

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков  
Должность: директор  
Дата подписания: 02.12.2024 23:48:09  
Уникальный программный ключ:  
880f7c07c583b07b775f6604a630281b13ca9fd2

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**Северо-Западный институт управления – филиал РАНХиГС**

Кафедра бизнес-информатики  
*(наименование кафедры)*

УТВЕРЖДЕНО  
Директор СЗИУ РАНХиГС  
А.Д.Хлутков

**ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА  
«Бизнес-аналитика»**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
реализуемой без применения электронного (онлайн) курса**

Б1.О.27 Методы линейной алгебры и высшей геометрии в компьютерных науках  
*(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)*

**Обязательная часть**

38.03.05 Бизнес-информатика  
*(код, наименование направления подготовки)*

**очная**  
*(форма обучения)*

Год набора – 2024

Санкт-Петербург, 2024г.

**Автор–составитель:**

Кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры бизнес-информатики Борисова Елена Юрьевна.

**Заведующий кафедрой бизнес-информатика**

д.в.н., профессор

Наумов Владимир Николаевич

РПД по дисциплине Б1.О.27 Методы линейной алгебры и высшей геометрии в компьютерных науках одобрена на заседании кафедры бизнес-информатики. Протокол от 27.06.2024г. № 10

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Содержание и структура дисциплины .....	5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....	7
5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине.....	17
6. Методические материалы для освоения дисциплины	
7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	23
7.1. Основная литература.....	23
7.2. Дополнительная литература.....	24
7.3. Нормативные правовые документы.....	24
7.4. Интернет-ресурсы.....	24
7.5. Иные источники.....	24
8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы ...	24

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.О.27 «Методы линейной алгебры и высшей геометрии в компьютерных науках» обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Таблица 1.1

Код компетенции	Наименование компетенции	Код компонента компетенции	Наименование компонента компетенции
ОПК -4	Способен понимать принципы работы информационных технологий; использовать информацию, методы и программные средства ее сбора, обработки и анализа для информационно-аналитической поддержки принятия управленческих решений	ОПК-4.1	Способен использовать информацию, методы и программные средства ее сбора, обработки и анализа, в том числе с использованием интеллектуальных методов
		ОПК-4.2	Способен использовать при решении практических задач методы и программные средства сбора информации, ее обработки и анализа для информационно-аналитической поддержки принятия управленческих решений

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Таблица 1.2

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)/ профессиональные действия	Код компонента компетенции	Результаты обучения
Анализ, обоснование и выбор решения	ОПК-4.1	<b>на уровне знаний:</b> - теорем линейной алгебры и дифференциальной геометрии
		<b>на уровне умений:</b> - анализировать и обобщать информацию
		<b>на уровне навыков:</b> - формулирования выводов на основе полученных результатов вычисления
Анализ, обоснование и выбор решения	ОПК-4.2	<b>на уровне знаний:</b> - логики доказательств важнейших теорем, лежащих в основе изучаемого курса
		<b>на уровне умений:</b> – обобщать, анализировать, воспринимать информацию, формулировать цель и выбирать пути ее достижения
		<b>на уровне навыков:</b> - . решения математических задач, используемых при принятии решений на основе статистической информации;

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

### Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы 72 академ. часов.

Дисциплина реализуется частично с применением дистанционных образовательных технологий (далее – ДОТ).

Доступ к системе дистанционных образовательных технологий осуществляется каждым обучающимся самостоятельно с любого устройства на портале: <https://lms.ranepa.ru/>. Пароль и логин к личному кабинету / профилю предоставляется студенту в деканате.

Таблица 2

Вид работы	Трудоемкость в акад. часах ауд./ЭО, ДОТ	Трудоемкость в астрон. часах ауд./ЭО, ДОТ
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>72</b>	<b>54</b>
<b>Контактная работа с преподавателем</b>	<b>42</b>	
Лекции	12	9
Практические занятия	28	21
<b>Практическая подготовка</b>		
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>30</b>	<b>22,5</b>
Контроль		
Формы текущего контроля	Тест, опрос, контрольная работа	
<b>Форма промежуточной аттестации</b>	<i>Зачет с оценкой</i>	

### Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина изучается в 1-м семестре 2-го курса.

Дисциплина Б1.О.27 «Методы линейной алгебры и высшей геометрии в компьютерных науках» является частью раздела «Высшая математика» относится к обязательной части учебного плана по направлению «Бизнес-информатика» 38.03.05. Преподавание дисциплины «Методы линейной алгебры и высшей геометрии в компьютерных науках» опирается на курсы Б1.О.07.01 «Математический анализ» и Б1.О.07.02 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

В свою очередь она создаёт необходимые предпосылки для освоения программ таких дисциплин, как Б1.В.ДВ.04.01 «Компьютерное моделирование», Б1.В.ДВ.05.01 «Компьютерная геометрия и графика», Б1.О.07.06 «Эконометрическое моделирование» и ряда других дисциплин.

Объем ЭК (в составе дисциплины): количество академических часов, выделенных на самостоятельную работу обучающихся: всего по ЭК - 30 а.ч., из них : 20- количество академических часов, выделенных на практикоориентированные задания и текущий контроль успеваемости : всего по ЭК – 30 а.ч. Количество академических часов, выделенных на самостоятельную работу обучающихся в рамках ЭК - 30 а.ч.

количество академических часов, выделенных на практическую подготовку (в случае, если практическая подготовка входит в ЭК);

Дисциплина закладывает теоретический и методологический фундамент для овладения умениям и навыками в ходе Б2.В.01(П) Научно-исследовательская работа и Б2.В.03 (Пд) Преддипломная практика.

Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины, используются студентами при выполнении выпускных квалификационных работ.

### 3. Содержание и структура дисциплины

#### 1. Структура дисциплины

Таблица 3

№ п/п	Наименование тем	Объем дисциплины, час.					Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации* **		
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий			СР			
			Л	ПЗ	КСР	СРО			СП
Тема 1	Элементы дифференциальной геометрии	15	2	6		5	2(2)	Т*	
Тема 2	Методы ортогонализации векторов и матриц	11	2	4		5		О**, К***	
Тема 3	Элементы тензорного исчисления	16	3	6		5	2(2)	К	
Тема 4.	Сингулярное разложение матриц	16	2	8		6		К	
Тема 5.	Элементы сплайн-интерполяции	12	3	4		5		К	
Контроль									
Промежуточная аттестация					2			Зачет с оценкой	
Всего (акад./астр. часы):		72/54	12/9	28/21	2/1,5	26 (26)/19 ,5	4 (4)/3		

*Примечание:*

Консультация к экзамену – 2 часа

Используемые сокращения:

Л – занятия лекционного типа (лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях, обучающимся) ;

ПЗ – практические занятия (виды занятия семинарского типа за исключением лабораторных работ) ;

КСР – индивидуальная работа обучающихся с педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях (в том числе индивидуальные консультации) ;

СР – самостоятельная работа, осуществляемая без участия педагогических работников организации и (или) лиц, привлекаемых организацией к реализации образовательных программ на иных условиях;

СП – самопроверка;

СРО – самостоятельная работа обучающегося

контрольные работы (К), опрос (О), тестирование (Т)

#### 2. Содержание дисциплины

##### **Тема 1. Элементы дифференциальной геометрии.**

Кривые в пространстве, Кривизна, ее свойства и формулы для вычисления. Кручение, его свойства и формулы для вычисления.

##### **Тема 2. Методы ортогонализации векторов и матриц.**

Теорема о существовании ортонормированного базиса. Ортогональные матрицы и их свойства. Метод Грама-Шмидта.

##### **Тема 3. Элементы тензорного исчисления.**

Определение тензора, понятие инвариантности, ковариантные и контрвариантные

компоненты и связь между ними. Действия над тензорами. Тензорная форма скалярного произведения, метрический тензор и его геометрический смысл. Преобразования метрического тензора при смене базиса, ранги тензоров, примеры тензоров в машинном обучении.

**Тема 4. Сингулярное разложение матриц.**

Сингулярные базисы и числа. Матричное представление сингулярного разложения. Тензорное представление сингулярного разложения. Оценки сингулярных чисел. Некоторые применения сингулярного разложения.

**Тема 5. Элементы сплайн-интерполяции.**

Многочлены Тейлора и Чебышёва. Понятие и задачи сплайнов. Интерполяционный сплайн. Интерполяционные формулы Ньютона и их классификация. Эрмитовы сплайны и сплайны Безье.

**4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине**

**4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.**

Промежуточная аттестация может проводиться устно в ДОТ/письменно с прокторингом/тестирование с прокторингом. Для успешного освоения курса учащемуся рекомендуется ознакомиться с литературой, размещенной в разделе 6, и материалами, выложенными в ДОТ.

В ходе реализации дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Таблица 3.1

Тема (раздел)	Формы (методы) текущего контроля успеваемости
Тема 1. Элементы дифференциальной геометрии	Тестирование
Тема 2. Методы ортогонализации векторов и матриц	Опрос, контрольная работа
Тема 3. Элементы тензорного исчисления	Контрольная работа
Тема 4. Сингулярное разложение матриц	Контрольная работа
Тема 5. Элементы сплайн-интерполяции	Контрольная работа

**4. 2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.**

**Типовые оценочные материалы по теме 1 Элементы дифференциальной геометрии**

**3. Типовой тест**

1) Кривая задана параметрически на евклидовой плоскости:

$$r(t) = \{a \sin 2bt, a \cos 2bt\}, a, b \in \mathbb{Z}, t \in \mathbb{R}, t \geq 0.$$

Найти кривизну кривой в точке  $t_0 = \pi/2$ :

a)  $a$ ,

b)  $1/a$ ,

c)  $b$ .

2) Кривая задана параметрически в трехмерном евклидовом пространстве:

$$r(t) = \{at, b \ln t, t\}, a, b, t \in \mathbb{R}, t > 0.$$

Найти кривизну  $k$  и кручение  $\acute{c}$  кривой в точке  $t_0=1$ :

a)  $k = 0, \acute{c} = ab,$

b)  $k = \frac{b}{\sqrt{1+a^2}} / (\sqrt{a^2+b^2+1})^3, \acute{c} = 0,$

c)  $k = \frac{(b^2 + a^2b^2)}{(a^2 + b^2 + 1)}, \acute{c} = 0.$

3) Пусть  $r=r(s)$ - кривая в натуральной параметризации. Тогда кривизна кривой в точке есть

a) длина вектора скорости  $r'(s)$ ;

б) длина вектора ускорения  $r''(s)$  с точностью до знака;

в) длина вектора ускорения.

4) Геометрический смысл кручения кривой  $r=r(t)$  характеризует модуль скорости поворота  $e\ddot{e}$

a) касательного вектора  $\vec{t}(t)$ ;

б) вектора главной нормали;

в) вектора бинормали по отношению к соответствующей этому повороту дуге.

5) Геометрический смысл кривизны кривой  $r=r(t)$  характеризует модуль скорости поворота  $e\ddot{e}$

a) вектора бинормали;

б) вектора касательной  $r'(t)$ ;

в) вектора главной нормали по отношению к соответствующему этому повороту дуге.

б) Плоскость, проходящая через данную точку гладкой кривой ортогонально касательной, называется:

a) соприкасающейся плоскостью; б) спрямляющей плоскостью;

в) касательной плоскостью; г) нормальной плоскостью.

7). Прямая, проходящая через данную точку гладкой кривой  $r = r(t)$  параллельно вектору первой производной, называется:

a) касательной; б) нормалью; в) бинормалью; г) главной нормалью.

8) Пусть поверхность задана своей гладкой параметризацией,  $K(u,v)$  и  $H(u,v)$  - её полная (гауссова) и средняя кривизны в произвольной точке соответственно. Точка поверхности называется эллиптической, если в этой точке:

а)  $K = 0, H \neq 0$ ; б)  $K < 0$ ; в)  $K > 0$ ; г)  $K = 0, H = 0$ .

9). Кривая  $x = \frac{1}{1+t^2+t^4}, y = \frac{t^2}{1+t^2+t^4}, z = \frac{t^3}{1+t^2+t^4}$  лежит на сфере с центром в точке  $C(0; 1/2; 0)$ . Её радиус равен:

а)  $\frac{1}{4}$ ; б)  $\frac{3}{4}$ ; в) 1; г)  $\frac{1}{2}$ .

10). Плоскость, проходящая через данную точку гладкой кривой  $r(t)$  параллельно векторам первой и второй производной, называется:

а) соприкасающейся плоскостью; б) спрямляющей плоскостью;

в) касательной плоскостью; г) нормальной плоскостью.

4.

5.

**Ключи:**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	4	3	2	3	2	1	3	1

**Типовые оценочные материалы по теме 2 Методы ортогонализации векторов и матриц**

**Типовые вопросы для опроса по тема 2:**

б. 1 вариант

1. Уточните, что является элементами матрицы Грама.
2. Уточните, как с помощью грамиана исследовать линейную зависимость векторов.
3. Укажите вектор, который ортогонален всем векторам..
4. Укажите результат применения метода Грама-Шмита к набору линейно-зависимых векторов.

**Типовые оценочные материалы по теме 3 Элементы тензорного исчисления**

7. Типовая контрольная работа

1. В исходной декартовой системе координат известны компоненты тензора  $A_{ij}$ . Найти его компоненты в системе координат, повернутой относительно исходной на некоторый угол вокруг одной из осей:

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ вокруг оси } Ox \text{ на } 30^\circ;$$

- 2 В системе координат, полученной из исходной декартовой системы путем ее поворота на некоторый угол вокруг одной из осей, известны компоненты тензора  $A'_{ij}$ . Найти его компоненты в исходной системе координат (до поворота):

$$A'_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ -\sqrt{3} & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ вокруг оси } Ox \text{ на } 60^\circ;$$

3. В некоторой декартовой системе координат даны компоненты тензора

$$T_{ik} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

На какой угол  $\varphi$  вокруг оси  $Oz$  нужно повернуть систему координат, чтобы в новой системе координат компонента  $T'_{12}$  стала равной нулю? Чему равны остальные компоненты  $T'_{ik}$  в новой системе координат?

4. В некоторой системе координат  $K$  известны компоненты вектора  $\vec{a} = \{1, -1, 1\}$ . В системе  $K'$ , получающейся из  $K$  поворотом на угол  $30^\circ$  вокруг оси  $Ox$ , известны компоненты вектора  $\vec{c}' = \{-1, 2, 2\}$ . Найти скалярное произведение этих векторов.
5. Доказать, что сумма  $\alpha \cdot A_{ij} + \beta \cdot B_{ij}$  представляет собой компоненты тензора второго ранга, если известно, что  $A_{ij}$  и  $B_{ij}$  – тензоры второго ранга, а  $\alpha$  и  $\beta$  – скаляры.

**Типовые оценочные материалы по теме 4 Сингулярное разложение матриц**  
**Типовая контрольная работа**

1. Линейное преобразование  $\varphi$  евклидова пространства задано в некотором ортонормированном базисе матрицей

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти сингулярные числа, норму, сингулярное и полярное разложения преобразования  $\varphi$ .

2. Найти сингулярные числа, норму, полярное и сингулярное разложения оператора  $\varphi$ , если

а)  $\varphi$  — линейное преобразование одномерного арифметического комплексного пространства со стандартным скалярным произведением, матрица которого равна  $(z)$ ;

б)  $\varphi$  — оператор дифференцирования на пространстве  $\mathbb{R}[x]_1$  многочленов степени не выше единицы со скалярным произведением  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ ;

в)  $\varphi$  — оператор проектирования на ось  $Ox$  параллельно прямой  $x = 2y$  в арифметическом евклидовом пространстве со стандартным скалярным произведением.

## Типовые оценочные материалы по теме 5 Элементы сплайн-интерполяции

**Задание 1.** По заданной таблице значений функции

$x$	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$y$	$y_0$	$y_1$	$y_2$	$y_3$

вычислить коэффициенты и составить формулы кубического сплайна.

**Задание 2.** Результат интерполирования проверить путем вычисления значений сплайна в узловых точках.

**Задание 3.** Построить кубический сплайн для функции  $y=f(x)$ , заданной таблицей:

$x_i$	-1	0	1	2
$y_i$	1/2	1	2	4

с дополнительным условием:  $s'(-1) = s'(2) = 0$ . Найти с помощью  $S(x)$  значения функции при  $x=0,3$ . (Заметим, что в основу таблицы положена функция  $y = 2^x$ ).

## 5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине

### 5.1. Зачет с оценкой проводится с применением следующих методов (средств) :

Зачёт с оценкой включает в себя проверку теоретических знаний в форме устного опроса и проверку практических навыков в письменной форме. Во время экзамена проверяются компоненты компетенций ОПК-4.1 и ОПК-4.2.

Во время проверки сформированности этапа компетенции ОПК-4.1 оцениваются:

- умение грамотно формулировать основные положения линейной алгебры и аналитической геометрии;

- представление хода и результата решения;

- умение анализировать полученные результаты.

Во время проверки сформированности этапа компетенции ОПК-4.2 оцениваются:

- умение грамотно формулировать теоремы математического анализа;

- умение четко проводить доказательство теорем перечисленных разделов математики;

- умение выбирать рациональные методы решения, исходя из данных задачи.

Преподаватель оценивает уровень подготовленности обучающихся к занятию по следующим показателям:

- устные ответы на вопросы преподавателя по теме занятия;

- проверки выполнения домашних заданий ;

- по результатам выполнения тестов

Критерии оценивания опроса:

- содержание и формулировки ответов на вопросы;
- полнота и адекватность ответов.

Детализация баллов и критерии оценки текущего контроля успеваемости утверждаются на заседании кафедры.

8. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

9. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

10.

Код компетенции	Наименование компетенции	Код компонента компетенции	Наименование компонента компетенции
ОПК -4	Способен понимать принципы работы информационных технологий; использовать информацию, методы и программные средства ее сбора, обработки и анализа для информационно-аналитической поддержки принятия управленческих решений	ОПК-4.1	Способен использовать информацию, методы и программные средства ее сбора, обработки и анализа, в том числе с использованием интеллектуальных методов
		ОПК-4.2	Способен использовать при решении практических задач методы и программные средства сбора информации, ее обработки и анализа для информационно-аналитической поддержки принятия управленческих решений

11.

**Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования**

Таблица 4

Код компонента компетенции	Индикатор оценивания	Критерий оценивания
ОПК-4.1	Самостоятельно формулирует постановку задачи и определяет методы решения поставленных задач	Использует информацию, методы и программные средства ее сбора, обработки и анализа, в том числе с использованием интеллектуальных методов
ОПК-4.2	Самостоятельно решает задачи, связанные с поддержкой управленческих решений	Решает задачи информационно-аналитической поддержки принятия решений на основе использования методов и программных средств сбора, обработки и анализа информации

Для оценки сформированности компетенций, знаний и умений, соответствующих данным компетенциям, используются контрольные вопросы, а также задачи.

**Типовые оценочные материалы промежуточной аттестации**  
**Вопросы к зачету с оценкой по дисциплине «Методы линейной алгебры и**  
**высшей геометрии в компьютерных науках»**

1. Касательная и нормаль плоской кривой.
2. Способы задания пространственной кривой.
3. Репер Френе.
4. Сопровождающий трехгранник.
5. Кривизна пространственных кривых.
6. Кручение пространственных кривых.
7. Ортогональные матрицы.
8. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
9. Определение тензора и инвариантности.
10. Действия над тензорами.
11. Тензорная форма скалярного произведения
12. Метрический тензор и его геометрический смысл
13. Ранг тензора.
14. Примеры тензоров в машинном обучении.
15. Сингулярные базисы и числа
16. Матричное представление сингулярного разложения.
17. Тензорное представление сингулярного разложения.
18. Некоторые применения сингулярного разложения
19. Многочлены Тейлора и Чебышёва.
20. Понятие и задачи сплайнов.
21. Интерполяционный сплайн.
22. Интерполяционные формулы Ньютона и их классификация. \
23. Эрмитовы сплайны и сплайны Безье.

**Типовые контрольные задания на зачет с оценкой:**

**Решить задачу:**

1. Вычислить главные кривизны поверхности  $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$  в точке  $M(0,0,0)$ .

2. Найти полную и среднюю кривизну следующей поверхности вращения:

$$x = R \cos v, y = R \sin v, z = u \text{ — круговой цилиндр.}$$

3. Тензор  $A$  дан в ортонормированном базисе  $e_1, e_2, \dots, e_n$ . Записать тензор в новом базисе  $e'_1, e'_2, \dots, e'_n$

(а)  $(A_{ij}) = \begin{pmatrix} 25 & -7 \\ -7 & 2 \end{pmatrix},$

$$e'_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} e_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} e_2, \quad e'_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} e_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} e_2$$

(б)  $(A_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix},$

$$e'_1 = \frac{3}{\sqrt{13}} e_1 - \frac{2}{\sqrt{13}} e_2, \quad e'_2 = \frac{2}{\sqrt{13}} e_1 + \frac{3}{\sqrt{13}} e_2$$

4. Даны столбцы  $a = (-4, 5, -2, -1)^T$  и  $b = (5, -3, 4, 3)^T$ . Найти столбец  $c \in \mathbb{R}^4$ , ортогональный  $a$  так, чтобы линейные оболочки  $\langle a, c \rangle$  и  $\langle a, b \rangle$  совпали.

5. Даны столбцы  $a = (-4, 5, -2, -1)^T$  и  $b = (5, -3, 4, 3)^T$ . Найти столбец  $c \in \mathbb{R}^4$ , ортогональный  $a$  так, чтобы линейные оболочки  $\langle a, c \rangle$  и  $\langle a, b \rangle$  совпали.

6. Найти сингулярное разложения матрицы.

1)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -9 \\ -2 & 3 & 0 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$       2)  $\begin{pmatrix} -2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -5 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$

7. Для заданной функции  $y(x)$  построить полином  $Q_3(x) \in \mathcal{P}_3$  путём замены полинома  $q(x) = x^4$  полиномом его наилучшего равномерного приближения третьей степени на отрезке  $[-1, 1]$  и оценить погрешность  $\|y(x) - Q_3(x)\|_{C[-1,1]}$ .

**Описание системы оценивания**

Оценочные средства (формы текущего и промежуточного контроля)	Показатели оценки	Критерии оценки
Опрос	Корректность и полнота ответов	<b>Сложный вопрос:</b> полный, развернутый, обоснованный ответ – 4 балла Правильный, но не

		<p>аргументированный ответ – 2 балла  Неверный ответ – 0 баллов  <b>Обычный вопрос:</b>  полный, развернутый, обоснованный ответ – 4 балла  Правильный, но не аргументированный ответ – 2 балла  Неверный ответ – 0 баллов.  <b>Простой вопрос:</b>  Правильный ответ – 2 балла;  Неправильный ответ – 0 баллов</p>
Тест	<p>1) Правильность решений;  2) Корректность ответов</p>	<p>В зависимости от семестра максимальное количество баллов за один тест составляет 5 или 10 баллов</p>
Контрольная работа	<p>1) правильность решения;  2) корректность выводов  3) обоснованность решений</p>	<p>При условии 2 контрольных в семестре, максимальное количество баллов за каждую из них – 10.  Если контрольная работа состоит из 5 заданий, то баллы за каждое из них начисляются от 0 до 2</p>

Оценивание студентов на экзамене по дисциплине «Методы линейной алгебры и высшей геометрии в компьютерных науках»

Оценочные средства (формы текущего и промежуточного контроля)	Показатели оценки	Критерии оценки
Зачет с оценкой	<p>В соответствии с балльно-рейтинговой системой на промежуточную аттестацию отводится 40 баллов. Экзамен проводится по вопросам и подготовленному практическому заданию, которые оцениваются по 10 баллов на один из 2 теоретических вопросов экзамена и 20 баллов за практическое задание</p>	<p>1-5 баллов за ответ, подтверждающий знания в рамках лекций и обязательной литературы, 6-8 баллов – в рамках лекций, обязательной и дополнительной литературы, 8-10 баллов – в рамках лекций, обязательной и дополнительной литературы, с элементами самостоятельного анализа. Практическое задание оценивается в соответствии с показателями оценки, но не более 20 баллов.</p>

### Шкала оценивания.

Оценка результатов производится на основе балльно-рейтинговой системы (БРС). Использование БРС осуществляется в соответствии с приказом от 06 сентября 2019 г. №306 «О применении балльно-рейтинговой системы оценки знаний обучающихся».

Схема расчетов сформирована в соответствии с учебным планом направления,

согласована с руководителем научно-образовательного направления, утверждена деканом факультета.

Схема расчетов доводится до сведения студентов на первом занятии по данной дисциплине, является составной частью рабочей программы дисциплины и содержит информацию по изучению дисциплины, указанную в Положении о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в РАНХиГС.

В случае если студент в течение семестра не набирает минимальное число баллов, необходимое для сдачи промежуточной аттестации, то он может заработать дополнительные баллы, отработав соответствующие разделы дисциплины, получив от преподавателя компенсирующие задания.

В случае получения на промежуточной аттестации неудовлетворительной оценки студенту предоставляется право повторной аттестации в срок, установленный для ликвидации академической задолженности по итогам соответствующей сессии.

Обучающийся, набравший в ходе текущего контроля в семестре от 51 до 70 баллов, по его желанию может быть освобожден от промежуточной аттестации.

Количество баллов	Оценка	
	прописью	буквой
96-100	отлично	A
86-95	отлично	B
71-85	хорошо	C
61-70	хорошо	D
51-60	удовлетворительно	E

Перевод балльных оценок в академические отметки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно»

- «Отлично» (A) - от 96 по 100 баллов – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено максимальным числом баллов.

- «Отлично» (B) - от 86 по 95 баллов – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

- «Хорошо» (C) - от 71 по 85 баллов – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

- «Хорошо» (D) - от 61 по 70 баллов – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

- «Удовлетворительно» (E) - от 51 по 60 баллов – теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий выполнены с ошибками.

## **6. Методические материалы по освоению дисциплины**

Рабочей программой дисциплины предусмотрены следующие виды аудиторных занятий: лекции, практические занятия, контрольные работы. На лекциях рассматриваются наиболее сложный материал дисциплины. Для развития у студентов креативного мышления и логики в каждом разделе предусмотрены теоретические положения, требующие самостоятельного доказательства. Кроме того, часть теоретического материала предоставляется на самостоятельное изучение по рекомендованным источникам для формирования навыка самообучения.

Практические занятия предназначены для самостоятельной работы студентов по решению конкретных задач. Каждое практическое занятие сопровождается домашними заданиями, выдаваемыми студентам для решения во внеаудиторное время. Для формирования у студентов навыка совместной работы в коллективе некоторые задания решаются с помощью разбиения на группы методом мозговой атаки.

Для работы с печатными и электронными ресурсами СЗИУ имеется возможность доступа к электронным ресурсам. Организация работы студентов с электронной библиотекой указана на сайте института (странице сайта – «Научная библиотека»).

### **12. 6.1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Обучение по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях (лекции, практические работы) и самостоятельной работы обучающихся. Семинарские занятия дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» предполагают их проведение в различных формах с целью выявления полученных знаний, умений, навыков и компетенций с проведением контрольных мероприятий, описанных в п.4.3.1. С целью обеспечения успешного обучения обучающийся должен готовиться к лекции, поскольку она является важнейшей формой организации учебного процесса, поскольку:

- знакомит с новым учебным материалом;
- разъясняет учебные элементы, трудные для понимания;
- систематизирует учебный материал;
- ориентирует в учебном процессе.

Подготовка к лекции заключается в следующем:

- внимательно прочитайте материал предыдущей лекции;
- узнайте тему предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора);
- ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;
- постарайтесь уяснить место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке;
- запишите возможные вопросы, которые вы зададите лектору на лекции.

Подготовка к семинарским занятиям:

- внимательно прочитайте материал лекций, относящихся к данному семинарскому занятию, ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;
- выпишите основные термины;
- ответьте на контрольные вопросы по семинарским занятиям, готовьтесь дать развернутый ответ на каждый из вопросов;
- уясните, какие учебные элементы остались для вас неясными и постарайтесь получить на них ответ заранее (до семинарского занятия) во время текущих консультаций преподавателя;
- готовиться можно индивидуально, парами или в составе малой группы, последние являются эффективными формами работы;

- рабочая программа дисциплины в части целей, перечню знаний, умений, терминов и учебных вопросов может быть использована вами в качестве ориентира в организации обучения.

#### Подготовка к экзамену.

К экзамену необходимо готовиться целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине. Попытки освоить дисциплину в период экзаменационной сессии, как правило, показывают не слишком удовлетворительные результаты. В самом начале учебного курса познакомьтесь со следующей учебно-методической документацией:

- программой дисциплины;
- перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть;
- тематическими планами лекций, семинарских занятий;
- контрольными мероприятиями;
- учебником, учебными пособиями по дисциплине, а также электронными ресурсами;
- перечнем вопросов к экзамену.

После этого у вас должно сформироваться четкое представление об объеме и характере знаний и умений, которыми надо будет овладеть по дисциплине. Систематическое выполнение учебной работы на лекциях и семинарских занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для сдачи экзамена.

### **7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

#### **7.1. Основная литература**

1. Авхадиев Фарит Габидинович Численные методы анализа/Ф.Г. Авхадиев — Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2013 — 126 с.
2. Белов С.А., Золотых Н.Ю. Численные методы линейной алгебры. Лабораторный практикум. — Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им.Н.И.Лобачевского, 2005 — 264 с.
3. Радченко В.П., Попов Н.Н. Тензорная алгебра и дифференциальная геометрия: Задачи и упражнения/ Самар. гос. техн. ун-т. В. Самара, 2018 — 29 с.
4. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии, Москва, УРСС, 2003 — 432 с
5. Ульянов А. П. Геометрия и алгебра для студентов-физиков: Учеб.пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2020 Ч. 2 — 138 с.

#### **7.2 Дополнительная литература**

Боревич З. И. Определители и матрицы : учеб. пособие / З. И. Боревич. - изд. 5-е, стер. - СПб.[и др.] : Лань, 2009. - 184 с.

#### **7.3. Нормативные правовые документы.**

Не используются

#### **7.4. Интернет-ресурсы.**

СЗИУ располагает доступом через сайт научной библиотеки <http://nwara.spb.ru/> к следующим подписным электронным ресурсам:

#### **Русскоязычные ресурсы**

Электронные учебники электронно - библиотечной системы (ЭБС) «Айбукс»

Электронные учебники электронно – библиотечной системы (ЭБС) «Лань»

Рекомендуется использовать следующий интернет-ресурсы

<http://serg.fedosin.ru/ts.htm>

<http://window.edu.ru/resource/188/64188/files/chernyshov.pdf>

### **7.5. Иные источники.**

Не используются.

### **8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Лабораторная работа проводится в компьютерном классе. Учебная дисциплина включает использование программного обеспечения Microsoft Excel, Microsoft Word, для подготовки текстового и табличного материала.

Интернет-сервисы и электронные ресурсы (поисковые системы, электронная почта, профессиональные тематические чаты и форумы, системы аудио и видео конференций, онлайн энциклопедии, справочники, библиотеки, электронные учебные и учебно-методические материалы).

#### **Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

№ п/п	Наименование
13	Компьютерные классы с персональными ЭВМ, объединенными в локальные сети с выходом в Интернет
14	Пакет Excel -2013, 2017, professional plus
15	Мультимедийные средства в каждом компьютерном классе и в лекционной аудитории
16	Браузер, сетевые коммуникационные средства для выхода в Интернет

Компьютерные классы из расчета 1 ПЭВМ для одного обучаемого. Каждому обучающемуся должна быть предоставлена возможность доступа к сетям типа Интернет в течение не менее 20% времени, отведенного на самостоятельную подготовку.