

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков
Должность: директор
Дата подписания: 18.05.2026 16:44:53
Уникальный программный ключ:
880f7c07c583b07b775f6604a630281b13ca9fd2

Приложение 4
к образовательной программе

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДЭ.02.02 Марковские процессы и теория массового
обслуживания

(индекс, наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)

38.03.05 Бизнес-информатика

(код, наименование направления подготовки/специальности)

Бизнес-аналитика

(наименование образовательной программы)

Очная форма обучения

(форма обучения)

Год набора - 2026

Санкт-Петербург

Автор(ы)-составитель(и) РПД:

Колодко Дмитрий Владимирович, к.э.н., доцент кафедры бизнес-информатики

Заведующий кафедрой:

Наумов Владимир Николаевич, доктор военных наук, профессор, заведующий кафедрой бизнес-информатики

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДЭ.02.02 Марковские процессы и теория массового обслуживания одобрена на заседании кафедры бизнес-информатики факультета экономики и финансов СЗИУ РАНХиГС.

протокол № 6 от «26» марта 2026 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание и структура дисциплины
4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии их оценивания
5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания по контрольным точкам
6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине
7. Методические материалы по освоению дисциплины
8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»
9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Дисциплина Б1.В.ДЭ.02.02 Марковские процессы и теория массового обслуживания обеспечивает формирование у обучающихся следующих универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций*:

ОТФ/ ТФ и реквизиты ПС (при наличии)**	Код компетенции **	Наименование Компетенции **	Код индикатора достижения компетенций **	Наименование индикатора достижения компетенций **	Образовательный результат**
08.037 Бизнес-аналитик, утв. приказом Министрства труда и социальной защиты РФ от 22.11.2023г. № 821н D/02.6 Анализ, обоснование и выбор решения	ПКС-3	Способен обосновывать решения на основе оценки и анализа целевых показателей, построения и применения алгоритмических моделей.	ПКС-3.1	Применяет системный подход, методы теории принятия решений, методы оптимизации, математические методы и модели при обосновании решения	ПКС -3.1. 3-1. Знает теорию систем ПКС-3.1. У-5. Умеет определять связи и зависимости между элементами информации для бизнес-анализа

* Дисциплина может формировать компетенцию полностью или частично.

** Должно соответствовать Приложению 1 к образовательной программе

2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы

Общий объем дисциплины:

2,00 з.е., 72 ак.час

Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий: 37 ак. час на контактную работу с преподавателем, из них 12 ак.час на лекции и 16 ак.час на практические занятия, 9 ак.час на аттестацию в период экзаменационной сессии. 35 ак. час на самостоятельную работу обучающихся.

Дисциплина Б1.В.ДЭ.02.02 Марковские процессы и теория массового обслуживания реализуется в 5-м семестре 3-го курса. Курс опирается на знание общеобразовательных дисциплин, в первую очередь, Б1.О.07.02 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Б1.О.07.05 Теория вероятностей и математическая статистика, Б1.О.07.04 Дифференциальные и разностные уравнения.

Дисциплина Б1.В.ДЭ.02.02 Марковские процессы и теория массового обслуживания предшествует таким дисциплинам, как: Б1.В.ДЭ.03.01 Методы прогнозирования, Б1.В.ДЭ.03.02 Прогнозирование временных рядов, Б1.В.09 Имитационное моделирование.

3. Содержание и структура дисциплины

3.1. Структура дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем и (или) разделов	ВСЕГО	Объем дисциплины, ак.час										Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации		
			Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий							Самостоятельная работа					
			Период теоретического обучения				Период промежуточной аттестации (сессия)			СРкр	СРэк	СР			
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		ИК	КСР	КЭ					Кат тэк	К о н т р о л ь
			Л	ВЛ	ЛР	ПЗ									
Тема 1	Основы теории случайных процессов	11	2			2								7	Г
Тема 2	Марковские процессы с дискретным	11	2			2								7	ПКЗ

	временем													
Тема 3	Марковские процессы с непрерывным временем	13	2			4							7	ПКЗ
Тема 4	Системы массового обслуживания	15	4			4							7	Т, ПКЗ
Тема 5	Метод динамики средних	13	2			4							7	ПКЗ
Промежуточная аттестация			9							9				Зачет с оценкой
Итого		72	12			16				9			35	

Используемые сокращения:

Л – лекции - занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации обучающимся педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях,).

ВЛ – видео лекции.

ЛР – лабораторные работы.

ПЗ – практические занятия (за исключением лабораторных работ).

ИК – индивидуальные консультации.

КСР – контроль самостоятельной работы

КЭ – консультации перед экзаменом

Каттэк – контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий

Контроль - контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий для заочной формы обучения

СРкр – самостоятельная работа на подготовку курсовой работы/ курсового проекта.

СРэк – самостоятельная работа на подготовку к экзамену.

СР – самостоятельная работа в семестре на подготовку к учебным занятиям.

Т – тестирование.

ПКЗ – практические контрольные задания.

ПИЗ – профессионально-исследовательские задания.

3.2. Содержание дисциплины

Тема 1. Основы теории случайных процессов. ПКС-3.1.

Основные определения теории вероятностей. Одномерная случайная величина. Закон распределения случайной величины. Распределение Пуассона. Экспоненциальный закон распределения. Вероятностные характеристики одномерных случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, их основные свойства. Многомерные случайные величины и их характеристики. Ковариация и коэффициент корреляции. Случайный процесс. Сечение случайного процесса. Реализация случайного процесса. Классификация случайных процессов. Законы распределения и характеристики случайных процессов. Гауссовский белый шум. Процесс случайного блуждания. Процессы авторегрессии и скользящего среднего $ARMA(p, q)$. Стационарные случайные процессы.

Тема 2. Марковские процессы с дискретным временем. ПКС-3.1.

Случайные процессы с дискретными состояниями и дискретным временем. Марковские случайные процессы и марковские цепи. Граф состояний системы. Классификация состояний системы. Эргодические системы. Матрица переходных вероятностей. Однородные и неоднородные марковские цепи. Вероятности состояний системы. Предельные вероятности системы. Достаточное условие существования предельных вероятностей. Поглощающие марковские цепи. Фундаментальная матрица поглощающей марковской цепи. Среднее число шагов до поглощения и среднее время до поглощения. Вероятности поглощения.

Тема 3. Марковские процессы с непрерывным временем. ПКС-3.1.

Случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Поток событий. Простейший поток событий и его свойства: отсутствие последствия, ординарность, стационарность. Интенсивность потока событий. Число событий в простейшем потоке за промежуток времени. Время между двумя событиями простейшего потока. Дискретный марковский процесс с непрерывным временем. Граф состояний системы. Система линейных дифференциальных уравнений Колмогорова. Решение задачи Коши для систем линейных дифференциальных уравнений. Основы операционного исчисления. Решение системы дифференциальных уравнений операционным методом. Предельные вероятности состояний. Достаточное условие существования предельных вероятностей. Система линейных алгебраических уравнений Колмогорова. Процессы гибели и размножения. Нестационарный пуассоновский поток событий. Поток Пальма. Поток Эрланга и его характеристики. Метод псевдосостояний.

Тема 4. Системы массового обслуживания. ПКС-3.1.

Системы массового обслуживания, их основные элементы и классификация. Многоканальная СМО с отказами. Уравнения Эрланга, формулы Эрланга. Характеристики СМО с отказами. Среднее число заявок в обслуживании, среднее время пребывания заявки в системе, формула Литтла. Многоканальная СМО с ограничением на длину очереди и ее характеристики. Многоканальная СМО с ожиданием и ее характеристики. Многоканальная СМО с ограничением на время ожидания и ее характеристики. Многоканальная СМО со взаимопомощью между каналами. Типы взаимопомощи между каналами. Сети массового обслуживания. Граф передач сети и матрица передач. Открытые и замкнутые сети. Динамическая матрица. Коэффициенты передач.

Тема 5. Метод динамики средних. ПКС-3.1.

Метод динамики средних. Средняя численность состояния. Дисперсия численности состояния. Уравнения Колмогорова для численностей состояний. Предельные средние численности. Доверительный интервал для численности состояния. Учет зависимости интенсивности потоков событий от численности состояний. Принцип квазирегулярности. Предельное поведение средних численностей состояний. Модель «хищник-жертва» Лотки-Вольтерры. Численные методы решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений. Модель войны Ланкастера. Условие взаимного истребления.

4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии оценивания

1.1. Оценочные материалы по дисциплине Б1.В.ДЭ.02.02 Марковские процессы и теория массового обслуживания входят в состав оценочных материалов по образовательной программе. Совокупность оценочных материалов по всем дисциплинам образовательной программы составляет фонд оценочных средств (далее – ФОС). ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с целью оценивания достижения обучающимися планируемых результатов обучения.

4.2. ФОС разработан как комплекс проверочных заданий различного типа и уровня сложности, включает критерии и шкалы оценивания, а также «ключи» правильных ответов. ФОС формируется как отдельный документ и хранится в электронном виде, доступ к ФОС предоставлен ограниченному кругу лиц.

4.3. Для самостоятельной работы обучающихся при подготовке к текущему контролю успеваемости и промежуточной аттестации в рабочих программах дисциплин размещены типовые проверочные задания, которые можно условно разделить на задания закрытого,

комбинированного и открытого типов.

Задания закрытого типа — это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных.

Задания комбинированного типа – это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных и обосновать свой выбор.

Задания открытого типа — это задания, в которых на каждый вопрос должен быть предложен развернутый обоснованный ответ.

В зависимости от типа задания рекомендованы определенная последовательность выполнения и система оценивания выполнения заданий.

4.4. Типы заданий, сценарии выполнения, критерии оценивания

ТИП ЗАДАНИЯ	ИНСТРУКЦИЯ	СЦЕНАРИИ ВЫПОЛНЕНИЯ	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа из нескольких вариантов предложенных	Прочитайте текст, выберите правильный ответ	<ol style="list-style-type: none"> 1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные вариант-ты ответа. 3. Выбрать один верный ответ. 4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа (например, 3 или В). 	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква
Задание закрытого типа на установление соответствия	Прочитайте текст и установите соответствие	<ol style="list-style-type: none"> 1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидаются пары элементов. 2. Внимательно прочитать оба списка: список 1 – вопросы, утверждения, факты, понятия и т.д.; список 2 – утверждения, свойства объектов и т.д. 3. Сопоставить элементы списка 1 с элементами списка 2, сформировать пары элементов. 4. Записать попарно буквы и цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа (например, А1 или Б4). 	Ответ считается верным, если правильно указаны цифры или буквы
Задание закрытого типа с выбором нескольких	Прочитайте текст, выберите правильные ответы	<ol style="list-style-type: none"> 1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается несколько правильных ответов из предложенных вариантов. 	Ответ считается верным, если правильно установлены все соответствия (позиции из

<p>правильных ответов из нескольких вариантов предложенных</p>		<p>2. Внимательно прочитать предложенные вариант-ты ответа.</p> <p>3. Выбрать несколько правильных ответов.</p> <p>4. Записать только номера (или буквы) выбранного варианта ответа (например, 1 4 или А Г).</p>	<p>одного столбца верно сопоставлены с позициями другого)</p>
<p>Задание закрытого типа на установление последовательности</p>	<p>Прочитайте текст и установите последовательность</p>	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается последовательность элементов.</p> <p>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</p> <p>3. Построить верную последовательность из предложенных элементов.</p> <p>4. Записать буквы/цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа в нужной последовательности (например, БАА или 135).</p>	<p>Ответ считается верным, если правильно указана вся последовательность цифр</p>
<p>Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа из предложенных и обоснованием выбора</p>	<p>Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа</p>	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.</p> <p>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</p> <p>3. Выбрать один верный ответ.</p> <p>4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа.</p>	<p>Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква и приведены корректные аргументы, используемые при выборе ответа</p>

		5. Записать аргументы, обосновывающие выбор ответа (например, 4 текст обоснования).	
Задание открытого типа с развернутым ответом	Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ	<ol style="list-style-type: none"> 1. Внимательно прочитать текст задания и понять суть вопроса. 2. Продумать логику и полноту ответа. 3. Записать ответ, используя четкие компактные формулировки. 4. В случае расчетной задачи, записать решение и ответ 	<p>Ответ считается верным:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Отсутствие фактических ошибок. 2. Раскрытие объема используемых понятий (полнота ответа). 3. Обоснованность ответа (наличие аргументов). 4. Логическая последовательность излагаемого материала.

4.5. Общая шкала оценивания результатов текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением БРС

Итоговая балльная оценка	Традиционная система	Бинарная система	ECTS	
			Для традиционной системы	Для бинарной системы
95-100	Отлично	Зачтено	A	P/ Passed
85-94			B	P/ Passed
75-84	Хорошо		C	P/ Passed
65-74			D	P/ Passed
55-64			E	P/ Passed
0-54	Неудовлетворительно	Не зачтено	F	F/Failed

Соотношение баллов за текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию, а также повторную промежуточную аттестацию:

Максимальная сумма баллов за текущий контроль успеваемости	Максимальная сумма баллов за промежуточную аттестацию	Максимальная итоговая балльная оценка	Максимальная сумма баллов за повторную промежуточную аттестацию
60 баллов	40 баллов	100 баллов	100 баллов

5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания по контрольным точкам

5.1. В ходе реализации дисциплины используются следующие формы текущего контроля успеваемости обучающихся (в том числе, задания к контрольным точкам):

T – тестирование, ПКЗ – практические контрольные задания.

Тема1. Основы теории случайных процессов.

Тестовые задания по теме 1.

Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа из нескольких вариантов предложенных.

1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.
2. Внимательно прочитать предложенные вариант-ты ответа.
3. Выбрать один верный ответ.

4. Записать только номер выбранного варианта ответа (например, 3).

1. Функция вероятности случайной величины, имеющей распределение Пуассона, может быть записана в виде:

$$\begin{array}{ll} 1) P(k) = C_n^k p^k q^{n-k} & 2) P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \\ 3) f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} & 4) f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \end{array}$$

Задание закрытого типа на установление соответствия. Сценарий выполнения:

1. Внимательно прочитайте текст задания и понять, что в качестве ответа ожидаются пары элементов.
2. Внимательно прочитайте оба списка: список 1 – вопросы, утверждения, факты, понятия и т.д.; список 2 – утверждения, свойства объектов и т.д.
3. Сопоставить элементы списка 1 с элементами списка 2, сформировать пары элементов.
4. Записать попарно буквы и цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа (например, А1 или Б4).

2. Установите соответствие между распределением и функцией плотности распределение / функцией вероятности:

$$\begin{array}{ll} 1) P(k) = C_n^k p^k q^{n-k} & 2) P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \\ 3) f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} & 4) f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \end{array}$$

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| А) Биномиальное распределение | Б) Распределение Пуассона |
| В) Нормальное распределение | Г) Экспоненциальное распределение |

Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов из нескольких вариантов предложенных. Сценарий:

1. Внимательно прочитайте текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается несколько правильных ответов из предложенных вариантов.

2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.
3. Выбрать несколько правильных ответов.
4. Записать только номера (или буквы) выбранного варианта ответа (например, 1 4 или А Г).

3. Выберите плотность и функцию распределения случайной величины, имеющей экспоненциальное распределение:

$$1) F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

$$2) F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$3) f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$4) f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

Тема 2. Марковские процессы с дискретным временем.

ПКЗ по теме 2.

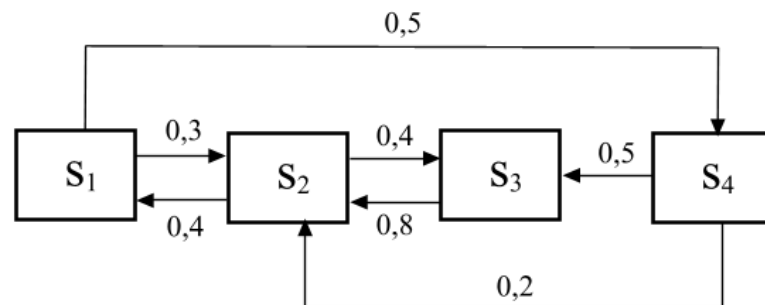
1 вариант контрольной работы:

- 1) Стационарный процесс авторегрессии AR(1) описывается уравнением:

$$X(t) = 6 + 0,9 * X(t-1) + e(t), \quad e(t) \sim WN(0, 1)$$

Записать математическое ожидание, дисперсию, с.к.о., ковариационную и корреляционную функции процесса $X(t)$. Пусть $X(0)=55$, построить точечный и интервальный (уровень надежности 0,90) прогноз для моментов времени $t=1, 2, 3$.

- 2) Система S может находиться в 4-х состояниях. В системе протекает марковский процесс с дискретным временем. Размеченный граф состояний этой системы:



В начальный момент времени система находится в 3-м состоянии.

Найти вероятности состояний на 4-м шаге. Проверить, является ли марковская цепь регулярной. Найти предельные вероятности состояний, если они существуют.

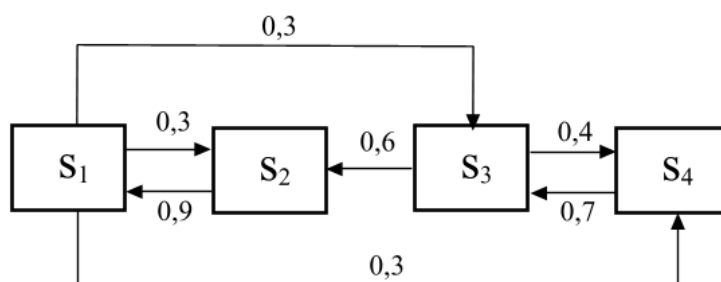
2 вариант контрольной работы:

1) Процесс скользящего среднего $MA(1)$ описывается уравнением:

$$X(t) = 10 + e(t) + 0,5 * e(t-1), \quad e(t) \sim WN(0, 1)$$

Записать математическое ожидание, дисперсию, с.к.о., ковариационную и корреляционную функции процесса $X(t)$. Пусть $e(0)=5$, построить точечный и интервальный (уровень надежности 0,99) прогноз для моментов времени $t=1, 2, 3$.

2) Система S может находиться в 4-х состояниях. В системе протекает марковский процесс с дискретным временем. Размеченный граф состояний этой системы:



В начальный момент времени система находится во 2-м состоянии.

Найти вероятности состояний на 3-м шаге. Проверить, является ли марковская цепь регулярной. Найти предельные вероятности состояний, если они существуют.

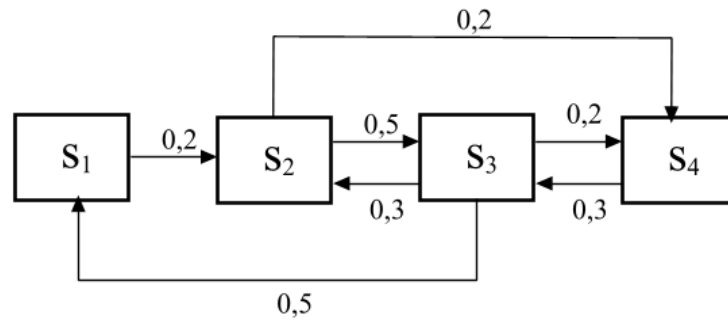
3 вариант контрольной работы:

1) Стационарный процесс авторегрессии $AR(1)$ описывается уравнением:

$$X(t) = 5 + 0,5 * X(t-1) + e(t), \quad e(t) \sim WN(0, 1)$$

Записать математическое ожидание, дисперсию, с.к.о., ковариационную и корреляционную функции процесса $X(t)$. Пусть $X(0)=12$, построить точечный и интервальный (уровень надежности 0,95) прогноз для моментов времени $t=1, 2, 3$.

2) Система S может находиться в 4-х состояниях. В системе протекает марковский процесс с дискретным временем. Размеченный граф состояний этой системы:



В начальный момент времени система находится в 1-м состоянии.

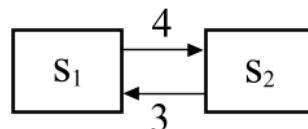
Найти вероятности состояний на 2-м шаге. Проверить, является ли марковская цепь регулярной. Найти предельные вероятности состояний, если они существуют.

Тема 3. Марковские процессы с непрерывным временем.

ПКЗ по теме 3.

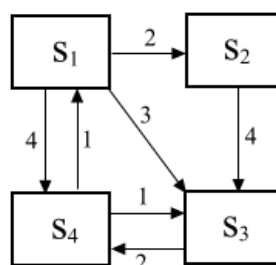
1 вариант контрольной работы.

1) Система S может находиться в 2-х состояниях. В начальный момент времени система находится в 1-м состоянии. В системе протекает марковский процесс с непрерывным временем, интенсивности простейших потоков, переводящих систему из состояния в состояние, указаны на размеченном графе:



Записать систему дифференциальных уравнений Колмогорова, найти вероятности состояний, решив систему операционным методом. Найти предельные вероятности состояний предельным переходом.

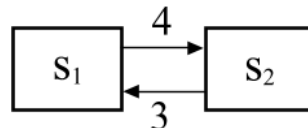
2) Система S может находиться в 4-х состояниях. В системе протекает марковский процесс с непрерывным временем, интенсивности простейших потоков, переводящих систему из состояния в состояние, указаны на размеченном графе:



Записать систему алгебраических уравнений и найти предельные вероятности состояний.

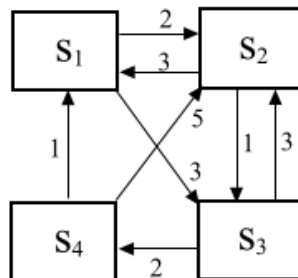
2 вариант контрольной работы.

1) Система S может находиться в 2-х состояниях. В начальный момент времени система находится во **2-м** состоянии. В системе протекает марковский процесс с непрерывным временем, интенсивности простейших потоков, переводящих систему из состояния в состояние, указаны на размеченном графе:



Записать систему дифференциальных уравнений Колмогорова, найти вероятности состояний, решив систему операционным методом. Найти предельные вероятности состояний предельным переходом.

2) Система S может находиться в 4-х состояниях. В системе протекает марковский процесс с непрерывным временем, интенсивности простейших потоков, переводящих систему из состояния в состояние, указаны на размеченном графе:



Записать систему алгебраических уравнений и найти предельные вероятности состояний.

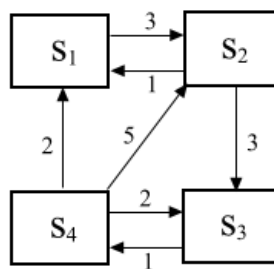
3 вариант контрольной работы.

1) Система S может находиться в 2-х состояниях. В начальный момент времени система находится в 1-м состоянии. В системе протекает марковский процесс с непрерывным временем, интенсивности простейших потоков, переводящих систему из состояния в состояние, указаны на размеченном графе:



Записать систему дифференциальных уравнений Колмогорова, найти вероятности состояний, решив систему операционным методом. Найти предельные вероятности состояний предельным переходом.

2) Система S может находиться в 4-х состояниях. В системе протекает марковский процесс с непрерывным временем, интенсивности простейших потоков, переводящих систему из состояния в состояние, указаны на размеченном графе:



Записать систему алгебраических уравнений и найти предельные вероятности состояний.

Тема 4. Системы массового обслуживания.

Тестовые задания по теме 4.

Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа из нескольких вариантов предложенных.

1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.
2. Внимательно прочитать предложенные варианты-ты ответа.
3. Выбрать один верный ответ.
4. Записать только номер выбранного варианта ответа (например, 3).

1. Для СМО с отказами не рассчитывают характеристику:

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| 1) Вероятность отказа | 3) Абсолютная пропускная способность |
| 2) Среднее число заявок в очереди | 4) Среднее число занятых каналов |

Задание закрытого типа на установление последовательности. Сценарий выполнения:

1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается последовательность элементов.
2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.
3. Построить верную последовательность из предложенных элементов.
4. Записать цифры вариантов ответа в нужной последовательности (например, 1234).

2. Записать порядок обслуживания заявок СМО с неограниченной очередью:

- | | |
|---|--|
| 1) Заявка поступает в систему | 3) Обслуживается системой |
| 2) Становится в очередь, если все каналы заняты | 4) Обслуженная заявка покидает систему |

Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа из предложенных и обоснованием выбора. Сценарий выполнения:

1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.
2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.
3. Выбрать один верный ответ.
4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа.
5. Записать аргументы, обосновывающие выбор ответа (например, 4 текст обоснования).

3. Пусть n – число каналов, λ – интенсивность входящего потока заявок, μ – интенсивность обслуживания заявок одним каналом. При каких параметрах СМО с неограниченной очередью справляется с потоком заявок:

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $n=3, \lambda=5, \mu=2$ | 3) $n=10, \lambda=5, \mu=1$ |
| 2) $n=1, \lambda=5, \mu=2$ | 4) $n=6, \lambda=2, \mu=10$ |

ПКЗ по теме 4.

1 вариант контрольной работы.

- 1) СМО имеет 4 канала обслуживания. В среднем в час поступает 40 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом равно 0,1 часа.

Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она покидает систему. Найти характеристики данной СМО.

2) СМО имеет 3 канала обслуживания. В среднем в час поступает 35 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом 0,1 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она становится в очередь, если в очереди меньше 2-х заявок, или покидает систему, если в очереди уже есть 2 заявки. Найти характеристики данной СМО.

3) СМО имеет 4 канала обслуживания. В среднем в час поступает 30 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом 0,1 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она становится в очередь, какой бы длинной она ни была, и дожидается обслуживания. Найти характеристики данной СМО.

2 вариант контрольной работы.

1) СМО имеет 4 канала обслуживания. В среднем в час поступает 32 заявки, среднее время обслуживания заявки одним каналом равно 0,1 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она покидает систему. Найти характеристики данной СМО.

2) СМО имеет 2 канала обслуживания. В среднем в час поступает 28 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом 0,1 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она становится в очередь, если в очереди меньше 3-х заявок, или покидает систему, если в очереди уже есть 3 заявки. Найти характеристики данной СМО.

3) СМО имеет 4 канала обслуживания. В среднем в час поступает 60 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом 0,05 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она становится в очередь, какой бы длинной она ни была, и дожидается обслуживания. Найти характеристики данной СМО.

3 вариант контрольной работы.

1) СМО имеет 3 канала обслуживания. В среднем в час поступает 27 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом равно 0,1 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она покидает систему. Найти характеристики данной СМО.

2) СМО имеет 3 канала обслуживания. В среднем в час поступает 35 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом 0,1 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она становится в

очередь, если в очереди меньше 2-х заявок, или покидает систему, если в очереди уже есть 2 заявки. Найти характеристики данной СМО.

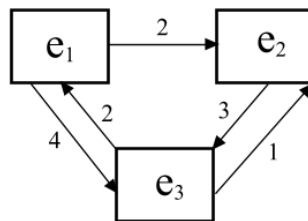
3). СМО имеет 4 канала обслуживания. В среднем в час поступает 30 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом 0,1 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она становится в очередь, какой бы длинной она ни была, и дожидается обслуживания. Найти характеристики данной СМО.

Тема 5. Метод динамики средних.

ПКЗ по теме5.

1 вариант контрольной работы.

1) Система состоит из 150 одинаковых элементов. Каждый элемент может находиться в одном из 3-х состояний. Изменения состояний происходят под воздействием простейших потоков событий (интенсивности не зависят от численностей состояний). Размеченный граф состояний элемента:



Найти предельные средние численности состояний. Построить 95%-ный доверительный интервал для численности 3-го состояния.

2) Изучается динамика популяций хищников (А) и травоядных (В). Модель Вольтерры-Лотки имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dm_A}{dt} = (-a + b \cdot m_B) \cdot m_A, \\ \frac{dm_B}{dt} = (c - d \cdot m_A) \cdot m_B. \end{cases}$$

где параметры:

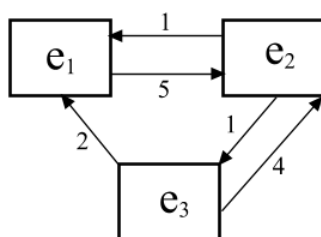
a	b	c	d
5	0,002	6	0,06

Найти точку равновесия. Решить численно систему дифференциальных уравнений, если в начальный момент времени численность популяции хищников составляет 70 особей, а травоядных 2400 особей.

3) Численность армии А – 1000 единиц, а армии В – 700 единиц. Скорострельность единиц армии А равна 120 выстрелам в час, вероятность попадания 0,02. Скорострельность единиц армии В равна 180 выстрелам в час, вероятность попадания 0,08. Записать систему уравнений Ланкастера и решить ее. Какая из армий одержит победу?

2 вариант контрольной работы.

1) Система состоит из 200 одинаковых элементов. Каждый элемент может находиться в одном из 3-х состояний. Изменения состояний происходят под воздействием простейших потоков событий (интенсивности не зависят от численностей состояний). Размеченный граф состояний элемента:



Найти предельные средние численности состояний. Построить 95%-ный доверительный интервал для численности 2-го состояния.

2) Изучается динамика популяций хищников (А) и травоядных (В). Модель Вольтерры-Лотки имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dm_A}{dt} = (-a + b \cdot m_B) \cdot m_A, \\ \frac{dm_B}{dt} = (c - d \cdot m_A) \cdot m_B. \end{cases}$$

где параметры:

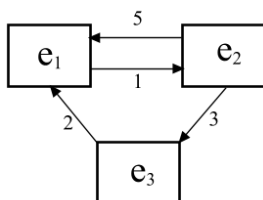
a	b	c	d
20	0,004	3	0,006

Найти точку равновесия. Решить численно систему дифференциальных уравнений, если в начальный момент времени численность популяции хищников составляет 600 особей, а травоядных 4800 особей.

3) Численность армии А – 700 единиц, а армии В – 900 единиц. Скорострельность единиц армии А равна 80 выстрелам в час, вероятность попадания 0,04. Скорострельность единиц армии В равна 60 выстрелам в час, вероятность попадания 0,02. Записать систему уравнений Ланкастера и решить ее. Какая из армий одержит победу?

3 вариант контрольной работы.

1) Система состоит из 100 одинаковых элементов. Каждый элемент может находиться в одном из 3-х состояний. Изменения состояний происходят под воздействием простейших потоков событий (интенсивности не зависят от численностей состояний). Размеченный граф состояний элемента:



Найти предельные средние численности состояний. Построить 95%-ный доверительный интервал для численности 1-го состояния.

2) Изучается динамика популяций хищников (А) и травоядных (В). Модель Вольтерры-Лотки имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dm_A}{dt} = (-a + b \cdot m_B) \cdot m_A, \\ \frac{dm_B}{dt} = (c - d \cdot m_A) \cdot m_B. \end{cases}$$

где параметры:

a	b	c	d
10	0,01	1	0,01

Найти точку равновесия. Решить численно систему дифференциальных уравнений, если в начальный момент времени численность популяции хищников составляет 80 особей, а травоядных 1200 особей.

3) Численность армии А – 1000 единиц, а армии В – 2000 единиц. Скорострельность единиц армии А равна 100 выстрелам в час, вероятность попадания 0,05. Скорострельность единиц армии В равна 50 выстрелам в час, вероятность попадания 0,02. Записать систему уравнений Ланкастера и решить ее. Какая из армий одержит победу?

5.2. Типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся (вне контрольных точек):
приведены в п.6.2.

5.3. Один или несколько тематических блоков дисциплины завершаются контрольной точкой (далее – КТ). Текущий контроль успеваемости по дисциплине предусматривает не менее 2 (двух) и не более 10 (десяти) КТ в течение периода освоения дисциплины.

Максимальное количество баллов за любой тип работ в рамках КТ составляет 100 (сто) баллов.

Распределение весовых коэффициентов по КТ в рамках текущего контроля успеваемости по дисциплине и формулы расчета:

Наименование контрольной точки	Максимальное количество баллов за работу в рамках КТ, которое может набрать студент	Коэффициент веса контрольной точки	Результат контрольной точки, участвующий в формировании итоговой балльной оценки по дисциплине (отражается в журнале БРС в СДО)
КТ - 1	100	0,12	12
КТ - 2	100	0,12	12
КТ- 3	100	0,12	12
КТ - 4	100	0,12	12
КТ -5	100	0,12	12
Итого:	x	0,6	60

Формула расчета результата контрольной точки:

Результат контрольной точки = Количество баллов за работу в рамках КТ x Коэффициент веса контрольной точки.

5.4.Формы текущего контроля успеваемости обучающихся в рамках КТ и типовые оценочные материалы:

КТ-1

Тема 1.

Тестирование.

КТ-2

Тема 2.

Практическое контрольное задание (ПКЗ).

КТ-3

Тема 3.

Практическое контрольное задание (ПКЗ).

КТ-4

Тема 4.

Тестирование.

Практическое контрольное задание (ПКЗ).

КТ-5

Тема 5.

Практическое контрольное задание (ПКЗ).

Для каждой формы текущего контроля успеваемости обучающихся в рамках КТ определены критерии оценивания результатов выполнения задания.

1. Критерии оценивания тестирования:

Критерии оценки	Диапазон баллов	Описание критерия
<i>Количество правильных ответов</i>	0	<i>Количество правильных ответов менее 55%</i>
	25	<i>Количество правильных ответов от 55% до 64%</i>
	50	<i>Количество правильных ответов от 65% до 74%</i>
	75	<i>Количество правильных ответов от 75% до 84%</i>
	100	<i>Количество правильных ответов от 85% до 100%</i>
Итого максимально:	100	

2. Критерии оценивания ПКЗ:

Критерии оценки	Диапазон баллов	Описание критерия
<i>Содержание и раскрытие выбранных понятий</i>	41-70	<i>Детальное, последовательное описание всех понятий на примере выбранной системы</i>
	21-40	<i>Поверхностное описание без привязки к выбранной системе</i>
	0-20	<i>Понятия раскрыты минимально или не раскрыты вовсе</i>
<i>Количество выполненных заданий</i>	30	<i>Количество выполненных заданий от 85% до 100%</i>
	15	<i>Количество выполненных заданий от 55% до 84%</i>
	0	<i>Количество выполненных заданий менее 55%</i>
Итого максимально:	100	

5.5. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий (при необходимости).

Для решения задач открытого типа (кейсов, ПКЗ, ПИЗ), тестовых заданий студенту разрешается использование калькулятора; программ для работы с электронными таблицами для обработки, анализа и визуализации данных.

6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине

6.1. Промежуточная аттестация проводится в форме зачета с оценкой.

Зачет с оценкой проводится в письменной форме. Обучающийся получает экзаменационный билет с вариантами 4-х заданий различного типа. На выполнение заданий дается 40-60 минут. По завершении подготовки необходимо представить ответы в письменном виде, подробно изложив ход выполнения задания, сделать выводы (при необходимости).

При реализации промежуточной аттестации в ЭО/ДОТ могут быть использованы следующие формы: устно в ДОТ - в форме обоснованных ответов на задания различного типа; письменно в СДО - в форме письменного решения заданий различного типа; тестирование в СДО.

6.2. Типовые оценочные материалы промежуточной аттестации.

Вопросы для подготовки к зачету с оценкой.

1. Дать определения случайной величины и закона ее распределения. Назвать основные характеристики случайных величин.
2. Дать определения случайного процесса, реализации случайного процесса и сечения случайного процесса.
3. Привести классификацию случайных процессов по времени и по состояниям.
4. Раскрыть смысл основных характеристикам случайного процесса: математическое ожидание, дисперсия, ковариационная и корреляционная функции.
5. Дать определение стационарного случайного процесса. Привести примеры стационарных и нестационарных процессов.
6. Дать определения марковского процесса и марковской цепи.
7. Описать способы задания марковской цепи: граф состояний и матрица переходных вероятностей. Дать классификацию состояний.
8. Вывести формулы вероятностей состояний марковской цепи на произвольном шаге.
9. Сформулировать достаточное условие существования и вывести формулы предельных вероятностей состояний марковской цепи.
10. Охарактеризовать поглощающие марковские цепи. Записать фундаментальную матрицу поглощающей марковской цепи.

11. Дать определение поглощающий марковской цепи. Вывести формулу среднего числа шагов до поглощения.
12. Дать определение поглощающий марковской цепи. Вывести формулы вероятностей поглощения.
13. Дать определение марковского процесса с дискретными состояниями и непрерывным временем.
14. Дать определение потока событий. Описать свойства, которыми могут обладать потоки событий. Привести примеры.
15. Дать определение простейшего потока событий и описать его свойства.
16. Назвать вероятностные характеристики числа событий в простейшем потоке за промежуток времени.
17. Назвать вероятностные характеристики времени между двумя событиями простейшего потока.
18. Привести систему линейных дифференциальных уравнений Колмогорова и поставить задачу Коши для нее.
19. Описать метод Эйлера интегрирования однородных линейных систем дифференциальных уравнений.
20. Описать операционный метод решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений.
21. Привести систему линейных алгебраических уравнений Колмогорова для предельных вероятностей и описать способы ее решения.
22. Дать определение процесса гибели и размножения. Вывести формулы предельных вероятностей состояний для такого процесса.
23. Дать определения потокам Пальма и Эрланга. Описать основные свойства потока Эрланга.
24. Охарактеризовать метод псевдосостояний.
25. Дать определение системы массового обслуживания, назвать основные элементы и привести классификацию СМО по различным признакам.
26. Описать СМО с отказами. Привести формулы расчета основных характеристик такой СМО.
27. Записать уравнения Эрланга и вывести формулы Эрланга для СМО с отказами.
28. Описать СМО с ограничением на длину очереди. Привести формулы расчета основных характеристик такой СМО.
29. Описать СМО с неограниченной очередью. Привести формулы расчета основных характеристик такой СМО.
30. Описать СМО с ограничением на время ожидания. Привести формулы расчета основных характеристик такой СМО.
31. Описать СМО с равномерной взаимопомощью между каналами. Привести формулы расчета основных характеристик такой СМО.
32. Дать определение сети массового обслуживания. Описать способы задания стохастической сети: граф передач и матрица передач.
33. Описать способ нахождения характеристик открытой сети, состоящей из нескольких СМО с неограниченной очередью.

34. Описать сущность метода динамики средних. Дать определения средней численности состояния и дисперсии численности состояния.
35. Записать уравнения Колмогорова для средних численностей состояний в произвольный момент времени.
36. Дать определение предельной средней численности состояния. Записать уравнения Колмогорова для предельных средних численностей состояний.
37. Получить доверительный интервал для численности состояния.
38. Сформулировать принцип квазирегулярности.
39. Описать модель «хищник-жертва» Лотки-Вольтерры.
40. Описать модель войны Ланкастера. Вывести условие взаимного истребления.

Типовые задания для зачета с оценкой.

- 1) Стационарный процесс авторегрессии AR(1) описывается уравнением:

$$X(t) = 1 + 0,8 * X(t-1) + e(t), \quad e(t) \sim WN(0, 1)$$

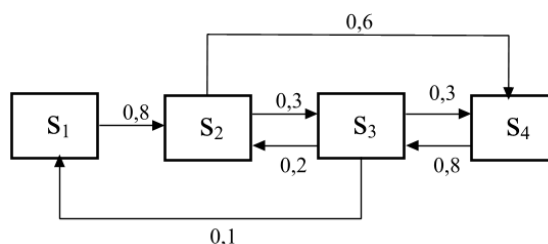
Записать математическое ожидание, дисперсию, с.к.о., ковариационную и корреляционную функции процесса $X(t)$. Пусть $X(0)=9$, построить точечный и интервальный (уровень надежности 0,95) прогноз для моментов времени $t=1, 2, 3$.

- 2) Процесс скользящего среднего MA(1) описывается уравнением:

$$X(t) = 7 + e(t) + 0,7 * e(t-1), \quad e(t) \sim WN(0, 1)$$

Записать математическое ожидание, дисперсию, с.к.о., ковариационную и корреляционную функции процесса $X(t)$. Пусть $e(0)=2$, построить точечный и интервальный (уровень надежности 0,90) прогноз для моментов времени $t=1, 2, 3$.

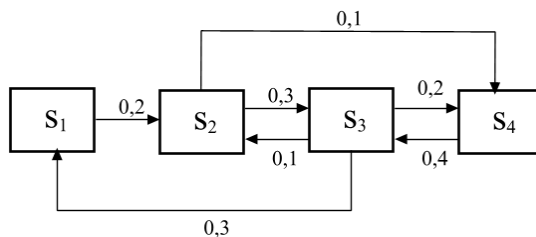
- 3) Система S может находиться в 4-х состояниях. В системе протекает марковский процесс с дискретным временем. Размеченный граф состояний этой системы:



В начальный момент времени система находится в 1-м состоянии.

Найти вероятности состояний на 5-м шаге. Проверить, является ли марковская цепь регулярной. Найти предельные вероятности состояний, если они существуют.

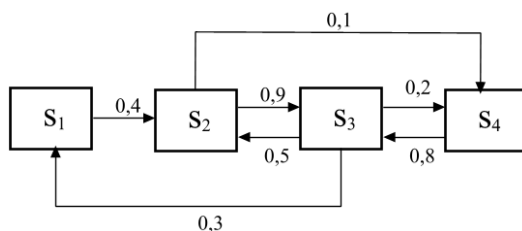
4) Система S может находиться в 4-х состояниях. В системе протекает марковский процесс с дискретным временем. Размеченный граф состояний этой системы:



В начальный момент времени система находится в 4-м состоянии.

Найти вероятности состояний на 4-м шаге. Проверить, является ли марковская цепь регулярной. Найти предельные вероятности состояний, если они существуют.

5) Система S может находиться в 4-х состояниях. В системе протекает марковский процесс с дискретным временем. Размеченный граф состояний этой системы:

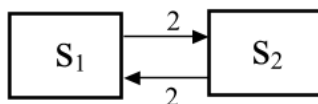


В начальный момент времени система находится во 2-м состоянии.

Найти вероятности состояний на 5-м шаге. Проверить, является ли марковская цепь регулярной. Найти предельные вероятности состояний, если они существуют.

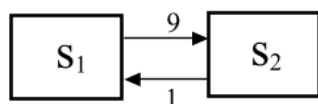
6) Система S может находиться в 2-х состояниях. В начальный момент времени система находится в 1-м состоянии. В системе протекает марковский процесс с непрерывным временем, интенсивности простейших

потоков, переводящих систему из состояния в состояние, указаны на размеченном графе:



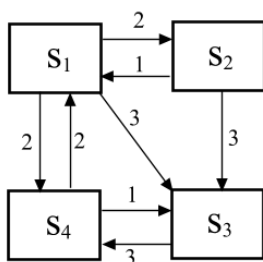
Записать систему дифференциальных уравнений Колмогорова, найти вероятности состояний, решив систему операционным методом. Найти предельные вероятности состояний предельным переходом.

7) Система S может находиться в 2-х состояниях. В начальный момент времени система находится в 1-м состоянии. В системе протекает марковский процесс с непрерывным временем, интенсивности простейших потоков, переводящих систему из состояния в состояние, указаны на размеченном графе:



Записать систему дифференциальных уравнений Колмогорова, найти вероятности состояний, решив систему операционным методом. Найти предельные вероятности состояний предельным переходом.

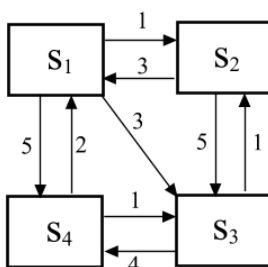
8) Система S может находиться в 4-х состояниях. В системе протекает марковский процесс с непрерывным временем, интенсивности простейших потоков, переводящих систему из состояния в состояние, указаны на размеченном графе:



Записать систему алгебраических уравнений и найти предельные вероятности состояний.

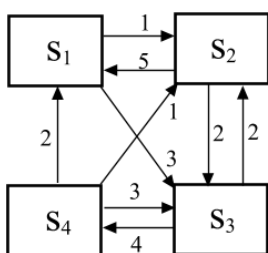
9) Система S может находиться в 4-х состояниях. В системе протекает марковский процесс с непрерывным временем, интенсивности простейших

потоков, переводящих систему из состояния в состояние, указаны на размеченном графе:



Записать систему алгебраических уравнений и найти предельные вероятности состояний.

10) Система S может находиться в 4-х состояниях. В системе протекает марковский процесс с непрерывным временем, интенсивности простейших потоков, переводящих систему из состояния в состояние, указаны на размеченном графе:



Записать систему алгебраических уравнений и найти предельные вероятности состояний.

11) СМО имеет 3 канала обслуживания. В среднем в час поступает 27 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом равно 0,1 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она покидает систему. Найти характеристики данной СМО.

12) СМО имеет 4 канала обслуживания. В среднем в час поступает 40 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом равно 0,1 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она покидает систему. Найти характеристики данной СМО.

13) СМО имеет 3 канала обслуживания. В среднем в час поступает 45 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом равно 0,1 часа.

Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она покидает систему. Найти характеристики данной СМО.

14) СМО имеет 2 канала обслуживания. В среднем в час поступает 40 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом 0,05 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она становится в очередь, если в очереди меньше 2-х заявок, или покидает систему, если в очереди уже есть 2 заявки. Найти характеристики данной СМО.

15) СМО имеет 3 канала обслуживания. В среднем в час поступает 35 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом 0,1 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она становится в очередь, если в очереди меньше 2-х заявок, или покидает систему, если в очереди уже есть 2 заявки. Найти характеристики данной СМО.

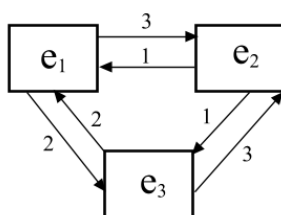
16) СМО имеет 2 канала обслуживания. В среднем в час поступает 30 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом 0,1 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она становится в очередь, если в очереди меньше 2-х заявок, или покидает систему, если в очереди уже есть 2 заявки. Найти характеристики данной СМО.

17) СМО имеет 2 канала обслуживания. В среднем в час поступает 30 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом 0,05 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она становится в очередь, какой бы длинной она ни была, и дожидается обслуживания. Найти характеристики данной СМО.

18) СМО имеет 4 канала обслуживания. В среднем в час поступает 30 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом 0,1 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она становится в очередь, какой бы длинной она ни была, и дожидается обслуживания. Найти характеристики данной СМО.

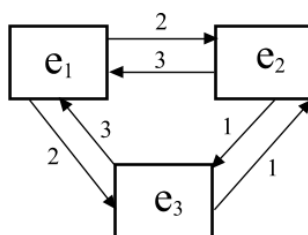
19) Система состоит из 300 одинаковых элементов. Каждый элемент может находиться в одном из 3-х состояний. Изменения состояний происходят

под воздействием простейших потоков событий (интенсивности не зависят от численностей состояний). Размеченный граф состояний элемента:



Найти предельные средние численности состояний. Построить 95%-ный доверительный интервал для численности 2-го состояния.

20) Система состоит из 250 одинаковых элементов. Каждый элемент может находиться в одном из 3-х состояний. Изменения состояний происходят под воздействием простейших потоков событий (интенсивности не зависят от численностей состояний). Размеченный граф состояний элемента:

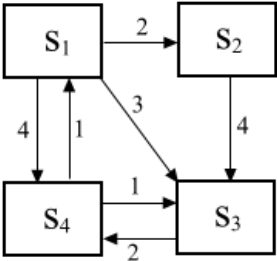


Найти предельные средние численности состояний. Построить 95%-ный доверительный интервал для численности 3-го состояния.

Типовые проверочные задания для самоподготовки обучающегося к промежуточной аттестации:

ТИП ЗАДАНИЯ	СЦЕНАРИИ ВЫПОЛНЕНИЯ	ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ
Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа из нескольких вариантов предложенных	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа. 3. Выбрать один верный ответ. 4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа (например, 3 или В).	1. Функция вероятности случайной величины, имеющей распределение Пуассона, может быть записана в виде: 1) $P(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$, 2) $P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, 3) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$,

		<p>4) $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$.</p> <p>2. Процесс авторегрессии AR(p) является стационарным, если:</p> <p>1) Корни характеристического уравнения лежат внутри единичного круга.</p> <p>2) Процесс стационарен при любом конечном p.</p> <p>3) Корни характеристического уравнения лежат вне единичного круга.</p> <p>4) Только при четных значениях p.</p>
Задание закрытого типа на установление соответствия	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидаются пары элементов.</p> <p>2. Внимательно прочитать оба списка: список 1 – вопросы, утверждения, факты, понятия и т.д.;</p> <p>список 2 – утверждения, свойства объектов и т.д.</p> <p>3. Сопоставить элементы списка 1 с элементами списка 2, сформировать пары элементов.</p> <p>4. Записать попарно буквы и цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа (например, А1 или Б4).</p>	<p>1. Установите соответствие между распределением и функцией плотности распределение / функцией вероятности:</p> <p>1) $P(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$</p> <p>2) $P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$</p> <p>3) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$</p> <p>4) $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$</p> <p>А) Биномиальное распределение Б) Распределение Пуассона В) Нормальное распределение Г) Экспоненциальное распределение</p>
Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов из нескольких вариантов предложенных	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается несколько правильных ответов из предложенных вариантов.</p> <p>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</p> <p>3. Выбрать несколько правильных ответов.</p> <p>4. Записать только номера (или буквы) выбранного варианта ответа (например, 1 4 или А Г).</p>	<p>Выберите плотность и функцию распределения случайной величины, имеющей экспоненциальное распределение:</p> <p>1) $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$</p> <p>2) $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$</p> <p>3) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$</p> <p>4) $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$</p>
Задание закрытого типа на установление последовательности	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается последовательность элементов.</p>	<p>Записать порядок обслуживания заявок СМО с неограниченной очередью:</p> <p>1) Заявка поступает в систему</p>

	<p>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</p> <p>3. Построить верную последовательность из предложенных элементов.</p> <p>4. Записать буквы/цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа в нужной последовательности (например, БВА или 135).</p>	<p>2) Становится в очередь, если все каналы заняты</p> <p>3) Обслуживается системой</p> <p>4) Обслуженная заявка покидает систему</p>
<p>Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа из предложенных и обоснованием выбора</p>	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.</p> <p>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</p> <p>3. Выбрать один верный ответ.</p> <p>4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа.</p> <p>5. Записать аргументы, обосновывающие выбор ответа (например, 4 текст обоснования).</p>	<p>Пусть n – число каналов, λ – интенсивность входящего потока заявок, μ – интенсивность обслуживания заявок одним каналом. При каких параметрах СМО с неограниченной очередью справляется с потоком заявок:</p> <p>1) $n=3, \lambda=5, \mu=2$</p> <p>2) $n=1, \lambda=5, \mu=2$</p> <p>3) $n=10, \lambda=5, \mu=1$</p> <p>4) $n=6, \lambda=2, \mu=10$</p>
<p>Задание открытого типа с развернутым ответом</p>	<p>1. Внимательно прочитать текст задания и понять суть вопроса.</p> <p>2. Продумать логику и полноту ответа.</p> <p>3. Записать ответ, используя четкие компактные формулировки.</p> <p>4. В случае расчетной задачи, записать решение и ответ</p>	<p>1. Стационарный процесс авторегрессии AR(1) описывается уравнением:</p> $X(t) = 6 + 0,9 * X(t-1) + e(t), \quad e(t) \sim WN(0, 1)$ <p>Записать математическое ожидание, дисперсию, с.к.о., ковариационную и корреляционную функции процесса $X(t)$. Пусть $X(0)=55$, построить точечный и интервальный (уровень надежности 0,90) прогноз для моментов времени $t=1, 2, 3$.</p> <p>2. Система S может находиться в 4-х состояниях. В системе протекает марковский процесс с непрерывным временем, интенсивности простейших потоков, переводящих систему из состояния в состояние, указаны на размеченном графе:</p>  <p>Записать систему алгебраических уравнений и найти предельные вероятности состояний.</p> <p>3. СМО имеет 2 канала обслуживания. В среднем в</p>

		час поступает 28 заявок, среднее время обслуживания заявки одним каналом 0,1 часа. Если заявка поступает в момент, когда все каналы заняты, она становится в очередь, если в очереди меньше 3-х заявок, или покидает систему, если в очереди уже есть 3 заявки. Найти характеристики данной СМО.
--	--	--

6.3. Критерии и шкала оценивания на основе БРС.

Критерии и балльная шкала определяются преподавателем

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ	РЕЗУЛЬТАТ В БАЛЛАХ
<i>Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок</i>	40
<i>Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.</i>	30-39
<i>Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.</i>	20-29
<i>Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено, т.е. студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих</i>	0-19

6.4. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий (*при необходимости*).

Для решения задач открытого типа (кейсов, ПКЗ, ПИЗ), тестовых заданий студенту разрешается использование калькулятора; программ для работы с электронными таблицами для обработки, анализа и визуализации данных.

7. Методические материалы по освоению дисциплины

Для изучения основных вопросов образовательной программы необходимо конспектировать материалы лекций, работать с рекомендованной преподавателем литературой, а также ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет». Для приобретения навыков активного использования знаний полезно обсуждать плановые и возникающие вопросы, а также решаемые задачи на практических занятиях. Чтобы легче и прочнее усвоить материал следует постоянно использовать конкретные примеры, сравнения из уже полученных областей наук.

Для закрепления изученного материала даны вопросы по каждой теме дисциплины, на которые следует самостоятельно найти ответы.

Важной составной частью учебного процесса в вузе являются практические занятия. Практические занятия проводятся главным образом по дисциплинам, требующим закрепления навыков решения задач, и помогают студентам глубже усвоить учебный материал, приобрести умения применять принципы системного подхода к решению разнообразных задач, определять и оценивать ресурсы и существующие ограничения разного рода проектов.

При подготовке к практическим занятиям необходимо проанализировать конспект лекции, ознакомиться с рекомендованной литературой по соответствующей теме, осуществить подготовку по рекомендованным в рабочей программе вопросам для обсуждения темы, выполнить домашнее задание (*при необходимости*).

Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная его часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить

на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале. В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретает практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь. При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю (в том числе по электронной почте). Планируя консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения. Заканчивать подготовку следует составлением плана (конспекта) по изучаемому материалу (вопросу). Это позволяет составить концентрированное, сжатое представление по изучаемым вопросам. Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студентов. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения, проследить их логику. Кроме того, ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд методических материалов для быстрого повторения изученных вопросов, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе.

После изучения базовых тем курса проводится текущий контроль знаний студентов в виде опроса или письменного тестирования. Типовые тесты и задания по темам дисциплины приведены в специальном разделе данной рабочей программы.

Подготовка к текущему и промежуточному контролю предполагает изучение представленных вопросов к зачету, работу над тестами, представленными в данной рабочей программе, выполнение семестровой проектной работы по применению системного подхода и методов системного анализа к выбранной системе.

Работа в малых группах – это одна из самых популярных форм проведения занятий, так как она дает всем обучающимся (в том числе и стеснительным) возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения (в частности, умение активно слушать, вырабатывать общее мнение, разрешать возникающие разногласия). Цель данной формы проведения занятий: продемонстрировать сходство или различия определенных явлений,

выработать стратегию или разработать план, выяснить отношение различных групп участников к одному и тому же вопросу. В ходе этой работы дополнительно решаются следующие задачи: развитие навыков общения и взаимодействия в группе, формирование ценностно-ориентационного единства группы, поощрение к гибкой смене социальных ролей в зависимости от ситуации.

Группа студентов делится на несколько малых групп. Количество групп определяется числом творческих заданий, которые будут обсуждаться в процессе занятия. Малые группы формируются либо по желанию студентов, либо по родственной тематике для обсуждения. Каждая малая группа обсуждает творческое задание в течение отведенного времени. Основным этапом – проведение обсуждения творческого задания. Заслушиваются суждения, предлагаемые каждой малой группой по творческому заданию. Преподаватель дает оценочное суждение и работе малых групп, по решению творческих заданий, и эффективности предложенных путей решения.

В качестве самостоятельной работы студентами выполняется семестровая работа по применению системного подхода и методов системного анализа к выбранной системе по всем темам. Рекомендуется выбрать организационно-техническую систему. Перед выполнением задания по теме 1 выбранную систему необходимо согласовать с преподавателем. При выполнении заданий по темам могут использоваться представленные студентом материалы по предыдущим темам. Выполненная семестровая работа представляется студентом на открытой защите на промежуточной аттестации.

8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет

8.1. Основная литература

1. Каштанов, В. А. Случайные процессы : учебник и практикум для вузов / В. А. Каштанов, Н. Ю. Энатская. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 99 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04482-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/562435>

2. Красс, М. С. Математика в экономике: математические методы и модели : учебник для вузов / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов ; ответственный редактор М. С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 541 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16298-

1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560379>

3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/565694>

4. Смагин, Б. И. Экономико-математические методы : учебник для вузов / Б. И. Смагин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 272 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9814-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/562664>

5. Самусевич, Г. А. Моделирование процессов функционирования СМО : учебное пособие для вузов / Г. А. Самусевич. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 117 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14255-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/468112>

8.2. Дополнительная литература

1. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: [учебное пособие для втузов] / Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. — 5-е изд., стер . — М.: КноРус, 2013. — 441 с.

8.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация

Не используются

8.4 Интернет-ресурсы

Обучающимся обеспечен доступ к материалам курса в СДО Академии <http://lms.ranepa.ru>, а так же через сайт научной библиотеки к следующим подписным электронным ресурсам:

Русскоязычные ресурсы

- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «Айбукс»
- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «Юрайт»
- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «Лань»
- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «ZNANIUM.COM»

- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «BOOK.RU»
- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «IPRSMART»

9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

№ п/п	Наименование
1.	Специализированные залы для проведения лекций, оснащенные персональным компьютером/ноутбуком и мультимедийным проектором
2.	Аудитории и компьютерные классы, оборудованные посадочными местами и персональными компьютерами с выходом в Интернет для проведения практических занятий
3.	«МТС Линк» — российская платформа для онлайн-коммуникаций и совместной работы команд; «Яндекс Телемост» — сервис для видеоконференций от Яндекса; Я-мессенджер
4.	Технические средства обучения: персональные компьютеры; программные средства, обеспечивающие просмотр видеофайлов в форматах AVI, MPEG-4, DivX, RMVB, WMV; программы для работы с электронными таблицами для обработки, анализа и визуализации данных; соответствующие онлайн-инструменты для построения интеллект-карты и моделей в различных нотациях
5.	Научная библиотека (в т.ч. электронные информационные ресурсы научной библиотеки)
6.	СДО Академии https://lms.ranepa.ru/