разложение подынтегральной функции в ряд Маклорена. Ограничиться двумя членами ряда.
$$\int_0^{0,5} \cos x^2 dx$$

2 вариант

Выполнить следующие задания:

1. Найти область сходимости ряда
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x-2)^n}{2^n(n^2+1)}$$
2. Пользуясь разложением функции в ряд Маклорена, вычислить предел
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x - \sin x}{x^3}$$
3. Вычислить приближенно определенный интеграл, используя разложение подынтегральной функции в ряд Маклорена. Ограничиться двумя членами ряда.
$$\int_0^{0,1} \frac{e^{-1} - 1}{x} dx$$

3 вариант

Выполнить следующие задания:

1. Найти область сходимости ряда
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}(x+1)^{2n-1}}{4^n(n^2)}$$
2. Пользуясь разложением функции в ряд Маклорена, вычислить предел
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 e^{-x} - \sin x^2}{5x^3}$$
3. Вычислить приближенно определенный интеграл, используя разложение подынтегральной функции в ряд Маклорена. Ограничиться двумя членами ряда.
$$\int_0^{0,2} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$$

4 вариант

Выполнить следующие задания:

1. Найти область сходимости ряда
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^{2n}}{9^n \sqrt[3]{n^3}}$$
2. Пользуясь разложением функции в ряд Маклорена, вычислить предел
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln(1+2x)}{2x^2}$$
3. Вычислить приближенно определенный интеграл, используя разложение подынтегральной функции в ряд Маклорена. Ограничиться двумя членами ряда.
$$\int_0^{0,3} \frac{\arctg gx}{x} dx$$

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Таблица 4.2

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-1	Способность применять критический анализ информации и системный подход для решения задач обоснования собственной гражданской мировоззренческой позиции	УК ОС-1.1	Способность на основе критического анализа собранной информации об объекте представить его в виде структурных элементов и взаимосвязей между ними

Таблица 4.3

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
УК ОС-1.1 Способность на основе критического анализа собранной информации об объекте представить его в виде структурных элементов и взаимосвязей между ними.	Самостоятельно <i>собирает сведения</i> и <i>осуществляет оценку</i> достоверности собранной информации. <i>Производит</i> декомпозицию описываемого объекта на структурные элементы. <i>Устанавливает</i> иерархические связи между элементами.	Собрана полная информация об объекте. Исключена недостоверная информация. Названы все структурные элементы. Между элементами установлены прямые и опосредованные взаимосвязи. Выстроена иерархия элементов.

Для оценки сформированности компетенций, знаний и умений, соответствующих данной компетенции, используются контрольные вопросы, а также задачи.

Типовые вопросы, выносимые на зачет:

1. Дать основные определения функции. Назвать классификацию.
2. Характеризовать предел функции.
3. Дать определение последовательности. Сформулировать предел числовой последовательности.
4. Дать определение «Бесконечно-малые». Перечислить теоремы о бесконечно-малых.
5. Дать определение «Односторонние пределы».
6. Назвать теоремы о пределах.
7. Характеризовать «Замечательные» пределы и следствия к ним.
8. Эквивалентные бесконечно-малые.
9. Теоремы об эквивалентных бесконечно-малых.
10. Непрерывность функции.
11. Разрывы функции.
12. Свойства функций непрерывных на отрезке.
13. Производная. Основные определения. Геометрический и механический смысл.
14. Производная. Основные определения. Экономический смысл.
15. Производная обратной функции.
16. Производная показательной-степенной функции.

17. Дифференциал функции. Его геометрический смысл.
18. Применение дифференциала к приближенному вычислению значения функции.
19. Производные и дифференциалы высших порядков.
20. Производная параметрически заданной функции.
21. Экстремум функции. Основные теоремы дифференциального исчисления функции одной переменной.
22. Формула Тейлора.
23. Монотонность функции. Необходимое и достаточные условия экстремума.
24. Выпуклость-вогнутость функции. Точки перегиба.
25. Асимптоты графика функции.
26. Схема исследования функции.
27. Функции нескольких переменных (ФНП). Основные определения.
28. ФНП. Предел и непрерывность.
29. ФНП. Свойства непрерывных функций.
30. ФНП. Виды разрывов.
31. ФНП. Линии уровня. Геометрический смысл функции двух переменных.
32. ФНП. Частные и полное приращения.
33. ФНП. Частные производные.
34. ФНП. Частные производные высших порядков.
35. ФНП. Теорема о порядке дифференцирования смешанных производных.
36. ФНП. Частные и полный дифференциалы.
37. ФНП. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
38. Градиент.
39. Производная по направлению.
40. Экстремум функции двух переменных. Основные определения.
41. Достаточное условие экстремума функции двух переменных.
42. Необходимое условие экстремума функции двух переменных.
43. Условный экстремум.
44. Дифференцирование сложной функции.

Типовые контрольные задания на зачет:

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^x$
2. Исследовать на непрерывность функцию $y = e^{\frac{1}{x-1}}$
3. Вычислить производную $y = x^2 e^{x^3} \sin 5x$
4. Найти градиент и его величину в точке М (e;1) для функции $y = \ln(x y^2)$
5. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial u}$, если $z = \ln \frac{x}{y}$; $\begin{cases} x = u + 3v \\ y = u * v^2 \end{cases}$
6. Найти локальный экстремум $z = 2y^3 + x^2y + 5y^2 + x^2 - 1$
7. Найти условный экстремум $\begin{cases} z = x + y \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases}$
8. Найти приближенное значение функции $\sqrt{4,05^2 + 2,93^2}$

Типовые вопросы, выносимые на экзамен:

1. Первообразная и ее свойства.
2. Неопределенный интеграл, его свойства и геометрический смысл.
3. Свойства неопределенного интеграла.
4. Методы интегрирования в неопределенном интеграле: непосредственное интегрирование и заведение под знак дифференциала.
5. Методы интегрирования в неопределенном интеграле : замена переменной.
6. Методы интегрирования в неопределенном интеграле : интегрирование по частям.
7. Разложение рациональной дроби на простейшие дроби.
8. Метод разложения правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей.
9. Интегрирование простейших рациональных дробей.
10. Интегрирование некоторых иррациональных функций и тригонометрические подстановки.
11. Интегрирование тригонометрических функций.
12. Интегрирование дифференциального бинома.
13. Определенный интеграл. Основные определения.
14. Свойства определенного интеграла.
15. Геометрический смысл определенного интеграла.
16. Условия существования определенного интеграла.
17. Методы интегрирования в определенном интеграле: замена переменной.
18. Методы интегрирования в определенном интеграле : интегрирование по частям.
19. Несобственный интеграл 1-го рода с бесконечными пределами.
20. Несобственный интеграл 2-го рода с бесконечными разрывами.
21. Интегралы по области. Примеры интегралов по области.
22. Свойства интегралов по области.
23. Двойной интеграл. Определение. Геометрический смысл.
24. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат.
25. Криволинейные координаты. Якобиан.
26. Замена переменной в двойном интеграле. Якобиан в полярной системе координат.
27. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат.
28. Тройной интеграл. Определение. Геометрический смысл.
29. Вычисление тройного интеграла в декартовой системе координат.
30. Элемент пространственной области в криволинейных координатах.
31. Замена переменной в тройном интеграле.
32. Числовые ряды. Основные определения.
33. Свойства сходящихся числовых рядов.
34. Необходимый признак сходимости числового ряда.
35. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
36. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
37. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости.
38. Функциональные ряды. Основные определения.
39. Теорема Абеля.
40. Область сходимости степенного ряда.
41. Радиус сходимости степенного ряда.
42. Свойства степенных рядов.
43. Ряды Тейлора и Маклорена. Основные определения.
44. Теорема о разложении функции в ряд Тейлора.

45. Разложение основных функций в степенные ряды.
46. Вычисление степенных рядов с заданной погрешностью.
47. Применение степенных рядов к приближенному вычислению значения функции.
48. Применение степенных рядов к приближенному вычислению интеграла.

Типовые контрольные задания на экзамен:

Решить задачу:

1. Вычислить интеграл :

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^3}}$$

2. Вычислить интеграл

$$\int x \ln(1-x) dx$$

3. Вычислить интеграл

$$\int \frac{dx}{(x-1)^2(x-3)(x+4)}$$

4. Вычислить интеграл

$$\int \frac{dx}{5-4\sin x+3\cos x}$$

5. Вычислить интеграл

$$\int_0^{\pi} (x-1)\cos x dx$$

6. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+4x^2} dx$

7. Исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)!}$$

8. Исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$$

9. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^n}{2^n}$$

10. Поменять порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$

11. Вычислить двойной интеграл $\int_1^2 dy \int_0^{\ln y} e^x dx$

12. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \sqrt{1+x^2+y^2} dx dy$, где D- четверть круга $x^2+y^2 \leq 1$.

Шкала оценивания.

Оценка результатов производится на основе балльно-рейтинговой системы (БРС). Использование БРС осуществляется в соответствии с приказом от 28 августа 2014 г. №168 «О применении балльно-рейтинговой системы оценки знаний студентов». БРС по дисциплине отражена в схеме расчетов рейтинговых баллов (далее – схема расчетов). Схема расчетов сформирована в соответствии с учебным планом направления, согласована с руководителем научно-образовательного направления, утверждена деканом факультета. Схема расчетов доводится до сведения студентов на первом занятии по данной дисциплине и является составной частью рабочей программы дисциплины и содержит информацию по изучению дисциплины, указанную в Положении о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в РАНХиГС.

На основании п. 14 Положения о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в РАНХиГС в институте принята следующая шкала перевода оценки из

многобалльной системы в пятибалльную:

Таблица 4.4

Количество баллов	Оценка	
	прописью	буквой
96-100	отлично	А
86-95	отлично	В
71-85	хорошо	С
61-70	хорошо	Д
51-60	удовлетворительно	Е

Шкала перевода оценки из многобалльной в систему «зачтено»/ «не зачтено»:

Таблица 4.5

от 0 до 50 баллов	«не зачтено»
от 51 до 100 баллов	«зачтено»

Примечание: если дисциплина изучается в течение нескольких семестров, схема расчета приводится для каждого из них.

Критерии оценок

Таблица 4.6.

оценка	Результаты работы в семестре	Результаты экзамена
неудовлетворительно	По итогам работы (включая посещения) студент набрал менее 40 баллов	Не владеет базовыми понятиями, не умеет решать элементарные задачи по курсу
удовлетворительно	По итогам работы (включая посещения) студент набрал не менее 40 баллов	Владеет базовыми понятиями, умеет решать элементарные задачи по курсу
хорошо	По итогам работы (включая посещения) студент набрал не менее 50 баллов	Владеет базовыми понятиями, но допускает погрешности при доказательстве теорем, умеет решать задачи любого уровня сложности по курсу (допускаются незначительные арифметические ошибки)
отлично	По итогам работы (включая посещения) студент набрал менее 60 баллов	Свободно владеет материалом курса, умеет решать задачи любого уровня сложности.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Рабочей программой дисциплины предусмотрены следующие виды аудиторных

занятий: лекции, практические занятия, контрольная и лабораторная работы. На лекциях рассматриваются наиболее сложный материал дисциплины. Для развития у студентов креативного мышления и логики в каждом разделе предусмотрены теоретические положения, требующие самостоятельного доказательства. Кроме того, часть теоретического материала предоставляется на самостоятельное изучение по рекомендованным источникам для формирования навыка самообучения.

Практические занятия предназначены для самостоятельной работы студентов по решению конкретных задач. Каждое практическое занятие сопровождается домашними заданиями, выдаваемыми студентам для решения во внеаудиторное время. Для формирования у студентов навыка совместной работы в коллективе некоторые задания решаются с помощью разбиения на группы методом мозговой атаки.

Лабораторная работа проводится в компьютерном классе с использованием электронных таблиц Excel.

С целью контроля сформированности компетенций разработан фонд контрольных заданий. Его использование позволяет реализовать балльно-рейтинговую оценку, определенную приказом от 28 августа 2014 г. №168 «О применении балльно-рейтинговой системы оценки знаний студентов».

Для работы с печатными и электронными ресурсами СЗИУ имеется возможность доступа к электронным ресурсам. Организация работы студентов с электронной библиотекой указана на сайте института (странице сайта – «Научная библиотека»).

Контрольные вопросы для подготовки к занятиям

Таблица 5

№ п/п	Наименование темы или раздела дисциплины	Контрольные вопросы для самопроверки
1	Тема 1. Введение в анализ	<i>Дать определение и сформулировать</i> 1. Понятие функции и числовой последовательности; 2. Предел числовой последовательности 3. Предел числовой функции 4. Понятие «неопределенные» выражения 5. Понятие бесконечно-малой. 6. Теоремы о бесконечно-малых 7. Теоремы о пределах 8. Теоремы об эквивалентных бесконечно-малых
2	Тема 2. Непрерывность функции	<i>Дать определение и сформулировать</i> 1. Понятие непрерывности функции в точке 2. Понятие непрерывности функции на отрезке 3. Понятие точки разрыва. 4. Свойства непрерывных функций.
3	Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	<i>Дать определение и сформулировать.</i> 1. Определение производной функции в точке. 2. Правила дифференцирования. 3. Геометрический и экономический смысл производной. 4. Необходимое и достаточные условия экстремума. 5. Дифференциал функции и его геометрический смысл. 6. Производная обратной, неявно-заданной и параметрически заданной функции.

		7. Этапы исследования функции.
4	Тема 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	<i>Дать определение и сформулировать</i> 1. Понятие функции двух переменных. 2. Полное и частное приращение функции двух переменных. 3. Частные производные ФНП. 4. Частные и полный дифференциалы первого порядка. 5. Градиент функции и его свойства 6. Производная по направлению. 7. Локальный экстремум. Необходимое и достаточное условие. 8. Условный экстремум. Метод Лагранжа и подстановки.
5	Тема 5. Интегральное исчисление	<i>Дать определение и сформулировать</i> 1. Первообразная и ее свойства. 2. Неопределенный интеграл и его свойства. 3. Методы интегрирования неопределенного интеграла: интегрирование по частям и заменой переменной 4. Определенный интеграл и его свойства 5. Формула Ньютона-Лейбница. 6. Методы интегрирования определенного интеграла: интегрирование по частям и заменой переменной 7. Несобственный интеграл 1-го и 2-го рода
5	Тема 6. Теория рядов	<i>Дать определение и сформулировать</i> 1. Понятие числового ряда. 2. Признаки сходимости рядов с положительными членами (необходимый, сравнения и достаточные) 3. Знакопеременный и знакопеременный ряд. Признак Лейбница 4. Степенной ряд. Радиус сходимости 5. Интервал и область сходимости. 6. Теорема Абеля

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература.

1. Математический анализ [Электронный ресурс] / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; отв. ред. Н. Ш. Кремер - учебник и практикум для академического бакалавриата : [в 2 ч.] -М.:Юрайт, 2017 . - 389 с. <https://www.biblio-online.ru/book/971619EF-7196-46F3-9C56-028E4108899C>
2. Малугин, Виталий Александрович. Математический анализ для экономистов [Электронный ресурс]: учебник, практикум и сб. задач для СПО - 3-е из., перераб. и доп - М.:Юрайт.2017 -557с. <https://www.biblio-online.ru/viewer/52949EE1-AEA2-4C7A-92F8-06FBB2C54CD5#page/2>

Все источники основной литературы взаимозаменяемы.

6.2. Дополнительная литература.

1. Выгодский М.Я., Справочник по высшей математике. М.:Астрель : АСТ,2006.-992 с.
2. Гусак А.А. Справочник по высшей математике. Минск:ТетраСистемс,2004.-637 с.
3. Геворкян Э.А., Малахов А.Н., Математика. Математический анализ: Учебно-методический комплекс. Москва : Евразийский открытый институт, 2010. - 343 с.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

1. Положение об организации самостоятельной работы студентов федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (в ред. приказа РАНХиГС от 11.05.2016 г. № 01-2211);

6.4. Нормативные правовые документы.

Не используются

6.5. Интернет-ресурсы.

СЗИУ располагает доступом через сайт научной библиотеки <http://nwapr.spb.ru/> к следующим подписным электронным ресурсам:

Русскоязычные ресурсы

1. Электронные учебники электронно - библиотечной системы (ЭБС) «Айбукс»
 2. Электронные учебники электронно – библиотечной системы (ЭБС) «Лань»
- Рекомендуется использовать следующий интернет-ресурсы
1. <http://serg.fedosin.ru/ts.htm>
 2. <http://window.edu.ru/resource/188/64188/files/chernyshov.pdf>

6.6. Иные источники.

Не используются.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Все практические занятия проводятся в компьютерном классе. Учебная дисциплина включает использование программного обеспечения Microsoft Excel, Microsoft Word, Microsoft Power Point для подготовки текстового и табличного материала, графических иллюстраций. Для формирования навыков использования систем имитационного моделирования используются системы имитационного моделирования AnyLogic, GPSSworld.

Методы обучения с использованием информационных технологий (компьютерное тестирование, демонстрация мультимедийных материалов).

Интернет-сервисы и электронные ресурсы (поисковые системы, электронная почта, профессиональные тематические чаты и форумы, системы аудио и видео конференций, онлайн энциклопедии, справочники, библиотеки, электронные учебные и учебно-методические материалы).

Система дистанционного обучения Moodle.