

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков
Должность: директор
Дата подписания: 14.08.2026 15:21:14
Уникальный программный ключ:
880f7c07c583b07b775f6604670281b1370f12

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА и
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ при ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ

Факультет среднего профессионального образования

УТВЕРЖДЕНА

решением цикловой (методической)
комиссии общепрофессиональных
дисциплин и по профессиональным
модулям специальности 09.02.07
Информационные системы и
программирование
Протокол от 31.10.2025 № 2

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ОП. 10 Математический анализ

Специальность – 09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением

Профиль – на базе основного общего образования

Квалификация – программист

Форма обучения – очная

Год набора – 2026

Санкт-Петербург 2025 год

Автор-составитель: Янцукевич-Ушакова Оксана Евгеньевна, преподаватель высшей категории ФСПО СЗИУ РАНХиГС.

СОДЕРЖАНИЕ

1 Общие положения	4
1.1 Область применения программы.....	4
1.2 Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы.....	5
1.3 Цели и задачи учебной дисциплины.....	5
1.4 Планируемые результаты обучения по дисциплине	5
2. Структура и содержание дисциплины	7
2.1 Объем учебной дисциплины и виды работ	7
2.2 Тематический план и содержание дисциплины.....	9
2.3 Регламент распределения видов работ по дисциплине с дот	11
3 Материалы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся	11
3.1 Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся	11
3.2 Оценочные средства текущего контроля успеваемости обучающихся	13
3.3 Оценочные средства промежуточной аттестации обучающихся	19
4 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	22
5 Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «интернет»	23
6 Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы	24

1 Общие положения

1.1 Область применения программы

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчётности.

Рабочая программа дисциплины ОП. 10 Математический анализ является частью программы подготовки специалистов среднего звена (ППССЗ) разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования по специальности 09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением, утверждённым приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 24.02.2025 №138 (далее – ФГОС СПО).

Программа является частью программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением и направлена на формирования общих (ОК) и профессиональных компетенций (ПК).

Факультет среднего профессионального образования реализует программу подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением, обеспечивает планирование, организацию и проведение обучения в соответствии с требованиями следующих нормативных актов:

- Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;

Порядок разработки примерных основных образовательных программ среднего профессионального образования, проведения их экспертизы и ведения реестра примерных основных образовательных программ среднего профессионального образования (Приказ Минпросвещения России от 08.04.2021 № 153);

Федеральный государственный образовательный стандарт среднего профессионального образования по специальности 09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением (Приказ Минпросвещения России от 24.02.2025 № 138);

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам среднего профессионального образования (Приказ Минпросвещения России от 24.08.2022 № 762);

Порядок проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего профессионального образования (Приказ Минпросвещения России от 08.11.2021 № 800);

Положение о практической подготовке обучающихся (Приказ Минобрнауки России № 885, Минпросвещения России № 390 от 05.08.2020);

Перечень профессий рабочих, должностей служащих, по которым осуществляется профессиональное обучение (Приказ Минпросвещения России от 14.07.2023 № 534);

Приказ Минпросвещения России от 17.05.2022 № 336 «Об утверждении перечней профессий и специальностей среднего профессионального образования и установлении соответствия отдельных профессий и специальностей среднего профессионального образования, указанных в этих перечнях, профессиям и специальностям среднего профессионального образования, перечни которых утверждены приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 29 октября 2013 г. № 119 «Об утверждении перечней профессий и специальностей среднего профессионального образования»;

Перечень профессий и специальностей среднего профессионального образования, реализация образовательных программ по которым не допускается с применением исключительно электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (приказ Минпросвещения России от 13.12.2023 N 932).

Также элементы программы могут быть использованы в дополнительном профессиональном образовании и в профессиональной подготовке.

Дисциплина реализуется с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ), в т.ч. в программах смешанного обучения.

1.2 Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина ОП. 10 Математический анализ относится общепрофессиональным дисциплинам и входит в профессиональный цикл дисциплин. Дисциплина преподаётся в на 4 курсе в 7 и 8 семестрах. Дисциплина ОП.10 «Математический анализ» базируется на школьном курсе «Алгебра и начала анализа», ПД.01 Математика, реализуется одновременно с изучением дисциплин ОП.13 «Финансовая математика», ОП. 12 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

1.3 Цели и задачи учебной дисциплины

Цель: формирование у студентов компетенций в области применения методов математического анализа для решения прикладных задач анализа функций, оптимизации процессов и математического моделирования в профессиональной деятельности специальности 09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением.

Задачи: в результате изучения дисциплины обучающийся должен овладеть следующими навыками:

- применение теорий пределов и непрерывности для анализа поведения функциональных зависимостей;
- вычисление производных функций одной и нескольких переменных и интерпретация их геометрического и физического смысла;

- решение задач оптимизации с использованием методов дифференциального исчисления для поиска экстремумов;
- исследование функций и построение их полного анализа (монотонность, выпуклость, асимптоты, разрывы);
- вычисление неопределённых и определённых интегралов, применение интегрального исчисления к решению прикладных задач;
- применение методов интегрирования для расчёта площадей, объёмов и других геометрических и физических величин;
- разложение функций в степенные ряды и использование рядов для приближенных вычислений и анализа функций;
- определение сходимости числовых и функциональных рядов с применением соответствующих критериев;
- построение математических моделей реальных процессов и явлений на основе методов анализа;
- выбор адекватных методов математического анализа для решения поставленных профессиональных задач и оценка корректности полученных результатов.

1.4 Планируемые результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Умения	Знания
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	– актуальный профессиональный и социальный контекст, в котором приходится работать и жить – структура плана для решения задач, алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях – основные источники информации и ресурсы для решения задач и/или проблем в профессиональном и/или социальном контексте – методы работы в профессиональной и смежных сферах – порядок оценки результатов решения задач профессиональной деятельности	– распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте, анализировать и выделять её составные части – определять этапы решения задачи, составлять план действия, реализовывать составленный план, определять необходимые ресурсы – выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы – владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах – оценивать результат и последствия своих действий (самостоятельно или с помощью наставника)
ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач	– номенклатура информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности – приемы структурирования информации – формат оформления результатов поиска информации	– определять задачи для поиска информации, планировать процесс поиска, выбирать необходимые источники информации – выделять наиболее значимое в перечне информации, структурировать получаемую информацию, оформлять результаты поиска

профессиональной деятельности	– современные средства и устройства информатизации, порядок их применения и – программное обеспечение в профессиональной деятельности, в том числе цифровые средства –	– оценивать практическую значимость результатов поиска – применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач – использовать современное программное обеспечение в профессиональной деятельности – использовать различные цифровые средства для решения профессиональных задач –
ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде	– психологические основы деятельности коллектива – психологические особенности личности	– организовывать работу коллектива и команды – взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами в ходе профессиональной деятельности
ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учётом особенностей социального и культурного контекста	– правила оформления документов – правила построения устных сообщений – особенности социального и культурного контекста	– грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке – проявлять толерантность в рабочем коллективе
ОК 09 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках	– правила построения простых и сложных предложений на профессиональные темы – основные общеупотребительные глаголы (бытовая и профессиональная лексика) – лексический минимум, относящийся к описанию предметов, средств и процессов профессиональной деятельности – особенности произношения – правила чтения текстов профессиональной направленности	– понимать общий смысл чётко произнесённых высказываний на известные темы (профессиональные и бытовые), понимать тексты на базовые профессиональные темы – участвовать в диалогах на знакомые общие и профессиональные темы – строить простые высказывания о себе и о своей профессиональной деятельности – кратко обосновывать и объяснять свои действия (текущие и планируемые) – писать простые связные сообщения на знакомые или интересующие профессиональные темы

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Объем учебной дисциплины и виды работ

Виды учебной работы	Объем учебной работы, час.		
	всего	в т. ч. по семестрам	
		7	8
Учебная нагрузка обучающихся всего, в том числе:	234	108	126
лекции	24	12	12
практические занятия	106	52	54
курсовая работа	-	-	-
самостоятельная работа обучающихся	94	42	52
консультации	4	2	2
промежуточная аттестация	6	-	6
Формы промежуточной аттестации	Др., экзамен	Другая форма контроля	Экзамен

2.2 Тематический план и содержание дисциплины

Представить тематический план и содержание дисциплины в форме таблицы:

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)	Распределение часов			Формируемые компетенции	Формы текущего контроля
			Л	ПР	СРС		
1	Тема 1. Введение в анализ	Введение. Основные топологические определения. Определения функции, последовательности. Предел последовательности. Предел функции. Условия существования предела. Теоремы о пределах. «Неопределённые» выражения. «Замечательные» пределы и следствия к ним. Эквивалентные бесконечно-малые. Теоремы об эквивалентных бесконечно-малых	2	12	12	ОК1 ОК2 ОК4 ОК5 ОК9	О, ПЗ, КР
2	Тема 2. Непрерывность функции	Непрерывность функции в точке и на отрезке. Свойства непрерывных функций. Разрывы функции.	2	4	8	ОК1 ОК2 ОК4 ОК5 ОК9	О, ПЗ, КР
3	Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Определение производной функции в точке. Геометрический и экономический смысл производной. Основные теоремы дифференциального исчисления. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Асимптоты функции. Исследование функции. Приближенное вычисление функции одной переменной. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопиталя. Формула Тейлора.	4	22	8	ОК1 ОК2 ОК4 ОК5 ОК9	О, ПЗ, КР
4	Тема 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Определение функции нескольких переменных. Примеры. Предел и непрерывность ф.н.п. Свойства непрерывных функций. Частное и полное приращение функции. Частные производные ф.н.п. Градиент и производная по направлению. Частный и полный дифференциал ф.н.п. Применение полного дифференциала к приближенному вычислению функции. Частные производные и дифференциалы	4	14	14	ОК1 ОК2 ОК4 ОК5 ОК9	О, ПЗ, КР

		высших порядков. Теорема о порядке дифференцирования в смешанных производных. Локальный и условный экстремум ф.н.п.					
5	Тема 5. Интегральное исчисление	Первообразная и её свойства. Неопределённый интеграл, его свойства и геометрический смысл. Методы интегрирования. Интегрирования дробно-рациональных, тригонометрических и иррациональных функций. Интегрирование дифференциального бинома. Определённый интеграл и его геометрический смысл. Свойства определённого интеграла. Методы интегрирования в определённом интеграле. Геометрические приложения определённого интеграла. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода. Интегралы по области и их свойства. Двойной интеграл и его свойства. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Криволинейные координаты на плоскости. Якобиан. Вычисление двойного интеграла в криволинейных координатах. Тройной интеграл и его свойства. Криволинейные координаты в пространстве. Замена переменной в тройном интеграле.	6	32	30	OK1 OK2 OK4 OK5 OK9	О, ПЗ,КР
6	Тема 6. Теория рядов	Числовые ряды. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости. Признаки сравнения. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Приложения степенных рядов к приближенному вычислению значения функции, определённого интервала, пределов.	6	22	22	OK1 OK2 OK4 OK5 OK9	О, ПЗ,КР
		Итого часов:	24	106	94		

2.3 Регламент распределения видов работ по дисциплине с ДОТ

Данная дисциплина реализуется с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ). Распределение видов учебной работы, форматов текущего контроля представлены в Таблице 2.3:

Таблица 2.3 – Распределение видов учебной работы и текущей аттестации

Вид учебной работы	Формат проведения	Объем часов
Лекционные занятия	Частично с применением ДОТ,	4
Практические занятия	Частично с применением ДОТ	17
Самостоятельная работа	Частично с применением ДОТ	2
Текущий контроль	Частично с применением ДОТ	В рамках практических занятий
Формы текущего контроля	Формат проведения	
Решение задач и разбор практических кейсов	Контактная аудиторная работа	
Опрос	Частично с применением ДОТ	
Тестирование	Частично с применением ДОТ	

Доступ к системе дистанционных образовательных программ осуществляется каждым обучающимся самостоятельно с любого устройства на портале: <https://sziu-de.ranepa.ru>, в соответствии с их индивидуальным паролем и логином к личному кабинету / профилю.

Текущий контроль, проводимый в системе дистанционного обучения, оценивается как в системе дистанционного обучения, так и преподавателем вне системы. Доступ к материалам предоставляется в течение всего семестра по мере прохождения освоения программы. Доступ к каждому виду работ и количество попыток на выполнение задания предоставляется ограниченное время согласно регламенту дисциплины, опубликованному в системе дистанционного обучения. Преподаватель оценивает выполненные обучающимися работы не позднее 14 рабочих дней после окончания срока выполнения.

Ссылка на электронный курс по дисциплине представляется в начале обучения.

3 Материалы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся

3.1 Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся

Для **текущего контроля** успеваемости используются устный, письменный и практический методы в форме **опроса, практических заданий и контрольных работ**.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине за 7 семестр – другая форма контроля. Метод контроля – дифференцированный, отметка выставляется в виде средней

отметки, которая выводится на основе совокупности текущих отметок, полученных обучающимся за семестр.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине за 8 семестр – **экзамен**. Метод контроля – устный, в форме собеседования, включает в себя проверку теоретических знаний и практических навыков в письменной форме.

Перед последним практическим занятием по предмету следует составить список вопросов, требующих дополнительного разъяснения преподавателем на консультации перед промежуточной аттестацией.

Промежуточный контроль проводится в виде экзамена в форме индивидуальной беседы преподавателя с каждым обучающимся. При проведении экзамена экзаменуемым предлагается ответить на два теоретических вопроса и выполнить два практических задания в соответствии с пройденными темами.

При ответе преподаватель может задавать несколько дополнительных вопросов по теме из перечня вопросов, позволяющих выяснить степень освоения материала обучающимся.

Критерии оценивания форм контроля текущей и промежуточной аттестации:

Показатель	Критерии оценивания
5 (отлично)	Демонстрирует глубокое и всестороннее понимание содержания дисциплины; свободно оперирует основными понятиями и теоремами; способен применять изученные методы к решению разнообразных задач; самостоятельно изучать дополнительную литературу и расширять собственные знания. При выполнении теста: 100-90% правильных ответов заданий
4 (хорошо)	Демонстрирует хороший уровень понимания содержания дисциплины; владеет основными методами и инструментарием; правильно применяет теоремы и свойства при решении задач; способен к самостоятельной работе с учебным материалом. При выполнении теста: 89-75% правильных ответов заданий
3 (удовлетворительно)	Демонстрирует удовлетворительный уровень усвоения содержания дисциплины; знает основные определения и теоремы, но допускает неточности в их применении; с затруднениями решает нетипичные задачи; требует руководства при выполнении заданий повышенной сложности. При выполнении теста: 74-50% правильных ответов заданий
2 (неудовлетворительно)	Демонстрирует недостаточное понимание содержания дисциплины; не владеет необходимым набором знаний; допускает существенные ошибки при применении методов и теорем; не способен самостоятельно

	решать даже типовые задачи. При выполнении теста: 49% и меньше правильных ответов заданий
--	---

3.2 Оценочные средства текущего контроля успеваемости обучающихся

Типовые вопросы, для проведения опросов:

1. Функция. Основные определения. Классификация.
2. Предел функции.
3. Последовательность. Предел числовой последовательности.
4. Бесконечно-малые. Теоремы о бесконечно-малых.
5. Односторонние пределы.
6. Теоремы о пределах.

Типовые оценочные материалы по теме 1

Типовой тест

1. Какие из приведенных ниже выражений не являются «неопределенными»?

1) $\left[\frac{0}{0}\right]$ 2) $\left[\frac{C}{0}\right]$ 3) $[\infty - \infty]$ 4) $[0 \cdot \infty]$

2. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(1 + 3x^2)} - 1}{x^2 + x^3}$$

- 1) -1 2) ∞ 3) -3 4) 1,5

3. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

- 1) 1 2) $\frac{\pi}{2}$ 3) $\frac{2}{\pi}$ 4) $-\infty$

4. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg}^2 x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$$

- 1) e^3 2) 1 3) 0 4) e^{-3}

Типовые вопросы для письменного опроса, тема 2

- 1) Сформулируйте определение функции, непрерывной в точке.

2) Исследовать на непрерывность функцию $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$

3) Построить схематично график этой функции в окрестности точки $x = 0$.

4) Можно ли утверждать, что если у функции в точке существует предел, то она непрерывна в этой точке? Ответ поясните примерами.

Ответы:

1- Функция $y=f(x)$ называется непрерывной в точке $x=x_0$, если

А) она определена в некоторой окрестности точки x_0 ,

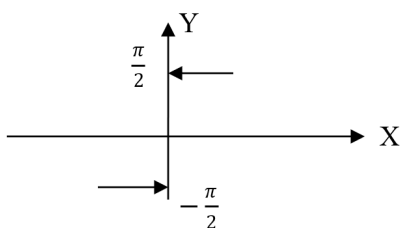
Б) существует предел функции в этой точке,

В) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

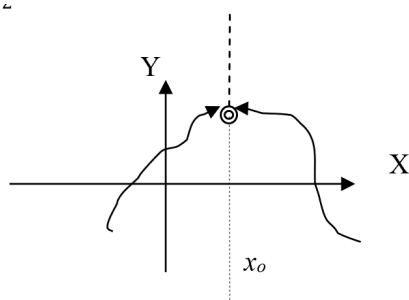
$$2. \lim_{x \rightarrow 0^-} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = -\frac{\pi}{2} \neq \infty \quad \neq \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} \neq \infty$$

Следовательно, в точке $x=0$ функция терпит неустранимый разрыв первого рода.

3.



4.



Типовой тест по теме 3

1. Производная функции в точке – это:

1) функция 2) число 3) вектор

2. Производная показательной функции равна

- 1) nx^{n-1} 2) $\frac{1}{x}$ 3) $a^x \ln a$ 4) $\frac{a^x}{\ln a}$

3. Условие $f(x_0) < f(x)$ соответствует функции, которая

- 1) возрастает;
2) не убывает;
3) не возрастает;
4) убывает.

4. Смена знака производной при переходе через точку x_0 является:

- 1) необходимым;
2) необходимым и достаточным;
3) достаточным;
4) ни тем, ни другим

5. Производная функции $x + y = \arcsin x - \arcsin y$ равна

- 1) $1 - \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ 2) $-\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}}$ 3) $1 - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 4) $\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}}$

6. Производная функции равна $\begin{cases} y = t^3 - 2t \\ x = t^2 + 1 \end{cases}$ равна

- 1) $\frac{3t^2 - 2}{2t}$ 2) $3t^2 - 2$ 3) $2t$ 4) $-\frac{2t}{3t^2 - 2}$

7. Дифференциал функции в точке – это

- 1) приращение ординаты функции
2) приращение абсциссы касательной
3) производная
4) приращение ординаты касательной

Контрольная работа по теме 3

1. Найти пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x} - 1}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 2} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{x+2}$$

$$в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$$

2. Исследовать на непрерывность функцию $y = \frac{1}{x-2}$ Построить схематично график этой функции.

3. Найти $\frac{dy}{dx}$

$$a) y = e^{\operatorname{tg}^2 x} \sqrt[3]{x}$$

$$б) y = (\ln(x+1))^{x^3}$$

$$в) \cos x + \cos y = xy$$

$$г) \begin{cases} y = a(1 - \cos t) \\ x = a(t - \sin t) \end{cases}$$

Практическая работа по теме 3

С помощью электронных таблиц EXCEL найти точки экстремума функции на промежутке $[0,1]$, если $f(x) = x^2 + me^{-0,05nx}$, $g(x) = x^4 + m \operatorname{atctg}(nx)$.

Типовые оценочные материалы по теме 4

Типовой тест

1. Определить формулу частного приращения функции по аргументу x :

$$1) f(x_0, y_0) = f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)$$

$$2) f(x_0, y_0) = f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)$$

$$3) f(x_0, y_0) = f(x_0, y_0) - f(x_0, y_0 + \Delta y)$$

$$4) f(x_0, y_0) = f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0 + \Delta y)$$

2. Полный дифференциал функции двух переменных равен

$$1) df = \frac{\partial f}{\partial y} \quad 2) df = \frac{\partial f}{\partial x} dx \quad 3) df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy \quad 4) df = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y. \quad 3.$$

Найти лишнее: Градиент функции – это вектор

$$1) \text{равный } \left\{ \frac{df}{dx}, \frac{df}{dy} \right\}$$

2) показывающий направление наискорейшего роста функции

3) связанный с экстремумом функции

4) направленный по нормали к поверхности уровня функции

4. Достаточным условием локального экстремума функции двух переменных является: 1)

$$f'_x = 0 \quad \text{и} \quad f'_y = 0$$

$$2) \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix} > 0$$

$$3) \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix} < 0$$

$$4) \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix} = 0$$

5. Найти производную по направлению вектора $l = \{4; -3\}$ для функции $z = \frac{x - y^2}{xy}$ в точке М (1;1)

$$1) 2 \quad 2) 0 \quad 3) -2 \quad 4) 1$$

Контрольная работа по теме 4

1) Найти градиент и его величину в точке М (3;4) для функции $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

2) Найти производную по направлению вектора $l = \{3;3\}$ для функции $z = \arctg(xy)$ в точке М (1;1)

3) Найти приближенное значение функции $^{3,02}\sqrt{8,01}$

4) Вычислить $\frac{dz}{dt}$ если $z = \arcsin(xy^2)$; $\begin{cases} c = e^t \\ y = \sqrt[4]{t} \end{cases}$

5) Найти локальный экстремум $z = 3xy^2 - y^3 - x^2$

6) Найти условный экстремум $\begin{cases} z = 2x^2 + 3y^2 \\ x + y = 1 (x, y \geq 0) \end{cases}$

Типовые оценочные материалы по теме 5

Контрольная работа по теме 5

1. $\int \frac{dx}{\sin^2(3x-5)}$
2. $\int x^2 e^{5x^3} dx$
3. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$
4. $\int \frac{2x+5}{3x^2+11x+2} dx$
5. $\int \sqrt{x} \ln x dx$
6. $\int \frac{x+1}{x^3+x^2-2x} dx$
7. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx$

Типовые оценочные материалы по теме 6

Типовой тест

1. Определите знакочередующийся ряд:

- 1) $3 + 5 + 7 + 9 + \dots$
- 2) $3 - 5 + 7 - 9 + \dots$
- 3) $3 + 5 - 7 + 9 + \dots$
- 4) $3 - 5 - 7 - 9 + \dots$

2. Какой признак лучше применить для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{2n^2}\right)^n$

- 1) Признак Даламбера
- 2) Признак Лейбница
- 3) Радикальный признак Коши
- 4) Интегральный признак Коши
- 5) Признак сравнения

3. Если степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ сходится в точке 8, то в точке $x=3$ ряд:

- 1) сходится абсолютно;
- 2) расходится;

3) сходится условно.

4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{3n+5}$
- 1) $x=0$ 2) $x \in R$ 3) $(-1;1)$ 4) $[-1;1]$.

Ответы:

- 1) – 2 2) – 3 3) – 1 4) - 3

Контрольная работа по теме 6

1. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3n(x+4)^n}{\sqrt{2n+1}}$
2. Пользуясь разложением функции в ряд Маклорена, вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{kn(1-x) - \sin x}{x^2}$$

3. Вычислить приближенно определённый интеграл, используя разложение подынтегральной функции в ряд Маклорена. Ограничиться двумя членами ряда.

$$\int_0^{0.5} \cos x^2 dx$$

5. Разложить функцию в ряд Фурье

$$f(x) = \begin{cases} 7, & -\pi < x \leq 0 \\ -3, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

3.3 Оценочные средства промежуточной аттестации обучающихся

При реализации промежуточной аттестации в ЭО/ДОТ могут быть использованы следующие формы:

1. Устно в ДОТ - в форме устного ответа на теоретические вопросы и решения задачи (кейса).
2. Письменно в СДО с прокторингом - в форме письменного ответа на теоретические вопросы и решения задачи (кейса).
3. Тестирование в СДО с прокторингом.

Типовые вопросы на экзамене:

1. Первообразная и её свойства.
2. Неопределённый интеграл, его свойства и геометрический смысл.
3. Свойства неопределённого интеграла.

4. Методы интегрирования в неопределённом интеграле: непосредственное интегрирование и заведение под знак дифференциала.
5. Методы интегрирования в неопределённом интеграле: замена переменной.
6. Методы интегрирования в неопределённом интеграле: интегрирование по частям.
7. Разложение рациональной дроби на простейшие дроби.
8. Метод разложения правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей.
9. Интегрирование простейших рациональных дробей.
10. Интегрирование некоторых иррациональных функций и тригонометрические подстановки.
11. Интегрирование тригонометрических функций.
12. Интегрирование дифференциального бинома.
13. Определённый интеграл. Основные определения.
14. Свойства определённого интеграла.
15. Геометрический смысл определённого интеграла.
16. Условия существования определённого интеграла.
17. Методы интегрирования в определённом интеграле: замена переменной.
18. Методы интегрирования в определённом интеграле: интегрирование по частям.
19. Несобственный интеграл 1-го рода с бесконечными пределами.
20. Несобственный интеграл 2-го рода с бесконечными разрывами.
21. Интегралы по области. Примеры интегралов по области.
22. Свойства интегралов по области.
23. Двойной интеграл. Определение. Геометрический смысл.
24. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат.
25. Криволинейные координаты. Якобиан.
26. Замена переменной в двойном интеграле. Якобиан в полярной системе координат.
27. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат.
28. Тройной интеграл. Определение. Геометрический смысл.
29. Вычисление тройного интеграла в декартовой системе координат.
30. Элемент пространственной области в криволинейных координатах.
31. Замена переменной в тройном интеграле.
32. Числовые ряды. Основные определения.
33. Свойства сходящихся числовых рядов.
34. Необходимый признак сходимости числового ряда.
35. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
36. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.

37. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости.
38. Функциональные ряды. Основные определения.
39. Теорема Абеля.
40. Область сходимости степенного ряда.
41. Радиус сходимости степенного ряда.
42. Свойства степенных рядов.
43. Ряды Тейлора и Маклорена. Основные определения.
44. Теорема о разложении функции в ряд Тейлора.
45. Разложение основных функций в степенные ряды.
46. Вычисление степенных рядов с заданной погрешностью.
47. Применение степенных рядов к приближенному вычислению значения функции.
48. Применение степенных рядов к приближенному вычислению интеграла.

Типовые контрольные задания на экзамен:

1. Вычислить интеграл :

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^3}}$$

2. Вычислить интеграл

$$\int x \ln(1-x) dx$$

3. Вычислить интеграл

$$\int \frac{dx}{(x-1)^2(x-3)(x+4)}$$

4. Вычислить интеграл

$$\int \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 3 \cos x}$$

5. Вычислить интеграл

$$\int_0^{\pi} (x-1) \cos x dx$$

6. Вычислить интеграл $\int$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+4x^2} dx$$

7. Исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{(n+1)!}$$

8. Исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$$

9. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^n}{2n}$$

10. Поменять порядок интегрирования

$$\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$$

11. Вычислить двойной интеграл

$$\int_1^2 dy \int_0^{\ln y} e^x dx$$

12. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D \sqrt{1+x^2+y^2} dx dy, \text{ где } D - \text{четверть круга } x^2 + y^2 \leq 1$$

4. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению дисциплины ОП. 10 Математический анализ, студент должен ознакомиться с содержанием данной «Рабочей учебной программы дисциплины» с тем, чтобы иметь чёткое представление о своей работе.

Изучение дисциплины осуществляется на основе выданных студенту преподавателем рекомендаций по выполнению всех заданий, предусмотренных учебным планом и программой.

В первую очередь необходимо уяснить цель и задачи изучаемой дисциплины, оценить объем материала, отведённого для изучения студентами самостоятельно, подобрать основную и дополнительную литературу, выявить наиболее важные проблемы, стоящие по вопросам изучаемой дисциплины.

Выполнение заданий осуществляется в соответствии с учебным планом и программой. Они должны выполняться в соответствии с методическими рекомендациями, выданными преподавателем, и представлены в установленные преподавателем сроки.

Изучая первоисточники, целесообразно конспектировать тот материал, который не сообщался студентам на лекциях.

На занятиях лекционного и практического характера студентам для работы требуется тетрадь для записи лекций и заданий.

5 Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Основная литература

1. Математика. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. Учебное пособие для СПО : учебное пособие для образовательных организаций, реализующих образовательные программы среднего профессионального образования / Ш. А. Алимов, М. В. Ткачёва, Ю. М. Колягин [и др.]. – 2-е изд., стер. - Москва : Просвещение, 2025. - 561 с. – (Серия «Учебник СПО»). - ISBN 978-5-09-127030-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2220393> (дата обращения: 04.08.2026).

2. Алимов Ш.А. Математика. Алгебра и начала математического анализа : базовый уровень : учебное пособие для образовательных организаций, реализующих образовательные программы СПО / Алимов Ш.А., Ткачева М.В., Колягин Ю.М., - 3-е изд. - М.:Просвещение, 2026. - 559 с. - ISBN 978-5-09-138977-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2267307> (дата обращения: 04.08.2026).

Дополнительная литература

3. Садовничая, И. В. Математический анализ: определенный интеграл : учебное пособие для среднего профессионального образования / И. В. Садовничая, Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 430 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-20656-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/558521> (дата обращения: 15.11.2025).

4. Садовничая, И. В. Математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной : учебник для среднего профессионального образования / И. В. Садовничая, Т. Н. Фоменко ; под общей редакцией В. А. Ильина. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 115 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08474-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563768> (дата обращения: 15.11.2025).

5. Хорошилова, Е. В. Математический анализ: неопределенный интеграл : учебник для среднего профессионального образования / Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 184 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-06949-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559326> (дата обращения: 15.11.2025).

6. Максимова, О. Д. Основы математического анализа: числовые ряды : учебное пособие для среднего профессионального образования / О. Д. Максимова. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 100 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-

08227-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/494347> (дата обращения: 15.11.2025).

6 Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Реализация программы дисциплины требует наличия учебного кабинета «Математических дисциплин».

Оборудование учебного кабинета:

- посадочные места по количеству обучающихся;
- рабочее место преподавателя (стол, стул, кафедра);
- классная доска с тремя рабочими поверхностями.

Технические средства обучения - презентационное оборудование:

- наглядные пособия на информационных стендах в аудитории;
- ноутбук (компьютер) с лицензионным программным обеспечением;
- мультимедиапроектор;
- колонки.
- программное обеспечение – офисный пакет, платформа для проведения он-лайн занятий.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. Электронно-библиотечная система «IPR SMART» (СПО) — URL: <https://www.iprbookshop.ru/>;
2. Электронно-библиотечная система «Лань» — URL: <https://e.lanbook.com/>;
3. Электронно-библиотечная система «iBooks» — URL: <https://ibooks.ru/>;
4. Электронно-библиотечная система «ZNANIUM» — URL: <https://znanium.ru/>.