

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков  
Должность: директор  
Дата подписания: 16.06.2026 20:11:53  
Уникальный программный ключ:  
880f7c07c583b07b775f6604a630281b13ca9fd2

Приложение 4  
к образовательной программе

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.03 «Алгебра»

*(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)*

38.03.01 Экономика

*(код, наименование направления подготовки (специальности))*

Финансы и кредит

*(профиль)*

Очная/очно-заочная

*(форма обучения)*

Год набора – 2026

Санкт-Петербург

**Автор–составитель:**

Кандидат технических наук, доцент кафедры бизнес-информатики Седов Роман Леонидович.

**Заведующий кафедрой бизнес-информатики**, к. в. н., профессор Наумов Владимир Николаевич.

Рабочая программа дисциплины Б1.О.03 «Алгебра» одобрена на заседании кафедры бизнес-информатики СЗИУ РАНХиГС.

протокол № 6 от «26» марта 2026 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание и структура дисциплины
4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии их оценивания
5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания по контрольным точкам
6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине
7. Методические материалы по освоению дисциплины
8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»
9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения программы**

1.1. Дисциплина Б1.О.03 «Алгебра» обеспечивает формирование у обучающихся следующих профессиональных компетенций:

ОТФ/ТФ и реквизиты ПС	Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенций	Наименование индикатора достижения компетенций	Образовательный результат
	ПКо ОС II - 2	Способен использовать алгебраические методы для решения прикладных задач	ПКс ОС II-2.1.	Создает парадигму мышления в рамках национальной экономики, базирующуюся на моделях линейной алгебры	ПКо ОС II-2.1. 3-1. Знает методы и модели линейной алгебры для решения прикладных задач  ПКо ОС II-2.1. У-1. Умеет применять методов и моделей линейной алгебры при решении прикладных задач
			ПКс ОС II-2.2	Использует алгебраические методы для решения прикладных задач	ПКо ОС II-2.2. 3-1. Знает методы и модели линейной алгебры для решения прикладных задач  ПКо ОС II-2.2. У-1. Умеет применять методов и моделей линейной алгебры при решении прикладных задач

2.

**Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

**Объем дисциплины**

Общий объем дисциплины – 5 з.е., 180 ак. ч., 135 астр.ч.

Количество астрономических и соответствующих им академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем по очной форме обучения – 75 ак.ч. (56,25 астр.ч.), в том числе 32 ак.ч. (24 астр.ч.) лекций и 32 ак.ч (24 астр.ч) семинарских занятий, на консультацию к экзамену 2 ак.ч. (1 астр.ч); на самостоятель-

ную работу обучающихся – 87 ак.ч. (65,25 астр.ч.); самостоятельная подготовка к экзамену - 18 ак.ч. (13,5 астр. Ч.) и контроль – 9 ак.ч. (6,75 астр.ч).

По очно-заочной форме обучения количество астрономических и соответствующих им академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем – 47 ак.ч. (35,25 астр.ч.), в том числе 16 ак.ч. (12 астр.ч.) лекций и 20 ак.ч (15 астр.ч) семинарских занятий, на консультацию к экзамену 2 ак.ч. (1 астр.ч); на самостоятельную работу обучающихся – 115 ак.ч. (86,25 астр.ч.); самостоятельная подготовка к экзамену - 18 ак.ч. (13,5 астр. ч.), контроль – 9 ак.ч. (6,75 астр.ч).

### **Место дисциплины в структуре ОП ВО**

Дисциплина Б1.О.03 «Алгебра» изучается на 1 курсе, в 1 семестре для студентов очной ф/о и очно-заочной ф/о.

Освоение дисциплины Б1.О.03 «Алгебра» опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний, а также на приобретённые ранее умения и навыки в области базового курса «Геометрия» и «Алгебра и начала анализа», полученных в средних образовательных учреждениях.

## 2. Содержание и структура дисциплины

### 3.1. Структура дисциплины

#### Очная форма обучения

№п/п	Наименование тем и (или) разделов	ВСЕГО	Объем дисциплины, ак.час										Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации		
			Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий							Самостоятельная работа					
			Период теоретического обучения				Период промежуточной аттестации (сессия)								
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		ИК	КСР	КЭ	Катт эк	К о н т р о л ь	СРкр		СРэк	СР
			Л	ВЛ	ЛР	ПЗ									
Тема 1.	Матрицы и определители.	25	6		6							3	10	К*,Кол*	
Тема 2.	Системы линейных уравнений.	25	6		6							3	10	К,Кол	
Тема 3.	Векторы и операции над ними.	16	2		2							2	10	К,Кол	
Тема 4.	Элементы аналитической геометрии.	25	6		6							3	10	К,Кол	
Тема 5.	Линейные пространства.	20	4		4							2	10	К,Кол	
Тема 6.	Евклидовы пространства.	15	2		2							1	10	К,Кол	

Тема 7.	Линейные операторы.	20	4			4					2	10	К,Кол
Тема 8.	Квадратичные формы.	23	2			2					2	17	К,Кол
Консультация на промежуточную аттестацию		2											
Промежуточная аттестация		9							9				Экзамен
<b>Итого за 1 семестр</b>		<b>180</b>	<b>32</b>			<b>32</b>			<b>9</b>		<b>18</b>	<b>87</b>	

\* – формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (К), коллоквиум (Кол).

Используемые сокращения:

Л – лекции - занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации обучающимся педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях).

ВЛ – видео лекции.

ЛР – лабораторные работы.

ПЗ – практические занятия (за исключением лабораторных работ).

ИК – индивидуальные консультации.

КСР – контроль самостоятельной работы

КЭ – консультации перед экзаменом

Каттэк – контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий

СРкр – самостоятельная работа на подготовку курсовой работы/ курсового проекта.

СРэк – самостоятельная работа на подготовку к экзамену.

СР – самостоятельная работа в семестре на подготовку к учебным занятиям

### Очно-заочная форма обучения

№п/п	Наименование тем и (или) разделов	ВСЕГО	Объем дисциплины, ак.час		Самостоятельная работа	Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
			Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий			
			Период теоретического обучения	Период промежуточной аттестации (сессия)		

			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		ИК	КСР	КЭ	Катт эк	Конт роль	СРкр	СРэк	СР	
			Л	ВЛ	ЛР	ПЗ									
Тема 1.	Матрицы и определители.	20	2			2							2	14	К*,Кол*
Тема 2.	Системы линейных уравнений.	20	2			2							2	14	К,Кол
Тема 3.	Векторы и операции над ними.	20	2			2							2	14	К,Кол
Тема 4.	Элементы аналитической геометрии.	22	2			4							2	14	К,Кол
Тема 5.	Линейные пространства.	20	2			2							2	14	К,Кол
Тема 6.	Евклидовы пространства.	20	2			2							2	14	К,Кол
Тема 7.	Линейные операторы.	20	2			2							2	14	К,Кол
Тема 8.	Квадратичные формы.	27	2			4							4	17	К,Кол
Консультация на промежуточную аттестацию		2													
Промежуточная аттестация		9								9					Экзамен
<b>Итого за 1 семестр</b>		<b>180</b>	<b>16</b>			<b>20</b>				<b>9</b>			<b>18</b>	<b>115</b>	

\* – формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (К), коллоквиум (Кол).

Используемые сокращения:

Л – лекции - занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации обучающимся педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях).

ВЛ – видео лекции.

ЛР – лабораторные работы.

ПЗ – практические занятия (за исключением лабораторных работ).

ИК – индивидуальные консультации.

КСР – контроль самостоятельной работы

КЭ – консультации перед экзаменом

Каттэк – контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий

СРкр – самостоятельная работа на подготовку курсовой работы/ курсового проекта.

СРэк – самостоятельная работа на подготовку к экзамену.

СР – самостоятельная работа в семестре на подготовку к учебным занятиям

## Содержание дисциплины

### **Тема 1. Матрицы и определители. ПКo OC II - 2**

Основные сведения о матрицах. Умножение матрицы на число. Сложение и умножение матриц. Возведение матрицы в целую положительную степень. Транспонирование матриц. Введение определителя. Свойства определителей. Вычисление определителей. Существование обратной матрицы и её вычисление. Ранг матрицы.

### **Тема 2. Системы линейных уравнений. ПКo OC II - 2**

Общие понятия систем линейных уравнений. Нахождение единственного решения систем линейных уравнений. Общий подход к решению систем уравнений. Условие разрешимости системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.

### **Тема 3. Векторы и операции над ними. ПКo OC II - 2**

Двумерное, трёхмерное, многомерное пространство. Линейные операции над векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Скалярное произведение. Векторное произведение.

### **Тема 4. Элементы аналитической геометрии. ПКo OC II - 2**

Прямые линии на плоскости. Уравнение плоскости и прямой в пространстве. Линии и поверхности второго порядка.

### **Тема 5. Линейные пространства. ПКo OC II - 2**

Понятие линейного векторного пространства. Вектор в  $n$ -мерном пространстве. Линейная зависимость и независимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Линейные подпространства.

### **Тема 6. Евклидовы пространства. ПКo OC II - 2**

Евклидово пространство. Свойства длины вектора. Ортогональные векторы. Ортонормированная система векторов. Ортогонализация.

### **Тема 7. Линейные операторы. ПКo OC II - 2**

Линейные операторы и их свойства. Матрица оператора в различных базисах. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Симметричный оператор. Линейные модели обмена.

### **Тема 8. Квадратичные формы. ПКo OC II - 2**

Понятие квадратичной формы. Связь между квадратичной формой и линейным оператором. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Положительно-определённые формы, отрицательно-определённые формы. Критерий Сильвестра.

## **4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии оценивания**

4.1. Оценочные материалы по дисциплине Б1.О.03 «Алгебра» входят в состав оценочных материалов по образовательной программе. Совокупность оценочных материалов по всем дисциплинам (модулям) образовательной программы составляют фонд оценочных средств (далее – ФОС). ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с целью оценивания достижения обучающимися планируемых результатов обучения.

4.2. ФОС разработан как комплекс проверочных заданий различного типа и уровня сложности, включает критерии и шкалы оценивания, а также «ключи» правильных ответов. ФОС формируется как отдельный документ и хранится в электронном виде, доступ к ФОС предоставлен ограниченному кругу лиц.

4.3. Для самостоятельной работы обучающихся при подготовке к текущему контролю успеваемости и промежуточной аттестации в рабочих программах дисциплин размещены типовые проверочные задания закрытого типа.

Задания закрытого типа — это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных.

Задания комбинированного типа – это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных и обосновать свой выбор.

Задания открытого типа — это задания, в которых на каждый вопрос должен быть предложен развёрнутый обоснованный ответ.

В зависимости от типа задания рекомендована определённая последовательность выполнения и система оценивания выполнения заданий.

#### 4.4. Типы заданий, сценарии выполнения, критерии оценивания

ТИП ЗАДАНИЯ	ИНСТРУКЦИЯ	СЦЕНАРИИ ВЫПОЛНЕНИЯ	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа из нескольких предложенных вариантов	Прочитайте текст, выберите правильный ответ	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</li> <li>3. Выбрать один верный ответ.</li> <li>4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа (например, 3 или В).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква
Задание закрытого типа на установление соответствия	Прочитайте текст и установите соответствие	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидаются пары элементов.</li> <li>2. Внимательно прочитать оба списка: список 1 – вопросы, утверждения, факты, понятия и т.д.; список 2 – утверждения, свойства объектов и т.д.</li> <li>3. Сопоставить элементы списка 1 с элементами списка 2, сформировать пары элементов.</li> <li>4. Записать попарно буквы и цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа (например, А1 или Б4).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указаны цифры или буквы
Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов из нескольких вариантов предложенных	Прочитайте текст, выберите правильные ответы	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается несколько правильных ответов из предложенных вариантов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</li> <li>3. Выбрать несколько правильных ответов.</li> <li>4. Записать только номера (или буквы) выбранного варианта ответа (например, 1 4 или А Г).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно установлены все соответствия (позиции из одного столбца верно сопоставлены с позициями другого)
Задание закрытого	Прочитайте текст и	1. Внимательно прочитать текст задания и по-	Ответ считается верным, если

<p>типа на установление последовательности</p>	<p>установите последовательность</p>	<p>нять, что в качестве ответа ожидается последовательность элементов.  2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.  3. Построить верную последовательность из предложенных элементов.  4. Записать буквы/цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа в нужной последовательности (например, БВА или 135).</p>	<p>правильно указана вся последовательность цифр</p>
<p>Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа из предложенных и обоснованием выбора</p>	<p>Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа</p>	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.  2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.  3. Выбрать один верный ответ.  4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа.  5. Записать аргументы, обосновывающие выбор ответа (например, 4 текст обоснования).</p>	<p>Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква и приведены корректные аргументы, используемые при выборе ответа</p>
<p>Задание открытого типа с развернутым ответом</p>	<p>Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ</p>	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять суть вопроса.  2. Продумать логику и полноту ответа.  3. Записать ответ, используя четкие компактные формулировки.  4. В случае расчетной задачи, записать решение и ответ</p>	<p>Ответ считается верным:  1. Отсутствие фактических ошибок.  2. Раскрытие объема используемых понятий (полнота ответа).  3. Обоснованность ответа (наличие аргументов).  4. Логическая последовательность излагаемого материала.</p>

4.5. Общая шкала оценивания результатов текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением БРС

Итоговая балльная оценка	Традиционная система	Бинарная система	ECTS	
			Для традиционной системы	Для бинарной системы
95-100	Отлично	Зачтено	A	P/ Passed
85-94			B	P/ Passed
75-84	Хорошо		C	P/ Passed
65-74			D	P/ Passed
55-64	Удовлетворительно		E	P/ Passed
0-54	Неудовлетворительно	Не зачтено	F	F/Failed

Соотношение баллов за текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию, а также повторную промежуточную аттестацию:

Максимальная сумма баллов за текущий контроль успеваемости	Максимальная сумма баллов за промежуточную аттестацию	Максимальная итоговая балльная оценка	Максимальная сумма баллов за повторную промежуточную аттестацию
60 баллов	40 баллов	100 баллов	100 баллов

**5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания по контрольным точкам**

5.1. В ходе реализации дисциплины Б1.О.03 «Алгебра» используются следующие формы текущего контроля успеваемости обучающихся (в том числе, задания к контрольным точкам):

Коллоквиум, контрольная работа.

**Типовые материалы по теме 1 «Матрицы и определители». ПКo OC II - 2**  
Варианты заданий контрольной работы №1

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & -4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 2 \\ 5 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Найти произведение матриц  $A \cdot B$ , если
2. Пользуясь свойствами определителей и теоремой Лапласа вычислить определитель

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & -3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & -8 & 0 \\ 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

тель матрицы

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найти ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}.$$

4. Найти матрицу, обратную для матрицы

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Определение матрицы. Элементы матрицы. Значение индексов элементов. Размерность матрицы.
2. Матрица – строка. Матрица – столбец. Одноэлементная матрица.
3. Квадратная матрица. Главная диагональ. Побочная диагональ.
4. Диагональная матрица. Единичная матрица. Нуль – матрица.
5. Равные матрицы. Транспонированная матрица. Симметрическая матрица.
6. Сумма матриц. Разность матриц. Условие существования суммы и разности матриц.
7. Свойства операции сложения матриц.
8. Произведение матрицы на число. Свойства операции умножения матрицы на число.
9. Произведение матриц. Условие существования произведения матриц.
10. Возведение матрицы в степень.
11. Понятие определителя и обозначения. Определитель первого порядка. Определитель второго порядка.
12. Определитель третьего порядка (формула). Правило треугольников.
13. Минор. Алгебраическое дополнение.
14. Теорема Лапласа. Вид определителя, для которого вычисления по теореме Лапласа упрощаются.
15. Свойства определителей (семь свойств).
16. невырожденная матрица. Обратная матрица. Соотношение, которое выполняется для обратной матрицы.
17. Нахождение обратной матрицы с помощью присоединенной.
18. Элементарные преобразования строк матрицы. Эквивалентные матрицы.
19. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
20. Минор k-го порядка. Определение ранга матрицы (через миноры).
21. Свойства ранга матрицы. Базисный минор.
22. Алгоритм вычисления ранга матрицы методом окаймления миноров.
23. Теорема об элементарных преобразованиях матрицы. Ступенчатая матрица. Ранг.
24. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразова-

ний.

## Типовые материалы по теме 2 «Системы линейных уравнений». ПКo OC II - 2 Вариант заданий контрольной работы №1

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, выполнить

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

проверку правильности решения:

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, выполнить проверку

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

правильности решения:

3. Методом Гаусса найти общее решение и одно частное решение системы линейных уравнений, выполнить проверку правильности полученного частного решения:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 6 \end{cases}$$

### Вопросы к коллоквиуму №1

1. Линейное уравнение. Понятие системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
2. Решение системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы линейных уравнений.
3. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений. Частное и общее решение.
4. Равносильные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Тривиальные и противоречивые уравнения.
5. Системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
6. Матричный способ решения систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
7. Главный и вспомогательные определители системы. Правило Крамера решения систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
8. Особые случаи при решении систем линейных уравнений по формулам Крамера.
9. Понятие систем  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
10. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Алгоритм метода Гаусса.
12. Представление процесса производства за определенный период (таблица с пояснением).
13. Соотношения баланса. Натуральный и стоимостный межотраслевые балансы.
14. Гипотеза линейности Лентьева. Коэффициент прямых затрат.
15. Вектор валового выпуска. Вектор конечного потребления. Матрица прямых затрат.
16. Уравнение линейного межотраслевого баланса.
17. Матрица полных затрат. Продуктивная матрица.

18. Критерии продуктивности. Чистая продукция.

**Типовые материалы по теме 3 «Векторы и операции над ними». ПКo OC II - 2**  
*Вариант заданий контрольной работы №2*

1. Выяснить, являются ли векторы  $\vec{a}(3,6)$  и  $\vec{b}(-1,2)$  коллинеарными.
2. Найти скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если  $|\vec{a}|=4$ ,  $|\vec{b}|=8$ ,  $\phi=135^\circ$ .
3. Найти скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  и угол между векторами  $\vec{a}(1,2,3)$  и  $\vec{b}(-1,0,1)$ .
4. Найти значение коэффициента  $k$ , при котором векторы  $\vec{a}=2\vec{p}-\vec{q}$  и  $\vec{b}=5\vec{p}+k\vec{q}$  ортогональны, если векторы  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  не коллинеарные.
5. Найти векторное произведение  $\vec{a} \times \vec{b}$  и синус угла между векторами  $\vec{a}(-2,1,4)$  и  $\vec{b}(3,0,-1)$ .
6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a}=3\vec{p}-\vec{q}$  и  $\vec{b}=2\vec{p}+6\vec{q}$ , где  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  - векторы длины 2, угол между которыми равен  $60^\circ$ .
7. Даны векторы  $\vec{a}(3,2,2)$ ,  $\vec{b}(4,-1,5)$  и  $\vec{c}(0,-7,5)$ . Найти смешанное произведение  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ .
12. При каком значении  $\lambda$  векторы  $\vec{a}(0,\lambda,2)$ ,  $\vec{b}(1,2\lambda,0)$  и  $\vec{c}(3,4,1)$  компланарные.

*Вопросы к коллоквиуму №1*

1. Линейные операции над векторами.
2. Коллинеарные и компланарные векторы.
3. Скалярное произведение.
4. Векторное произведение.

**Типовые материалы по теме 4 «Элементы аналитической геометрии». ПКo OC II - 2**

*Вариант заданий контрольной работы №2*

1. Дан параллелограмм  $ABCD$ , три вершины которого заданы  $A(-2,-1,5)$ ,  $B(-3,1,3)$ ,  $C(5,4,-2)$ . Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.
2. Найти длину высоты  $AD$  в треугольнике с вершинами  $A(3,5)$ ,  $B(2,-4)$ ,  $C(-2,1)$  и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки  $C$  на прямую  $AB$ .
3. Найти угол между плоскостью  $3x-6y+8z-9=0$  и прямой, проходящей через

начало координат и точку  $M(2, -3, 5)$ . Вычислить расстояние между этой плоскостью и точкой.

4. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки  $M(3, -4, 2)$  на прямую  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+4}{-6}$ .

5. Построить кривые по заданным уравнениям:  $(x-1)^2 + (x+2)^2 = 9$ ,  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ,  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ ,  $y^2 = 7x$ .

*Вопросы к коллоквиуму №1*

1. Простейшие задачи аналитической геометрии (расстояние между двумя точками; площадь треугольника; деление отрезка в данном отношении).
2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
3. Уравнение прямой заданной точкой и угловым коэффициентом.
4. Уравнение прямой заданной двумя точками.
5. Общее уравнение прямой.
6. Уравнение прямой в отрезках.
7. Взаимное расположение двух прямых заданных в общем виде.
8. Угол между прямыми.
9. Условия параллельности и перпендикулярности.
10. Расстояние от точки до прямой.
11. Уравнение плоскости заданной точкой и вектором нормали.
12. Общее уравнение плоскости.
13. Уравнение плоскости в отрезках.
14. Взаимное расположение двух плоскостей.
15. Общее уравнение прямой в пространстве.
16. Канонические уравнения прямой.
17. Параметрические уравнения прямой.
18. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
19. Взаимное расположение прямой и плоскости.
20. Окружность, эллипс (определение; основные обозначения; каноническое уравнение; график; эксцентриситет эллипса).
21. Гипербола (определение; основные обозначения; каноническое уравнение; график; сопряженная гипербола; эксцентриситет гиперболы).
22. Парабола (определение; основные обозначения; каноническое уравнение; график).

## **Типовые материалы по теме 5 «Линейные пространства». ПКo OC II - 2**

*Вариант заданий контрольной работы №3*

1. В некотором базисе даны векторы  $a_1 = (1, 2, 1)$ ,  $a_2 = (2, 1, 1)$ ,  $a_3 = (-1, -2, 1)$ . Найти все значения  $m$ , при которых вектор  $b = (2, 3, m)$  линейно выражается через векторы  $a_1, a_2, a_3$ .

2. Выяснить является ли систем векторов линейно зависимой:

$$a_1 = (-1, 7, 1, -2), a_2 = (2, 3, 2, 1), a_3 = (4, 4, 4, -3), a_4 = (1, 6, -1, 1).$$

3. Выяснить ранг и указать какой-нибудь базис системы векторов:

$$1) a_1 = (1, 2, 1), a_2 = (2, 1, 3), a_3 = (1, 5, 0), a_4 = (2, -2, 4);$$

$$2) a_1 = (1, 1, 4, 2), a_2 = (1, -1, -2, 4), a_3 = (0, 2, 6, -2), a_4 = (-3, 3, 3, -12), a_5 = (-1, 0, -4, -3).$$

4. Выяснить, образуют ли базис трехмерного пространства  $R^3$  векторы  $a_1 = (1, 1, 11)$ ,  $a_2 = (1, 0, 1)$ ,  $a_3 = (2, 1, 2)$ .

5. Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных

уравнений:

6. В базисе  $B = \{e_1, e_2, e_3\}$  задан вектор  $x = (4, 0, -12)$ . Найти координаты этого вектора в базисе  $B' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ , где  $e'_1 = e_1 + 2e_2 + e_3$ ,  $e'_2 = 2e_1 + 3e_2 + 4e_3$ ,  $e'_3 = 3e_1 + 4e_2 + 3e_3$ .

7. Дана матрица  $T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$  перехода от базиса  $B = \{e_1, e_2\}$  к базису  $B' = \{e'_1, e'_2\}$ . Найти координаты векторов  $e_1, e_2$  в базисе  $B'$ .

8. Дана матрица  $T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  перехода от базиса  $B = \{e_1, e_2, e_3\}$  к базису  $B' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ . Найти координаты вектора  $e'_2$  в базисе  $B$ .

*Вопросы к коллоквиуму №2*

1. Определение линейного пространства. Аксиомы линейного пространства.

2. n-мерный арифметический вектор. Сумма, произведение арифметических векторов.

3. n-мерное арифметическое векторное пространство.

4. Система, подсистема и линейная комбинация векторов.

5. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.

6. Базис и ранг системы векторов.

7. Базис и размерность линейного пространства.

8. Системы линейных однородных уравнений. Тривиальное решение.

9. Существование различного числа решений однородной системы линейных уравнений.

10. Фундаментальная система решений (понятие, две теоремы).

11. Алгоритм построения фундаментальной системы решений.

12. Связь между однородными и соответствующими неоднородными системами линейных уравнений.

13. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису. Матрица перехода.

## Типовые материалы по теме 6 «Евклидовы пространства». ПКo OC II - 2

### Вариант заданий контрольной работы №3

1. Нормировать вектор  $x$ , заданный в ортонормированном базисе соответствующего евклидова пространства:  $x=4e_1-2e_2+2e_3-e_4$ .

2. Определить угол между векторами  $x=\sqrt{7}e_1+\sqrt{5}e_2+\sqrt{3}e_3+e_4$  и  $y=\sqrt{7}e_1+\sqrt{5}e_2+e_3-e_4$ , заданными в ортонормированном базисе.

3. Проверить, что векторы  $x=(3,1,2)$  и  $y=(-1,1,1)$  ортогональны, и дополнить их до ортогонального базиса пространства  $E^3$ .

### Вопросы к коллоквиуму №2

1. Скалярное произведение векторов.
2. Евклидово пространство. n-мерное арифметическое евклидово пространство.
3. Длина вектора и ее свойства.
4. Угол между векторами.
5. Ортогональные векторы и их свойства.
6. Ортогональный базис. Ортонормированный базис.
7. Процесс ортогонализации.

## Типовые материалы по теме 7 «Линейные операторы». ПКo OC II - 2

### Вариант заданий контрольной работы №3

1. Выяснить, является ли оператор  $\phi(z)$  линейным, если вектор  $z=(z_1, z_2, z_3)$ :  $\phi(z)=(z_2-2z_3; z_1+z_2; z_1)$ .

2. Линейный оператор  $\phi$  задан матрицей  $A_\phi$ . Найти координаты вектора  $y=\phi(x)$  в

$$A_\phi = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, x=(2,4,-1).$$

этом же базисе:

3. В пространстве  $L$  действует линейный оператор  $\phi$ , заданный в базисе

$B=\{e_1, e_2, e_3\}$  матрицей  $A_\phi = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти координаты: образа вектора  $x=(1,4,1)_B$ ; прообраза вектора  $y=(1,2,3)_B$ .

4. Найти матрицу  $A'_\phi$  линейного оператора  $\phi$  в базисе  $B'=\{e'_1, e'_2\}$ , заданного мат-

рицей  $A_\phi$  в базисе  $B=\{e_1, e_2\}$ :  $A_\phi = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $e'_1=-2e_1+e_2$ ,  $e'_2=2e_1-3e_2$ .

5. Пусть оператор  $\Phi$  в базисе  $B = \{e_1, e_2\}$  имеет матрицу  $A_\Phi = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ , а оператор  $\Psi$  в базисе  $B' = \{e'_1, e'_2\}$ , где  $e'_1 = -7e_1 + 5e_2$ ,  $e'_2 = -8e_1 + 6e_2$  имеет матрицу  $A'_\Psi = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$ . Найти матрицы операторов  $\Phi + \Psi$  и  $\Phi \cdot \Psi$  в базисе  $B' = \{e'_1, e'_2\}$ .

6. Найти собственные значения и собственные векторы оператора  $\Phi$ , заданного

$$A_\Phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

матрицей

*Вопросы к коллоквиуму №2*

1. Оператор, образ, прообраз.
2. Линейный оператор.
3. Матрица линейного оператора.
4. Связь между образом и прообразом.
5. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
6. Равные операторы. Действия над операторами.
7. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.
8. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора.
9. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора.
10. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
11. Спектр линейного оператора. Оператор с простым спектром.
12. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
13. Линейное преобразование переменных.
14. Эквивалентные квадратичные формы.
15. Канонический вид квадратичной формы.
16. Метод Лагранжа.
17. Метод ортогональных преобразований.
18. Закон инерции квадратичных форм.
19. Классификация квадратичных форм.
20. Критерий Сильвестра.
21. Простая модель обмена. Матрица обмена.
22. Модель международной торговли. Структурная матрица торговли.

## **Типовые материалы по теме 8 «Квадратичные формы». ПКo OC II - 2**

*Вариант заданий контрольной работы №3*

1. Привести квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = -16x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3$  к каноническому виду методом Лагранжа.
2. Привести квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$  к каноническому виду ортогональным преобразованием.

3. Исследовать квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2$  на знакоопределенность.

4. При каких значениях параметра  $a$  данная квадратичная форма  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 2ax_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3$  является знакоопределенной.

*Вопросы к коллоквиуму №2*

1. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.

2. Линейное преобразование переменных.

3. Эквивалентные квадратичные формы.

4. Канонический вид квадратичной формы.

5. Метод Лагранжа.

6. Метод ортогональных преобразований.

7. Закон инерции квадратичных форм.

8. Классификация квадратичных форм.

9. Критерий Сильвестра.

5.2. Типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся (вне контрольных точек):

приведены в п.6.2.

5.3. Один или несколько тематических блоков дисциплины завершаются контрольной точкой (далее – КТ). Текущий контроль успеваемости по дисциплине предусматривает не менее 2 (двух) и не более 10 (десяти) КТ в течение периода освоения дисциплины.

Максимальное количество баллов за любой тип работ в рамках КТ составляет 100 (сто) баллов.

Распределение весовых коэффициентов по КТ в рамках текущего контроля успеваемости по дисциплине и формулы расчёта:

Наименование контрольной точки	Максимальное количество баллов за работу в рамках КТ, которое может набрать обучающийся	Коэффициент веса контрольной точки	Результат контрольной точки, участвующий в формировании итоговой балльной оценки по дисциплине (отражается в журнале БРС в СДО)
КТ 1	100	0,3	30
КТ 2	100	0,3	30
Итого:	x	0,6	60

Формула расчёта результата контрольной точки:

Результат контрольной точки = Количество баллов за работу в рамках КТ X Коэффициент веса контрольной точки.

5.4. Формы текущего контроля успеваемости обучающихся в рамках КТ и типовые оценочные материалы:

**КТ-1**

## Тема 1-4

Контрольная работа №1,

Коллоквиум №1,

Контрольная работа №2,

Наименование контрольной точки	Максимальное количество баллов за работу в рамках КТ, которое может набрать обучающийся	Коэффициент веса контрольной точки	Результат контрольной точки, участвующий в формировании итоговой балльной оценки по дисциплине (отражается в журнале БРС в СДО)
<u>Контрольная работа №1</u>	100	0,1	10
<u>Контрольная работа №2</u>	100	0,1	10
<u>Коллоквиум №1,</u>	100	0,1	10
Итого:	x	0,3	30

## КТ-2

### Тема 5-8

Контрольная работа №3,

Коллоквиум №2,

Наименование контрольной точки	Максимальное количество баллов за работу в рамках КТ, которое может набрать обучающийся	Коэффициент веса контрольной точки	Результат контрольной точки, участвующий в формировании итоговой балльной оценки по дисциплине (отражается в журнале БРС в СДО)
<u>Контрольная работа №3</u>	100	0,2	20
<u>Коллоквиум №2,</u>	100	0,1	10
Итого:	x	0,3	30

Для каждой формы текущего контроля успеваемости обучающихся в рамках КТ определены критерии оценивания результатов выполнения задания.

### 1. Критерии оценивания контрольной работы:

Критерии оценки	Диапазон баллов	Описание критерия
Содержание и раскрытие выбранных понятий	41-70	Детальное, последовательное описание хода решений примера
	21-40	Поверхностное описание хода решений примера
	0-20	Понятия раскрыты минимально или не раскрыты вовсе

		<i>Не представлен/ представлен минимальный ход решения примера</i>
<i>Количество выполненных заданий</i>	<i>30</i>	<i>Количество выполненных заданий от 85% до 100%</i>
	<i>15</i>	<i>Количество выполненных заданий от 55% до 84%</i>
	<i>0</i>	<i>Количество выполненных заданий менее 55%</i>
<b>Итого максимально:</b>	<b>100</b>	

## 2. Критерии оценивания коллоквиума:

Диапазон баллов	Описание критерия
85-100	Обучающийся полно излагает материал (отвечает на вопрос), дает правильное определение основных понятий; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
65-84	Обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1–2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.
55-64	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.
0-54	Обучающийся обнаруживает незнание вопроса, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал.

5.5. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий (*при необходимости*).

Для решения заданий контрольной работы студенту разрешается использование только портативного калькулятора.

## 6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые

## **оценочные материалы по дисциплине**

### **6.1. Промежуточная аттестация проводится в форме: экзамен.**

Экзамен проводится в письменной форме. Обучающийся получает экзаменационный билет с двумя теоретическими и одним практическим вопросами. На выполнение заданий даётся 45 минут. По завершении подготовки необходимо представить ответы в письменном виде, подробно изложив ход выполнения задания, сделать выводы (при необходимости).

При реализации промежуточной аттестации в ЭО/ДОТ могут быть использованы следующие формы: устно в ДОТ - в форме обоснованных ответов на задания различного типа; письменно в СДО - в форме письменного решения заданий различного типа.

### **6.2. Типовые оценочные материалы промежуточной аттестации.**

### Список вопросов для подготовки к экзамену

1. Определение матрицы. Элементы матрицы. Значение индексов элементов. Размерность матрицы.
2. Матрица – строка. Матрица – столбец. Одноэлементная матрица.
3. Квадратная матрица. Главная диагональ. Побочная диагональ.
4. Диагональная матрица. Единичная матрица. Нуль – матрица.
5. Равные матрицы. Транспонированная матрица. Симметрическая матрица.
6. Сумма матриц. Разность матриц. Условие существования суммы и разности матриц.
7. Свойства операции сложения матриц.
8. Произведение матрицы на число. Свойства операции умножения матрицы на число.
9. Произведение матриц. Условие существования произведения матриц.
10. Возведение матрицы в степень.
11. Понятие определителя и обозначения. Определитель первого порядка. Определитель второго порядка.
12. Определитель третьего порядка (формула). Правило треугольников.
13. Минор. Алгебраическое дополнение.
14. Теорема Лапласа. Вид определителя, для которого вычисления по теореме Лапласа упрощаются.
15. Свойства определителей (семь свойств).
16. Невырожденная матрица. Обратная матрица. Соотношение, которое выполняется для обратной матрицы.
17. Нахождение обратной матрицы с помощью присоединенной.
18. Элементарные преобразования строк матрицы. Эквивалентные матрицы.
19. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
20. Минор  $k$ -го порядка. Определение ранга матрицы (через миноры).
21. Свойства ранга матрицы. Базисный минор.
22. Алгоритм вычисления ранга матрицы методом окаймления миноров.
23. Теорема об элементарных преобразованиях матрицы. Ступенчатая матрица. Ранг.
24. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
25. Линейное уравнение. Понятие системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
26. Решение системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы линейных уравнений.
27. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений. Частное и общее решение.
28. Равносильные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Тривиальные и противоречивые уравнения.
29. Системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
30. Матричный способ решения систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
31. Главный и вспомогательные определители системы. Правило Крамера решения систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
32. Особые случаи при решении систем линейных уравнений по формулам Крамера.
33. Понятие систем  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
34. Теорема Кронекера-Капелли.
35. Алгоритм метода Гаусса.
36. Представление процесса производства за определенный период (таблица с пояснением).
37. Соотношения баланса. Натуральный и стоимостный межотраслевые балансы.
38. Гипотеза линейности Леонтьева. Коэффициент прямых затрат.
39. Вектор валового выпуска. Вектор конечного потребления. Матрица прямых затрат.
40. Уравнение линейного межотраслевого баланса.
41. Матрица полных затрат. Продуктивная матрица.
42. Критерии продуктивности. Чистая продукция.

44. Линейные операции над векторами.
45. Скалярное произведение векторов.
46. Векторное произведение векторов.
47. Смешанное произведение векторов.
48. Определение линейного пространства. Аксиомы линейного пространства.
49.  $n$ -мерный арифметический вектор. Сумма, произведение арифметических векторов.
50.  $n$ -мерное арифметическое векторное пространство.
51. Система, подсистема и линейная комбинация векторов.
52. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
53. Базис и ранг системы векторов.
54. Базис и размерность линейного пространства.
55. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису. Матрица перехода.
56. Скалярное произведение векторов.
57. Евклидово пространство.  $n$ -мерное арифметическое евклидово пространство.
58. Длина вектора и ее свойства.
59. Угол между векторами.
60. Ортогональные векторы и их свойства.
61. Ортогональный базис. Ортонормированный базис.
62. Системы линейных однородных уравнений. Тривиальное решение.
63. Существование различного числа решений однородной системы линейных уравнений.
64. Фундаментальная система решений (понятие, две теоремы).
65. Алгоритм построения фундаментальной системы решений.
66. Связь между однородными и соответствующими неоднородными системами линейных уравнений.
67. Оператор, образ, прообраз.
68. Линейный оператор.
69. Матрица линейного оператора.
70. Связь между образом и прообразом.
71. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
72. Равные операторы. Действия над операторами.
73. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.
74. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора.
75. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора.
76. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
77. Спектр линейного оператора. Оператор с простым спектром.
78. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
79. Линейное преобразование переменных.
80. Эквивалентные квадратичные формы.
81. Канонический вид квадратичной формы.
82. Метод Лагранжа.
83. Закон инерции квадратичных форм.
84. Классификация квадратичных форм.
85. Критерий Сильвестра.
86. Простая модель обмена. Матрица обмена.
87. Модель международной торговли. Структурная матрица торговли.

### Примерные варианты экзаменационных билетов

#### Экзаменационный билет №1 по дисциплине «Алгебра»

1. Векторное произведение векторов.
2. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.

3. Пользуясь свойствами определителей и теоремой Лапласа вычислить определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & -3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & -8 & 0 \\ 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Проверить, что векторы  $x = (3, 1, 2)$  и  $y = (-1, 1, 1)$  ортогональны, и дополнить их до ортогонального базиса пространства  $E^3$ .

**Экзаменационный билет №2  
по дисциплине «Алгебра»**

- Произведение матриц. Условие существования произведения матриц.
- Евклидово пространство. n-мерное арифметическое евклидово пространство.
- Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, выполнить проверку правильности решения:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

4. Найти векторное произведение  $\vec{a} \times \vec{b}$  и синус угла между векторами  $\vec{a}(4, -2, 3)$  и  $\vec{b}(-3, 3, -6)$ .

Типовые проверочные задания для самоподготовки обучающегося к промежуточной аттестации:

ТИП ЗАДАНИЯ	СЦЕНАРИИ ВЫПОЛНЕНИЯ	ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ
Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа из нескольких вариантов из предложенных	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа. 3. Выбрать один верный ответ. 4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа (например, 3 или B).	Решите систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} -x_1 + x_2 - 2x_3 = -4, \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 11, \\ -8x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 4. \end{cases}$ Выберите верный вариант ответа: 1 $x_1 = -0,61$ 2 $x_2 = 4,10$ 3 $x_3 = 0,30$
		Решите систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3, \\ 2x_1 + 10x_2 + 4x_3 = 10, \\ 4x_1 + 13x_2 + 8x_3 = 13. \end{cases}$ Выберите верный вариант ответа: 1 $(-2C; 1; C), C \in R$ 2 $(2C; 2; C), C \in R$ 3 $(2C; C; 1), C \in R$

<p>Задание закрытого типа на установление последовательности:</p>	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается последовательность элементов.  2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.  3. Построить верную последовательность из предложенных элементов.  4. Записать буквы/цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа в нужной последовательности (например, БВА или 135)</p>	<p>Установите правильное соответствие между уравнением плоскости и её нормалью:  А <math>x + y - z + 10 = 0</math>  Б <math>2(x - 1) - 3(y + 1) = 0</math>  В <math>2(z - 1) - 3(y + 1) = 0</math></p> <p>1 (1; 1; -1)  2 (2; -3; 0)  3 (0; -3; 2)</p> <p>Квадратичная форма <math>f(x, y) = 27x^2 - 10xy + 3y^2</math> имеет собственные числа <math>\lambda_1</math> и <math>\lambda_2</math>. Найдите правильное соответствие этим числам собственные векторы:  А <math>\lambda_1 = 28, \lambda_2 = 2,</math>  Б <math>\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2,</math>  В <math>\lambda_1 = 8, \lambda_2 = 1,</math></p> <p>1 <math>\vec{\xi}_1 = -5\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{\xi}_2 = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2</math>  2 <math>\vec{\xi}_1 = 28\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{\xi}_2 = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2</math>  3 <math>\vec{\xi}_1 = 5\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{\xi}_2 = -5\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2</math></p>
<p>Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов из нескольких вариантов предложенных</p>	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается несколько правильных ответов из предложенных вариантов.  2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.  3. Выбрать несколько правильных ответов.  4. Записать только номера (или буквы) выбранного варианта ответа (например, 1 4 или А Г).</p>	<p>1 Выберите верные равенства</p> <p>1) <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 \\ 2 &amp; 4 &amp; 6 \\ -1 &amp; 0 &amp; 2 \end{vmatrix} = 0</math>  2) <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 3 \\ -1 &amp; 4 &amp; 6 \\ -1 &amp; 0 &amp; 2 \end{vmatrix} = 20</math>  3) <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 \\ 2 &amp; 4 &amp; 6 \\ -1 &amp; 0 &amp; 2 \end{vmatrix} = -10</math>  4) <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 4 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 5 \end{vmatrix} = 20.</math></p> <p>2 Выберите верные равенства, если векторы имеют следующие координаты: <math>\vec{a} = [1; 1], \vec{b} = [2; 4]</math></p> <p>1) <math>\vec{a} + \vec{b} = [2; 4]</math>      2) <math> \vec{a}  \cdot  \vec{b}  = 2\sqrt{6}</math>  3) <math>\vec{a} \cdot \vec{b} = 7</math>      4) <math> \vec{a}  \cdot \vec{b} = [2; 4]</math></p>
<p>Задание закрытого типа на установление последовательности</p>	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается последовательность элементов.</p>	<p>1 Упорядочите вектора по возрастанию их длин:  1) <math>\vec{a} = [1; 1; 0];</math>  2) <math>\vec{b} = [1; 1; 1];</math>  3) <math>\vec{c} = [1; 1; 10];</math></p>

	<p>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</p> <p>3. Построить верную последовательность из предложенных элементов.</p> <p>4. Записать буквы/цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа в нужной последовательности (например, БАВ или 135).</p>	<p>4) <math>\bar{d} = [3; 0; 4]</math></p> <p>2 Упорядочите квадратные матрицы по возрастанию их определителей:</p> <p>1) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ 2 &amp; 0 \end{pmatrix};</math></p> <p>2) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 2 &amp; 0 \end{pmatrix};</math></p> <p>3) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ -2 &amp; 4 \end{pmatrix};</math></p> <p>4) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ 2 &amp; 10 \end{pmatrix}.</math></p>
Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа из предложенных и обоснованием выбора	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.</p> <p>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</p> <p>3. Выбрать один верный ответ.</p> <p>4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа.</p> <p>5. Записать аргументы, обосновывающие выбор ответа (например, 4 текст обоснования).</p>	<p>Выберите точку пересечения двух прямых: <math>2x - y - 3 = 0</math> и <math>-3x - y + 2 = 0</math>.</p> <p>1) <math>(1; -1)</math></p> <p>2) <math>(-1; 1)</math></p> <p>3) <math>(0; 0)</math></p> <p>4) <math>(-3; 2)</math></p> <p><i>Выберите верное равенство</i></p> <p>1) <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; 1 \\ 2 &amp; 2 \end{vmatrix} = 0</math> 2) <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; 1 \\ 2 &amp; 2 \end{vmatrix} = 0</math> 3) <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{vmatrix} = 0</math></p> <p>4) <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 3 \end{vmatrix} = 0</math></p>
Задание открытого типа с развернутым ответом	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять суть вопроса.</p> <p>2. Продумать логику и полноту ответа.</p> <p>3. Записать ответ, используя четкие компактные формулировки.</p> <p>4. В случае расчетной задачи, записать решение и ответ</p>	<p><i>Как найти середину отрезка с концами <math>M(2; 0)</math> и <math>N(-2; 2)</math>?</i></p> <p><i>Какие матрицы называются симметричными?</i></p>

### 6.3. Критерии и шкала оценивания на основе БРС.

*Критерии и балльная шкала определяются преподавателем*

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ	РЕЗУЛЬТАТ В БАЛЛАХ
Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса,	40

решил предложенные практические задания без ошибок	
Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где обучающийся демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.	30-39
Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.	20-29
Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено, т.е. обучающийся не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.	0-19

6.4. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий (*при необходимости*).

Для решения задач открытого типа (контрольных работ), тестовых заданий студенту разрешается использование калькулятора.

## 7. Методические материалы по освоению дисциплины (модуля)

Для изучения основных вопросов образовательной программы необходимо конспектировать материалы лекций, работать с рекомендованной преподавателем литературой, а также ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет». Для приобретения навыков активного использования знаний полезно обсуждать плановые и возникающие вопросы, а также решаемые задачи на практических занятиях.

Для закрепления изученного материала даны вопросы по каждой теме дисциплины, на которые следует самостоятельно найти ответы.

Важной составной частью учебного процесса в вузе являются практические занятия. Практические занятия проводятся главным образом по дисциплинам, требу-

ющим закрепления навыков решения задач, и помогают студентам глубже усвоить учебный материал, приобрести умения применять методы математического анализа к решению разнообразных задач, определять и оценивать ресурсы и существующие ограничения разного рода проектов. Практические занятия предназначены для самостоятельной работы студентов по решению конкретных задач. Каждое практическое занятие сопровождается домашними заданиями, выдаваемыми студентам для решения во внеаудиторное время.

При подготовке к практическим занятиям необходимо проанализировать конспект лекции, ознакомиться с рекомендованной литературой по соответствующей теме, осуществить подготовку по рекомендованным в рабочей программе вопросам для обсуждения темы, выполнить домашнее задание (при необходимости).

Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная его часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале. В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь. При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю (в том числе по электронной почте). Планируя консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения. Заканчивать подготовку следует составлением плана (конспекта) по изучаемому материалу (вопросу). Это позволяет составить концентрированное, сжатое представление по изучаемым вопросам. Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студентов. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения, проследить их логику. Кроме того, ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд методических материалов для быстрого повторения изученных вопросов, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе.

После изучения базовых тем курса проводится текущий контроль знаний студентов в виде опроса или письменного тестирования. Типовые тесты и задания по темам дисциплины приведены в специальном разделе данной рабочей программы.

Подготовка к текущему и промежуточному контролю предполагает изучение представленных вопросов к экзамену, работу над тестами, представленными в данной рабочей программе, выполнение семестровой проектной работы по применению системного подхода и методов системного анализа к выбранной системе.

## 8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет

### 8.1. Основная литература

1. Макаров, С. И., Высшая математика: математический анализ и линейная алгебра : учебное пособие / С. И. Макаров. — Москва :КноРус, 2024. — 320 с. — ISBN 978-5-406-13446-7. — URL: <https://book.ru/book/954837> (дата обращения: 12.04.2025). — Текст : электронный.

2. Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник для вузов / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнев ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 273 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19275-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/556226> (дата обращения: 18.01.2026).

3. Сабитов, И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие для вузов / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 258 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08941-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539950> (дата обращения: 18.01.2026).  
Все источники основной литературы взаимозаменяемы.

### 8.2. Дополнительная литература

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник / Д.В. Беклемишев. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-4748-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126146>

2. Малугин, В. А. Математика для экономистов. Линейная алгебра. Курс лекций. : для бакалавриата и специалитета / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2006. — 224 с.

3. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие / И.В. Проскуряков. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-4044-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/114701>

### 8.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация

Не используются

### 8.4 Интернет-ресурсы

Обучающимся обеспечен доступ к материалам курса в СДО Академии <http://lms.ranepa.ru>, а так же через сайт научной библиотеки к следующим подписным электронным ресурсам:

### ***Русскоязычные ресурсы***

- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «Айбукс»
- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «Юрайт»
- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «Лань»
- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «ZNANIUM.COM»
- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «BOOK.RU»
- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «IPRSMART»

### **9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

№ п/п	Наименование
1.	Специализированные залы для проведения лекций, оснащенные персональным компьютером/ноутбуком и мультимедийным проектором
2.	Аудитории и компьютерные классы, оборудованные посадочными местами и персональными компьютерами с выходом в Интернет для проведения практических занятий
3.	«МТС Линк» — российская платформа для онлайн-коммуникаций и совместной работы команд ; «Яндекс Телемост» — сервис для видеоконференций от Яндекса; Я-мессенджер
4.	Технические средства обучения: персональные компьютеры; программные средства, обеспечивающие просмотр видеофайлов в форматах AVI, MPEG-4, DivX, RMVB, WMV; программы для работы с электронными таблицами для обработки, анализа и визуализации данных; соответствующие онлайн-инструменты для построения интеллект-карты и моделей в различных нотациях
5.	Научная библиотека (в т.ч. электронные информационные ресурсы научной библиотеки)
6.	СДО Академии <a href="https://lms.ranepa.ru/">https://lms.ranepa.ru/</a>