

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков  
Должность: директор  
Дата подписания: 04.04.2024 18:57:58  
Уникальный программный ключ:  
880f7c07c583b07b775f6604a630281b13ca9fd2

Приложение 7 ОП ВО

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**Северо-Западный институт управления – филиал РАНХиГС**

Кафедра бизнес-информатики  
*(наименование кафедры)*

**УТВЕРЖДЕНА**

в новой редакции решением  
методической комиссии по  
направлениям 38.03.05 «Бизнес-  
информатика», 09.06.01 «Информатика и  
вычислительная техника» Северо-  
Западный институт управления – филиал  
РАНХиГС

Протокол от 28.04.2020 №1

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.Б.07.03 Теория вероятностей и математическая статистика**  
*(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)*

**ТВ и МС**

*(краткое наименование дисциплины)*

**38.03.05 Бизнес-информатика**

*(код, наименование направления подготовки)*

**«Бизнес-аналитика»**

*(профиль)*

**бакалавр**

*(квалификация)*

**очная**

*(форма обучения)*

Год набора – 2020

Санкт-Петербург, 2020 г.

**Автор–составитель:**

Доктор технических наук, профессор, профессор кафедры бизнес-информатики Курзенов Владимир Анатольевич.

Заведующий кафедрой бизнес-информатики, доктор военных наук, профессор Наумов Владимир Николаевич.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание и структура дисциплины
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине
  - 4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации
  - 4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся
  - 4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации
  - 4.4. Методические материалы
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине
  - 6.1. Основная литература
  - 6.2. Дополнительная литература
  - 6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
  - 6.4. Нормативные правовые документы
  - 6.5. Интернет-ресурсы
  - 6.6. Иные источники
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Таблица 1.1

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-1	Способность применять критический анализ информации и системный подход для решения задач обоснования собственной гражданской мировоззренческой позиции	УК ОС-1.2	Способность рассматривать систему как элемент системы более высокого уровня (видеть систему как совокупность подсистем)

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Таблица 1.2

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)/ профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Компетенция направлена на формирование системного и критического мышления	УК ОС – 1.2	на уровне знаний: система, свойства систем, классификация систем, системный подход, принципы системного подхода
		на уровне умений: критериально оценивать информацию; выявлять обратные связи в системах; выявлять эмерджентные свойства систем; учитывать фактор времени при анализе явлений.

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

### Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц /216 академ. часов.

Дисциплина реализуется с применением дистанционных образовательных технологий (далее - ДОТ).

Таблица 2

Вид работы	Трудоемкость (акад/астр.часы)
<b>Общая трудоемкость</b>	216/162
<b>Контактная работа с преподавателем</b>	72/54
Лекции	36/27
Практические занятия	36/27
Лабораторные занятия	
<b>Самостоятельная работа</b>	117/87,75
Контроль	27/20.25
Формы текущего контроля	ДЗ/КР

<b>Форма промежуточной аттестации</b>	Зачет
<b>Итоговый</b>	Экзамен

### Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.07.03 «Теория вероятностей и математическая статистика» является частью блока Б.Б.07 «Высшая математика» и относится к базовой части учебного плана по направлению подготовки бакалавриата «Бизнес-информатика» 38.03.05. Преподавание дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» основано на дисциплинах –Б1.Б.07.01 «Математический анализ», Б1.Б.07.02 «Линейная алгебра», Б1.В.21 «Дифференциальные и разностные уравнения». В свою очередь она создаёт необходимые предпосылки для освоения программ таких дисциплин, как Б1.В.13 «Имитационное моделирование», Б1.В.03 «Моделирование бизнес-процессов», Б1.В.10 «Архитектура предприятия» и ряда дисциплин по выбору студента.

Дисциплина изучается в 3-м и 4-м семестрах 2-го курса.

Формой промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом является зачет и итоговый экзамен.

Доступ к системе дистанционных образовательных технологий осуществляется каждым обучающимся самостоятельно с любого устройства на портале: <https://szu-de.ranepa.ru/>. Пароль и логин к личному кабинету / профилю предоставляется студенту в деканате.

### 3. Содержание и структура дисциплины

Таблица 3

№ п/п	Наименование тем	Объем дисциплины, час.					СР	Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Теория вероятностей Случайные события.	26	6		4		16	К
Тема 2	Случайные величины	26	6		4		16	К
Тема 3	Системы случайных величин	20	4		4		12	О
	<b>Промежуточная аттестация</b>							За
Тема 4	Основы статистического описания и теория оценок	26	4		6		16	РГЗ
Тема 5	. Введение в теорию проверки гипотез.	26	4		6		16	РГЗ
Тема 6	Элементы факторного анализа.	20	2		4		14	О
Тема 7	Основы теории корреляции и регрессии	24	4		4		16	РГЗ
Тема 8	Элементы анализа временных рядов и многомерного статистического анализа	21	6		4		11	О
	Контроль	27						
	<b>Промежуточная аттестация</b>					2*		Экзамен
	Всего (акад./астр. часы):	216/162	36/27		36/27		117/8 7,75	

2\* - консультация (не входит в общий объем дисциплины)

К – контрольная работа;

О – опрос;  
За – зачет;  
РГЗ – расчетно-графическое задание.

## **Содержание дисциплины**

### ***Введение***

Предмет, метод, задачи статистики. Организация и содержание статистического обследования. Статистические наблюдения. Основные требования к организации наблюдений. Группировки. Концепция случайности в социально-экономических процессах ее место в представлении данных наблюдений

### ***Тема 1. Случайные события***

Предмет теории вероятностей. События. Алгебра событий. Достоверное, невозможное, противоположное и равносильное события. Сумма, произведение событий. Полная группа событий, пространство элементарных событий. Определение вероятности. Основные свойства вероятности. Вероятностное пространство. Аксиоматика теории вероятностей. Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Формулы полной вероятности и Байеса. Независимость случайных событий. Теорема умножения и сложения вероятностей. Независимые испытания и схема Бернулли. Предельные теоремы схемы (Бернулли, Муавра-Лапласа). Схема Пуассона, закон редких событий. Простые и однородные цепи Маркова.

### ***Тема 2. Случайные величины***

Случайная величина и функция распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Нормальное распределение. Стандартное нормальное распределение. Семейство нормальных распределений. Другие основные распределения. Функции Гаусса и Лапласа. Логарифмически нормальное распределение. Распределения Коши и гиперболические распределения.

### ***Тема 3 Системы случайных величин***

Системы случайных величин, их функция распределения. Независимость и стохастическая зависимость случайных величин. Условные функция и плотность распределения. Условное математическое ожидание и функция регрессии. Корреляционная зависимость. Функции случайных величин. Распределение суммы двух случайных величин. Закон больших чисел и предельные теоремы. Понятие случайного процесса, его характеристика. Корреляционная функция. Основные типы случайных процессов. Стационарность и эргодичность. Диффузионный процесс. Понятие гауссовского и марковского процессов.

### ***Тема 4. Основы статистического описания и теория оценок***

Связь вероятности и статистики. Статистическая совокупность. Генеральная совокупность и выборка. Качественные и количественные признаки. Статистическое наблюдение. Группировка. Распределение качественных признаков. Доля признака. Количественные признаки. Вариационные ряды и эмпирическая функция распределения, графическое представление. Числовые характеристики опытных распределений. Выборочные наблюдения. Статистические оценки и требования к ним (состоятельность, несмещенность, эффективность, достаточность). Методы построения оценок. Оценка доли признака. Точечные оценки для генеральной средней и дисперсии. Интервальные оценки параметров нормальной и биномиальной генеральной совокупности. Оценки при многоступенчатом отборе.

### ***Тема 5. Введение в теорию проверки статистических гипотез***

Статистическая гипотеза. Типы гипотез. Суть проверки гипотезы, общая постановка. Критерий проверки, критическая область. Уровень значимости и мощность критерия. Общая схема проверки гипотез. Проверка гипотез относительно доли признака и средней с нормативом и в двух совокупностях, дисперсии двух нормальных совокупностей. Парные сравнения зависимых выборок. Непараметрические сравнения двух выборок по критериям положения, медианы и ранговым. Критерии согласия (Пирсона, Романовского, Колмогорова, Смирнова - Крамера - Мизеса).

### ***Тема 6. Элементы факторного анализа***

Планирование эксперимента. Суть дисперсионного анализа. Модели эксперимента. Однофакторный анализ при полностью случайном плане эксперимента, при группировке по случайным блокам. Двухфакторный анализ при полностью случайном плане эксперимента. Схема трехфакторного анализа.

### **Тема 7. Основы теории корреляции и регрессии**

Корреляционная зависимость как частный случай стохастической. Корреляционная матрица и поле. Регрессионная и корреляционная модель. Уравнение парной регрессии, его построение с оценкой параметров. Оценка коэффициента корреляции двух случайных величин, связь с параметром парной регрессии. Коэффициент детерминации. Индекс корреляции. Коэффициент ранговой корреляции. Коэффициент согласованности (конкордации). Множественная линейная регрессия и ее доверительные интервалы. Нелинейная регрессия по переменным и параметрам. Схема проверки уравнения регрессии. Выбор структуры и составление уравнения регрессии. Система регрессионных уравнений, ее построение. Эндогенные и экзогенные переменные. Структурная и приведенные формы. Взаимозависимость линейной модели, методы оценивания ее параметров. Проблема мультиколлинеарности.

### **Тема 8. Элементы анализа временных рядов и многомерного статистического анализа**

Дискретный случайный процесс как модель временного ряда. Временной ряд и задачи его исследования. Выявление тенденции. Динамика ряда. Фильтрация временных рядов. Скользящие средние. Метод последовательных разностей. Средний темп роста.

Основные понятия многомерного анализа. Методы факторного анализа и их области применения. Метод главных компонент. Классификация объектов, описываемых количественными и качественными признаками. Примеры кластер-анализа в экономике и управлении.

### **Заключение**

Краткий обзор изученного материала. Роль математической статистики в современном управлении социально-экономическими системами. Пути закрепления, углубления и расширения приложений теории вероятностей и математической статистики на завершающих этапах обучения в вузе и в практической деятельности.

## **4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине**

Промежуточная аттестация может проводиться с использованием ДОТ.

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

В ходе реализации дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Таблица 4.1

Тема (раздел)	Формы (методы) текущего контроля успеваемости
Тема 1. Теория вероятностей. Случайные события.	Контрольная работа
Тема 2. Случайные величины	Контрольная работа
Тема 3. Системы случайных величин	Опрос. Тестирование.
Тема 4. Основы статистического описания и теория оценок	Защита расчётно-графической работы
Тема 5. Введение в теорию проверки гипотез	Защита расчётно-графической работы
Тема 6. Элементы факторного анализа.	Опрос. Тестирование
Тема 7. Основы теории корреляции и регрессии	Защита расчётно-графической работы
Тема 8. Элементы анализа временных рядов и многомерного статистического анализа	Опрос

4.1.2. Зачет (экзамен) проводится с применением следующих методов (средств) :

Во время зачета (экзамена) проверяется этап освоения компетенций УК ОС – 1:

Во время проверки сформированности этапа компетенции оцениваются:

- Презентация модели и полученных результатов в виде отчета или в офисных приложениях.

- Представление хода и результата решения, тестирование.

Оценка правильности ответов на поставленные вопросы или тесты

4. 2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.



## Типовые оценочные материалы по теме 1

Типовые вопросы для устного опроса

1. Какие основные объекты изучает теория вероятностей?
2. Что понимают под случайным событием?
3. Как определяются достоверное, невозможное и противоположное события?
4. Почему за математическую модель события принимается множество?
5. Какие операции можно задать на событиях?
6. Что означает «несовместность» событий?
7. Что такое «полная группа событий»?
8. Что понимают под «классической» и «статистической» вероятностью события?
9. Как определить условную вероятность одного события по отношению к другому?
10. Что такое независимость событий?

### Примеры домашних заданий.

**Домашнее задание 1.** Случайные события. Алгебра событий. Классическая вероятность. Состоит из нескольких задач.

Примеры задач.

1. Пусть  $A, B, C$  – случайные события. Выяснить смысл равенств: а)  $A \cap B \cup C = A$ ; б)  $A \cup B \cup C = A$ .
2. Доказать, что события а)  $(A \cup B) \cap (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$  и б)  $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B}) \cup (A \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup B)$  – достоверны.
3. Телефонный номер состоит из пяти цифр. Найти вероятность того, что все цифры различны.
4. Общество состоит из 5 мужчин и 10 женщин. Найти вероятность того, что при случайной группировке их по 5 групп по 3 человека в каждой группе будет мужчина.

**Домашнее задание 2.** Нахождение вероятностей сложных событий. Теорема Умножения. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Теорема сложения.

Примеры задач

1. Из 10 монет 4 поддельные. Поддельная монета легче нормы с вероятностью 0,3, а неподдельная легче нормы с вероятностью 0,1. Взятая наудачу монета оказалась легче нормы. Найти вероятность, что она поддельная.
2. Производится отбор экспертов из 10 человек, включающих трёх экспертов высшей квалификации, четырёх – первой квалификации, двух – второй квалификации и одного – третьей квалификации. Имеется 20 контрольных вопросов. Эксперт высшей квалификации может ответить на все вопросы, первой категории – на 16 вопросов, второй – на 10 вопросов и третьей – на 5. Вызванный наугад эксперт ответил на 3 произвольно заданных вопроса. Из какой группы вероятнее всего этот эксперт?

### Тесты по теме 1 (примеры)

1. Теория вероятностей изучает математические объекты (указать).
  - а) аксиомы теории вероятностей;
  - б) случайные события и случайные величины;
  - в) вероятностное пространство;
  - г) законы выбора.
2. Понятие случайного события (указать).
  - а) результат испытания;
  - б) комплекс условий;
  - в) всякий исход, который может произойти или не произойти в зависимости от случая;
  - г) неизвестный исход
3. Суть классического определения вероятности случайного события (указать).

а) отношение числа благоприятных исходов к числу всех равновозможных исходов, составляющих полную группу событий;

б) отношение числа успехов к числу испытаний;

в) относительное число успехов в эксперименте;

г) степень уверенности в благоприятном исходе.

4. Различие между классическим и статистическим определением вероятности события (указать)

а) в классическом определении рассматриваются события, а в статистическом исходы;

б) в классическом определении исходной схемой является полная группа равновозможных исходов, а в статистическом – схема независимых испытаний на практике;

в) классическое определение имеет дело с частотой, а статистическое с устойчивостью события;

г) определения практически не отличаются.

5. Основные свойства вероятностей (указать).

а)  $0 \leq P(A) \leq 1$ ;  $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ;  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ ;

б)  $0 \leq P(A) < 1$ ,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ,  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ;

в)  $0 < P(A) \leq 1$ ,  $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ,  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ ;

г)  $0 \leq P(A) \leq 1$ ,  $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$ ,  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ .

6. Указать, какое событие называют невозможным

а) событие, вероятность которого равна нулю;

б) событие, которое не происходит;

в) исход, который никогда не наступает при осуществлении данного эксперимента;

г) событие, которое не имеет нужного исхода.

7. События называются независимыми, если (указать)

а) они не зависят друг от друга;

б) их условные вероятности можно перемножить;

в) вероятность наступления одного события не зависит от наступления другого события;

г) они не совместны.

8. Полная группа событий (указать)

а) это объединение несовместных и независимых событий;

б) это объединение попарно несовместных событий;

в) события, объединение которых есть достоверное событие;

г) события образуют полную группу, если они попарно несовместны, а их объединение есть достоверное событие.

9. На восьми карточках написаны буквы А, А, Д, Е, И, К, М, Я. Найти вероятность, что случайным образом расположенные карточки составят слово АКАДЕМИЯ

а)  $\frac{1}{1023}$  ; б)  $\frac{1}{217}$  ; в)  $\frac{3}{8932}$  ; г)  $\frac{1}{20160}$

**Ответы:** 1б; 2в; 3а; 4б; 5а; 6в; 7в; 8г; 9г.

**Контрольная работа** ( контрольная работа включает три задачи на соответствующий раздел темы «случайные события»)

Примеры задач.

1. В лифт семиэтажного дома на первом этаже вошли четыре человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом этаже, начиная со второго. Найти вероятность того, что: а) все пассажиры выйдут на одном и том же этаже; б) все выйдут на шестом этаже; в) все выйдут на разных этажах.

2. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность, что произведение выпавших

- чисел будет: а) нечётным; б) кратным трём?
3. Четыре ботинка выбраны случайно из пяти разных пар. Какова вероятность, что среди них есть хотя бы одна пара?
  4. Четыре охотника стреляют одновременно и независимо друг от друга по кабану. Какова вероятность, что кабан будет убит одной пулей, если вероятности попадания охотников различны и составляют 0,7, 0,8, 0,6 и 0,5 соответственно?
  5. Три эксперта рассматривают проект, в котором имеется дефект. Каждый эксперт делает по одной правке. В результате экспертизы оказалось, что верной правкой, указывающей на дефект, оказалась только одна. Какова вероятность, что ее сделал 2-й эксперт, если квалификация их была различной и составляла 0,9, 0,85 и 0,75 соответственно?

### Типовые оценочные материалы по теме 2

#### Типовые вопросы для устного опроса.

1. Что понимается под случайной величиной?
2. Что описывает функция распределения случайной величины?
3. В чём различие между описаниями дискретной и непрерывной случайных величин?
4. Какова связь между функцией и плотностью распределения непрерывной случайной величины?
5. Что понимают под законом распределения случайной величины?
6. На какие группы условно делят числовые характеристики случайных величин?
7. Почему нормальное распределение носит фундаментальный характер?
8. Почему необходимо вводить функцию Лапласа?
9. Какие из числовых характеристик «несут» основную информацию?

#### Примеры домашних задач.

1. Случайная величина задана плотностью распределения вероятности:

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ Ax(2-x), & 0 < x < 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

Найти значение неизвестного параметра А и вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале (0,5;1,5).

2. Случайная величина задана в интервале (2;4) плотностью распределения вероятности:

$$p(x) = \frac{-3}{4}x^2 + \frac{9}{2}x - 6$$

Найти моду, медиану и математическое ожидание случайной величины.

3. Случайная величина распределена по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием. Вероятность попадания случайной величины в интервал (-1,1) равна 0,85. Найти стандартное отклонение и записать выражение для плотности.

#### Тесты по теме (примеры)

1. Случайная величина (указать)
  - а) величина, которая принимает любое значение;
  - б) величина, которая в зависимости от случая может принять то или иное значение, неизвестно заранее, какое именно;
  - в) переменная величина, зависящая от вероятности;
  - г) числовая функция от некоторой переменной.
2. Смысл функции распределения случайной величины (указать)
  - а) функция рассеяния случайной величины  $F(x) = F(X); X \in (-\infty, +\infty);$  ;
  - б) вероятность, что случайная величина примет значение меньше заданного числа:  $F(x) = P\{X < x\} \quad x \in (-\infty, +\infty);$

в) функция случайной величины;

г) распределение случайной величины на числовой оси  $F(x)$ .

3. Указать, для каких случайных величин имеет смысл плотность распределения.

а) для дискретных случайных величин;

б) для зависимых случайных величин;

в) для независимых случайных величин;

г) для непрерывных случайных величин.

4. Задана плотность распределения случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & x \in [-1, +1] \\ 0, & x \notin [-1, +1] \end{cases}$$

Тогда вероятность попадания случайной величины в интервал  $[-0,5; +0,5]$  равна  
а) 0,5; б) 1,0; в) 0,75; г) 0,8.

5. Под математическим ожиданием случайной величины понимают

а) числовую характеристику функции распределения;

б) числовую величину, характеризующую рассеяние случайной величины;

в) числовую характеристику положения случайной величины, определяемую через операцию взвешенного суммирования (осреднения);

г) величину, совпадающую с наиболее вероятным значением.

**Ответы:** 1б; 2б; 3г; 4в; 5в.

**Контрольная работа** ( контрольная работа включает три задачи на соответствующий раздел темы «случайные величины»)

Примеры задач.

1. Задана нормально распределённая случайная величина с параметрами  $EX=2$  и  $\sigma^2=4$ . Найти вероятность попадания случайной величины в интервал  $[0; 5]$ .

2. Для нормально распределённой случайной величины с нулевым средним задана вероятность нахождения её в заданном интервале  $[-3; +3]$  0,92. Найти соответствующую дисперсию.

3. Найти дисперсию для нормально распределённой случайной величины с нулевым средним, доставляющей максимальную вероятность на заданном интервале  $[-2; +2]$ .

4. Записать выражение для плотности распределения случайной величины, если график плотности представляет собой часть сдвинутой влево на единицу параболы на интервале  $[-2; 4]$ . Найти математическое ожидание и дисперсию.

5. Преобразовать распределённую по Коши случайную величину по правилу  $y=x^2$ . Записать выражение для плотности преобразованной случайной величины.

**Типовые оценочные материалы по теме 3**

Типовые вопросы для устного опроса.

1. Что понимают под системой случайных величин?

2. Как определить функцию распределения системы двух случайных величин?

3. Условные функции и плотности распределения, что они описывают?

4. Независимость и стохастическая зависимость случайных величин. Условие независимости.

5. Что такое ковариация и коэффициент корреляции?

6. В чём смысл закона больших чисел?

7. Что утверждают предельные теоремы схемы Бернулли?

8. Какие типы сходимости существуют для последовательности случайных величин?

9. Что утверждает центральная предельная теорема Ляпунова?

**Домашнее задание** (пример)

1. Система случайных величин  $(X, Y)$  подчинена закону равномерной плотности распределения внутри квадрата со стороной  $a$ , диагонали которого совпадают с осями координат. Являются ли случайные величины зависимыми? А

коррелированными?

### Тесты по теме (примеры)

1. Что такое система двух случайных величин?

- а) совокупность произвольных величин;
- б) набор двух случайных величин, определённых на одном и том же вероятностном пространстве;
- в) две случайные величины, рассматриваемые совместно;
- г) совокупность двух случайных величин, определённых на одном и том же вероятностном пространстве и рассматриваемых совместно.

2. Основные свойства функции распределения двумерной случайной величины:

- а)  $0 < F(x) \leq 1; F(+\infty) = 1; F(x_2) > F(x_1), x_2 \geq x_1; F(-\infty) \neq 0$
- б)  $0 \leq F(x) \leq 1; F(+\infty) = 1; F(x_2) \geq F(x_1), x_2 > x_1; F(-\infty) = 0$
- в)  $0 \leq F(x) \leq 1; F(+\infty) \leq 1; F(x_2) > F(x_1), x_2 \geq x_1; F(-\infty) \neq 0$
- г)  $0 < F(x) < 1; F(+\infty) = 1; F(x_2) > F(x_1), x_2 \geq x_1; F(-\infty) \neq 0$

3. Условие независимости двух случайных величин:

- а)  $F(x, y) = F_1(x) \cdot F_2(y)$
- б)  $F(x, y) = F_1(x) + F_2(y)$
- в)  $F(x, y) \leq F_1(x) \cdot F_2(y)$
- г)  $F(x, y) \geq F_1(x) \cdot F_2(y)$

4. Свойства коэффициента корреляции:

- а)  $r(X, Y) = \pm 1 \implies Y = aX + b; X, Y - \text{н. з.} \implies r(X, Y) = 0: |r(X, Y)| \leq 1$
- б)  $r(X, Y) = \pm 1 \implies Y \neq aX + b; X, Y - \text{н. з.} \implies r(X, Y) = 0: |r(X, Y)| < 1$
- в)  $r(X, Y) \neq \pm 1 \implies Y \geq aX + b; X, Y - \text{н. з.} \implies r(X, Y) \geq 0: |r(X, Y)| \leq 1$
- г)  $r(X, Y) \neq \pm 1 \implies Y \leq aX + b; X, Y - \text{н. з.} \implies r(X, Y) \leq 0: |r(X, Y)| \leq 1$

**Ответы:** 1г; 2б; 3а; 4а.

### Типовые оценочные материалы по темам 4,5,7

#### Задача 1.

Для заданной статистической совокупности объема  $n=25$  найти точечные несмещенные оценки среднего и дисперсии, а также интервальные оценки на уровне значимости 0,025 при заданной известной и, соответственно, неизвестной дисперсии генеральной совокупности.

#### Задача 2.

При заданной ошибке первого рода и заданной выборке проверить статистические гипотезы на норматив по среднему и дисперсии, на равенство средних двух выборок.

#### Задача 3.

Для заданной выборки и заданной ошибке первого рода проверить гипотезу о ее согласованности с генеральной с заданными параметрами по критерию согласия.

### Расчетно-графическое задание.

Произведён выбор из генеральной совокупности, распределенной по нормальному закону:

Выборка 1 - заданная статистическая совокупность.

Выборка 2 - первые 25 элементов совокупности.

Выборка 3 - последние 20 элементов совокупности.

1. Для заданной статистической совокупности:

- составить вариационный ряд;
- вычислить относительные частоты;
- вычислить эмпирическую функцию распределения;
- построить графики (гистограммы, полигоны) относительных частот и эмпирической функции распределения;

- вычислить выборочные среднее значение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и определить выборочные моду и медиану.
2. Используя выборки 2 и 3, по дискретному вариационному ряду вычислить несмещенные оценки для среднего значения дисперсии, среднее квадратическое отклонения статистического распределения элементов генеральной совокупности.
  3. Для выборки 1, считая, что дисперсия распределения элементов генеральной совокупности  $\sigma^2 = T^2$ :
    - определить доверительный интервал для оценки среднего значения при доверительной вероятности  $P = 1 - \alpha_1$ ;
    - по предельной ошибке выборки  $\varepsilon$  для среднего значения найти соответствующую ему доверительную вероятность;
    - определить необходимый объем выборки для определения среднего значения генеральной совокупности с доверительной вероятностью  $P = 1 - \alpha_2$  и предельной ошибкой выборки  $\varepsilon$ .
  4. Используя выборку 2, определить доверительный интервал, соответствующий доверительной вероятности  $P = 1 - \alpha_3$  для оценки среднего значения генерального распределения.
  5. Используя выборку 3, определить доверительный интервал, соответствующий доверительной вероятности  $P = 1 - \alpha_4$ , для оценки дисперсии генерального распределения.
  6. Проверить по выборке 2 гипотезу о том, что среднее значение генеральной совокупности равно  $A$  на уровне значимости  $\alpha_6$  при альтернативной гипотезе - среднее значение не равно  $A$ .
  7. Проверить по выборке 3 гипотезу о том, что дисперсия генеральной совокупности равна  $T^2$  на уровне значимости  $\alpha_7$  при альтернативной гипотезе - дисперсия не равна  $T^2$ .
  8. По выборкам 2 и 3 проверить гипотезу о том, что средние значения соответствующих генеральных совокупностей равны на уровне значимости  $\alpha_8$  при альтернативной гипотезе - они не равны.
  9. По выборке 1 проверить гипотезу о том, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение с параметрами  $\bar{X} = A$ ,  $\sigma^2 = T^2$  на уровне значимости  $\alpha_9$ .
- По методу наименьших квадратов найти линейную функцию регрессии для двумерных связанных выборок построить её график.

**Тесты по темам 4,5,7 (примеры)**

1. Генеральная совокупность – это (указать):
  - а) совокупность анализируемых объектов;
  - б) все множество однородных объектов, подлежащих статистическому изучению на основе случайного эксперимента;
  - в) множество наблюдений за объектом;
  - г) совокупность совместно изучаемых разнообразных объектов.
2. Вариационный ряд – это (указать правильный ответ)
  - а) ряд из наблюдений;
  - б) упорядоченная совокупность наблюдений;
  - в) упорядоченная совокупность вариант признака с учетом их частоты;
  - г) ранжированный ряд наблюдений.
3. Понятие точечной оценки параметра (числовой характеристики генеральной совокупности: средней, дисперсии и т.п.):
  - а) точечная оценка параметра есть точка для оценки параметра;
  - б) точечная оценка параметра есть точка на числовой оси;
  - в) точечная оценка параметра есть числовая функция от результатов

- наблюдений, значение которой ближе всего к неизвестному параметру;  
г) это есть выборочная характеристика на основе наблюдений.
4. Имеется ряд наблюдений: 2; 5; 3; 4; 6; 4. Определить несмещенную оценку дисперсии.  
а) 1; б) 1,5; в) 2,0; г) 1,75
5. Суть интервальной оценки параметра для числовых характеристик генерального распределения:  
а) это есть доверительный интервал – интервал со случайными границами, в котором с заданной доверительной вероятностью находится неизвестный параметр;  
б) это интервал, куда попадает точечная оценка;  
в) это интервал, который включает случайный параметр с заданной вероятностью;  
г) это точечная оценка интервала для оцениваемого параметра.
6. При параметрическом выводе проверяется (указать):  
а) гипотеза о соответствии эмпирической функции распределения с теоретической функцией распределения;  
б) гипотеза с утверждением о параметрах или числовых характеристиках генерального распределения;  
в) гипотеза о соответствии выборочных параметров и функции распределения теоретическим параметрам;  
г) статистический вывод и суждение о функции распределения.

**Ответы:** 1б; 2в; 3в; 4в; 5а; 6б.

### Типовые оценочные материалы по темам 6,8

Типовые вопросы для устного опроса.

1. Что такое планирование эксперимента?
2. В чём суть дисперсионного анализа?
3. Как записываются модели эксперимента?
4. Какова модель однофакторного анализа при полностью случайном плане эксперимента?
5. Какова схема проверки влияния одного и более факторов?
6. В чём заключается метод скользящего среднего и экспоненциального сглаживания временного ряда?
7. Что лежит в основе метода главных компонент в МСА?
8. В чём заключается смысл кластер-анализа в МСА?

### 4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

Таблица 4.2

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-01	Способность применять критический анализ информации и системный подход для решения задач обоснования собственной гражданской мировоззренческой позиции	УК ОС-1.2	Способность рассматривать систему как элемент системы более высокого уровня (видеть систему как совокупность подсистем)

Таблица 4.3

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
УК ОС-01.2	1. Решает прикладные задачи бизнес-	1. Полное и правильное

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
	<p>моделирования с использованием методов теории вероятностей и математической статистики, теории случайных процессов</p> <p>2. Демонстрирует понимание используемых методов и моделей.</p> <p>3. Объясняет принятые допущения и ограничения, их влияние на качество бизнес-моделирования</p>	<p>решение задачи.</p> <p>2. Дано объяснение полученных результатов, диапазона их использования, указаны ограничения и допущения</p>

Для оценки сформированности компетенций, знаний и умений, соответствующих данным компетенциям, используются контрольные вопросы, а также задачи, при решении которых необходимо построить математические модели.

**Типовые вопросы, выносимые на экзамен/зачёт:**

1. Понятие случайного события. Алгебра событий.
2. Определение вероятностей (классическое, статистическое).
3. Основные свойства вероятности.
4. Вероятностное пространство и аксиоматика.
5. Условная вероятность, формула умножения вероятностей.
6. Теорема о полной вероятности.
7. Формула Байеса.
8. Независимость случайных событий.
9. Теорема сложения и умножения для случайных событий.
10. Независимые испытания, схема Бернулли (вероятность успеха).
11. Наивероятнейшее число успехов в серии испытаний.
12. Предельная теорема Бернулли.
13. Случайная величина и функция распределения.
14. Дискретные случайные величины, их характеристика.
15. Непрерывные случайные величины, плотность распределения.
16. Характеристики положения случайной величины.
17. Характеристики рассеяния случайной величины.
18. Биномиальное распределение и распределение Пуассона.
19. . Равномерное распределение и показательное распределение.
20. Распределение Коши и Парето.
21. Нормальное распределение и его основные свойства.
22. Стандартное нормальное распределение. Функции Гаусса и Лапласа.
23. Логарифмически нормальное распределение.
24. Система случайных величин. Функция ее распределения.
25. Условные функция и плотность распределения случайных величин.
26. Независимость случайных величин. Условие независимости.
27. Понятие стохастической зависимости случайных величин.



28. Корреляционная зависимость случайных величин.
29. Коэффициент корреляции и его свойства.
30. Закон больших чисел. Теорема Чебышева.
31. Центральная предельная теорема (теорема Ляпунова).
32. Статистическая совокупность: выборочная и генеральная.
33. Средние статистических совокупностей. Теорема Боярского.
34. Характеристики рассеяния совокупностей.
35. Моменты и характеристики формы совокупностей.
36. Первичная обработка данных. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения.
37. . Графическое представление вариационных рядов.
38. Выборочные наблюдения. Способы формирования выборки.
39. Точечная оценка параметра. Свойства состоятельности, несмещённости и эффективности.
40. Метод аналогии и наименьших квадратов нахождения точечных оценок.
41. Интервальная оценка параметра. Ее суть.
42. Интервальная оценка средней генеральной совокупности при известной дисперсии нормального распределения.
43. Интервальная оценка средней при неизвестной дисперсии нормальной совокупности.
44. Интервальная оценка дисперсии нормальной совокупности
45. Общая постановка задачи о проверке статистических гипотез.
46. Общая схема проверки гипотез.
47. Статистический критерий. Критическая область.
48. Проверка гипотезы на сравнение средней с нормативом.
49. Сравнение двух дисперсий нормальных совокупностей.
50. Критерий согласия.
51. Модели эксперимента.
52. Однофакторный анализ при группировке по случайным блокам.
53. Уравнение парной регрессии.
54. Коэффициент корреляции. Ранговая корреляция.
55. Метод главных компонент.
56. Кластер-анализ.
57. Сглаживание временных рядов.

#### **Шкала оценивания.**

Оценка результатов производится на основе балльно-рейтинговой системы (БРС). Использование БРС осуществляется в соответствии с приказом от 28 августа 2014 г. №168 «О применении балльно-рейтинговой системы оценки знаний студентов». БРС по дисциплине отражена в схеме расчетов рейтинговых баллов (далее – схема расчетов). Схема расчетов сформирована в соответствии с учебным планом направления, согласована с руководителем научно-образовательного направления, утверждена деканом факультета. Схема расчетов доводится до сведения студентов на первом занятии по данной дисциплине и является составной частью рабочей программы дисциплины и содержит информацию по изучению дисциплины, указанную в Положении о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в РАНХиГС.

На основании п. 14 Положения о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в РАНХиГС в институте принята следующая шкала перевода оценки из многобалльной системы в пятибалльную:

Таблица 4.4

Количество баллов	Оценка	
	прописью	буквой

96-100	отлично	А
86-95	отлично	В
71-85	хорошо	С
61-70	хорошо	Д
51-60	удовлетворительно	Е

Шкала перевода оценки из многобалльной в систему «зачтено»/ «не зачтено»:

Таблица 4.5

от 0 до 50 баллов	«не зачтено»
от 51 до 100 баллов	«зачтено»

Примечание: если дисциплина изучается в течение нескольких семестров, схема расчета приводится для каждого из них.

## **5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Рабочей программой дисциплины предусмотрены следующие виды аудиторных занятий: лекции, практические занятия, контрольные работы. На лекциях рассматриваются наиболее сложный материал дисциплины. Лекция сопровождается презентациями, компьютерными текстами лекции, что позволяет студенту самостоятельно работать над повторением и закреплением лекционного материала. Для этого студенту должно быть предоставлено право самостоятельно работать в компьютерных классах в сети Интернет.

Практические занятия предназначены для самостоятельной работы студентов по решению конкретных задач дискретно математики. Ряд практических занятий проводится в компьютерных классах с использованием Excel. Каждое практическое занятие сопровождается домашними заданиями, выдаваемыми студентам для решения внеаудиторное время. Для оказания помощи в решении задач имеются тексты практических заданий с условиями задач и вариантами их решения.

С целью контроля сформированности компетенций разработан фонд контрольных заданий. Его использование позволяет реализовать балльно-рейтинговую оценку, определенную приказом от 28 августа 2014 г. №168 «О применении балльно-рейтинговой системы оценки знаний студентов».

С целью активизации самостоятельной работы студентов в системе дистанционного обучения Moodle разработан учебный курс «Имитационное моделирование», включающий набор файлов с текстами лекций, практикума, примерами задач, а также набором тестов для организации электронного обучения студентов.

Для активизации работы студентов во время контактной работы с преподавателем отдельные занятия проводятся в интерактивной форме. В основном, интерактивная форма занятий обеспечивается при проведении занятий в компьютерном классе. Интерактивная форма обеспечивается наличием разработанных файлов с заданиями, наличием контрольных вопросов, возможностью доступа к системе дистанционного обучения, а также к тестеру.

Для работы с печатными и электронными ресурсами СЗИУ имеется возможность доступа к электронным ресурсам. Организация работы студентов с электронной библиотекой указана на сайте института (странице сайта – «Научная библиотека»).

### **Контрольные вопросы для подготовки к занятиям**

Таблица 5

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Контрольные вопросы для самопроверки
1	Тема 1. Теория вероятностей. Случайные события.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие случайного события</li> <li>2. Математические модели события и алгебра событий.</li> <li>3. Полная группа событий.</li> <li>4. Определения вероятностей событий.</li> <li>5. Основные теоремы: умножения, полной вероятности, Байеса и сложения.</li> <li>6. Последовательность событий и схема Бернулли.</li> </ol>
2	Тема 2. Случайные величины	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие случайной величины и её характеристика: функция распределения, плотность.</li> <li>2. Числовые характеристики случайных величин.</li> <li>3. Основные дискретные распределения</li> <li>4. Семейство нормальных распределений</li> <li>5. Функция Лапласа.</li> </ol>
3	Тема 3. Системы случайных величин	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Система случайных величин и связь случайных величин.</li> <li>2. Семейство нормальных распределений.</li> <li>3. Функция случайных величин</li> <li>4. Сходимость последовательностей случайных величин и предельные теоремы</li> <li>5. Понятие случайного процесса, определение и типы.</li> </ol>
4	Тема 4. Основы статистического описания и теория оценок	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Статистическая совокупность и её описание.</li> <li>2. Вариационные ряды.</li> <li>3. Генеральная совокупность как математическая модель всей статистической совокупности.</li> <li>4. Числовые характеристики статистической совокупности.</li> <li>5. Выборочная совокупность. Виды отбора.</li> <li>6. Статистические оценки параметров и требования к ним.</li> <li>7. Точечные оценки выборочных средних и дисперсии.</li> <li>8. Интервальные оценки неизвестных параметров генеральной совокупности</li> </ol>
5	Тема 5. Введение в теорию проверки гипотез	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие статистической гипотезы. Виды гипотез.</li> <li>2. Статистический критерий, его содержание.</li> <li>3. Ошибки первого и второго рода.</li> <li>4. Проверка параметрических гипотез.</li> <li>5. Непараметрические гипотезы и критерии согласия.</li> </ol>
6	Тема 6. Элементы	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Суть теории планирования эксперимента.</li> </ol>

	факторного анализа	2. Модели представления. 3. Однофакторный анализ при полностью случайном плане эксперимента.
7	Тема 7. Основы теории корреляции и регрессии.	1. Выборочная ковариация и коэффициент корреляции (Пирсона). 2. Корреляционное поле и матрица. 3. Модели статистической связи. 4. Парная регрессия. 5. Линейная регрессионная модель. Метод наименьших квадратов
8	Тема 8. Элементы анализа временных рядов и многомерного статистического анализа	1. Математическая модель временного ряда. 2. Сглаживание и фильтрация временных рядов. 3. Метод скользящего среднего. 4. Метод экспоненциального сглаживания. 5. Средний темп роста 6. Специфика задач МСА. 7. Метод главных компонент. 8. Кластер - анализ

**6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

**6.1. Основная литература.**

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М., КНОРУС, 2013
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика, - М., «Юрайт», 2014
3. Гмурман В.Е., Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: «Юрайт», 2014.
4. Калинина В.Н., Теория вероятностей и математическая статистика. Компьютерно-ориентированный курс, - М., «Юрайт», 2015
5. Кремер Н.Ш., Теория вероятностей и математическая статистика, - М., ЮНИТИ, 2012
6. Курзенев В.А. Основы математической статистики для управленцев. СПб.: СЗАГС, 2005  
Все источники основной литературы взаимозаменяемы.

**6.2. Дополнительная литература.**

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С., Прикладная статистика и основы эконометрики. – М., ЮНИТИ, 2001
2. Боровиков В.П., Ивченко Г.И. Прогнозирование в системе Statistika в среде Windows. – М.: Финансы и статистика, 2000.
3. Бочаров П.П., Печенкин А.В., Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Физматлит, 2005.
4. Замков ОО, Толстопятенко А.В, Черемных Ю.Н. Математические методы анализа экономики, - М.: ДИС, 2009.
5. Катышев П.К., Пересецкий А.А., Задачи с решениями по вероятности и статистике – М.: ИД ВШЭ, 2014.
6. Котов А.И, Филимонов Р.П. Сборник задач по теории вероятностей. – СПб.: СЗАГС, 2003.

**6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.**

1. Положение об организации самостоятельной работы студентов федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (в ред. приказа РАНХиГС от 11.05.2016 г. № 01-2211);
2. Положение о курсовой работе (проекте) выполняемой студентами федерального государственного бюджетного образовательного учреждения

высшего образования «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (в ред. приказа РАНХиГС от 11.05.2016 г. № 01-2211)

#### **6.4. Нормативные правовые документы.**

Не используются

#### **6.5. Интернет-ресурсы.**

СЗИУ располагает доступом через сайт научной библиотеки <http://nwapa.spb.ru/> к следующим подписным электронным ресурсам:

##### **Русскоязычные ресурсы**

Электронные учебники электронно - библиотечной системы (ЭБС) «Айбукс»

Электронные учебники электронно – библиотечной системы (ЭБС) «Лань»

Рекомендуется использовать следующий интернет-ресурсы

<http://serg.fedosin.ru/ts.htm>

<http://window.edu.ru/resource/188/64188/files/chernyshov.pdf>

#### **6.6. Иные источники.**

Не используются.

### **7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Все практические занятия проводятся в компьютерном классе. Учебная дисциплина включает использование программного обеспечения Microsoft Excel, Microsoft Word, Microsoft Power Point для подготовки текстового и табличного материала, графических иллюстраций. Для формирования навыков использования систем имитационного моделирования используются системы имитационного моделирования AnyLogic, GPSSworld.

Методы обучения с использованием информационных технологий (компьютерное тестирование, демонстрация мультимедийных материалов).

Интернет-сервисы и электронные ресурсы (поисковые системы, электронная почта, профессиональные тематические чаты и форумы, системы аудио и видео конференций, онлайн энциклопедии, справочники, библиотеки, электронные учебные и учебно-методические материалы).

Система дистанционного обучения Moodle.