

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков  
Должность: директор  
Дата подписания: 03.06.2022  
Уникальный программный ключ:  
880f7c07c583b07b775f6604a630281b13ca9fd2

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА и ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
при ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ**

---

## ФАКУЛЬТЕТ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Утвержден решением цикловой  
(методической) комиссией по  
специальности  
09.02.07  
«Информационные системы и  
программирование»

Протокол № 1

от « 25 » декабря 2022 г

### ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

#### ОП.10 Численные методы

Специальность 09.02.07 «Информационные системы и программирование»

Квалификация

Техник на базе основного общего образования

Форма обучения

очная

Год набора

2022

Санкт- Петербург, 2022

**Автор–составитель:**

Кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры бизнес-информатики  
Родионова Елена Александровна

**Заведующий кафедрой «Бизнес-информатика»**

Доктор военных наук, кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой  
бизнес-информатики Наумов Владимир Николаевич

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
2. Оценочные средства по дисциплине
  - 2.1 Текущий контроль
  - 2.2 Промежуточная аттестация
3. Описание системы оценивания, шкала оценивания
  - 3.1 Показатели и критерии оценивания для текущего контроля
  - 3.2 Показатели и критерии оценивания для промежуточного контроля

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине- перечень компетенций с указанием компонентов компетенций дисциплины, как отдельного элемента ОП**

<b>Код ПК, ОК</b>	<b>Умения</b>	<b>Знания</b>
ОК 1, 2, 4, 5, 9, 10, ПК 3.4, ПК 5.1	использовать основные численные методы решения математических задач; выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи; давать математические характеристики точности исходной информации и оценивать точность полученного численного решения; разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.	методы хранения чисел в памяти электронно-вычислительной машины (далее – ЭВМ) и действия над ними, оценку точности вычислений; <i>методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ.</i>

**2.Оценочные средства по дисциплине**

**2.1. Текущий контроль**

**Типовые оценочные материалы по теме 1**

**Типовые вопросы для опроса по теме 1**

- 1.Что вы понимаете под точностью вычислений?
2. Назовите основные источники погрешности.
3. Назовите основные виды погрешности.
- 4.Дайте определение абсолютной и относительной погрешности. Приведите примеры
- 5.Укажите, как по написанию числа судить о его точности?
- 6.Дайте определение значащей цифры приближенного числа.

**Задания по теме 1**

Дан треугольник со сторонами а,в и углом между ними с (в градусах). Все величины заданы с погрешностями. Найти оценку абсолютной и относительной погрешностей для площади треугольника, вычисленной по формуле

$$S=0.5 ab \sin(c)$$

**Варианты заданий**

a	b	c	Δa	Δb	Δc
323.4	121.3	42.15	0.3	0.2	0.08
323.5	122.3	42.25	0.2	0.3	0.07
323.6	123.3	42.35	0.1	0.4	0.06
323.7	124.3	42.45	0.3	0.1	0.08
323.8	125.3	42.55	0.2	0.2	0.07
323.9	127.3	42.65	0.1	0.3	0.06
323.2	128.3	42.75	0.3	0.4	0.05
323.3	122.2	42.85	0.4	0.3	0.07

323.4	123.4	42.95	0.2	0.1	0.08
-------	-------	-------	-----	-----	------

## Типовые оценочные материалы по теме 2

### Типовые вопросы для опроса по теме 2

1. Дайте определение корня уравнения  $f(x)=0$ .
2. Что такое линейное алгебраическое уравнение?
3. Что такое нелинейное алгебраическое уравнение?
4. Какое уравнение называется трансцендентным?
5. Как определить границы корней алгебраического уравнения?
6. Какие вы знаете методы решения алгебраических и трансцендентных уравнений?

### Задания по теме 3

#### Задание

Отделить корни уравнения, используя теорему Штурма

$$x^4 - 3x^2 + 75x - 9999 = 0$$

Отделить корни уравнения графически

$$2x \sin(x) - \cos(x) = 0 \quad \xi \in [0.4, 1]$$

#### Задание 1

Найти корни уравнений (с точностью 0.001) методами:  
половинного деления,  
простых итераций

#### Задание 2

Найти корни уравнений (с точностью 0.001) методами:  
хорд,  
касательных

#### Варианты :

$$x^3 - (a + b + c)x^2 + (ac + bc + ab)x - abc = 0$$

$$a=i, b=i+1, c=i+2, i=1, 2, \dots, 30$$

#### Варианты:

$$e^{-x} + e^x = 4x$$

$$e^{-x} - ax \ln x = 0, a=0.5, 1, 1.2$$

$$3x - 14 + e^x - e^{-x} = 0$$

$$bx \sin x - \cos x = 0, b=1, 2, 3$$

$$\sin x + x - c = 0, c=1, 2, 3$$

## Типовые оценочные материалы по теме 3

### Типовые вопросы для опроса по теме 3

1. Какой вид имеет система линейных уравнений?
2. Что является решением системы уравнений?
3. Какая система уравнений называется несовместной, а какая совместной?
4. Какие системы уравнений называются эквивалентными?
5. Что такое число обусловленности матрицы?

6. Приведите алгоритм решения систем уравнений методом Гаусса.
7. Приведите алгоритм решения систем уравнений методом итераций.
8. Приведите алгоритм решения систем уравнений методом Зейделя.

### Задание 1.

Решить СЛАУ методом Гаусса и методом итераций.  
Сравнить полученные результаты и сделать выводы

### Задание 2.

Решить СЛАУ методом Зейделя и методом итераций.  
Сравнить полученные результаты и сделать выводы

### Варианты

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 2m + 2n - 1 \\ mx_1 + nx_2 + (m-n)x_3 = m^2 + n^2 - m + n \end{cases}$$

m	1	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5
n	2	3	4	3	4	4	5	5	6	7	8

### Типовые оценочные материалы по теме 4

#### Типовые вопросы для опроса по теме 4

1. Что такое интерполяция?
2. Что называется экстраполяцией?
3. В чем заключается полиномиальная интерполяция ( аппроксимация)?
4. Что вы понимаете под сплайновой аппроксимацией?

### Задания по теме 4

#### Задание 1

Дана функция  $y(x) = \ln(1+x^2)$ ,  $[a, b] = [0, 10]$ . Составить таблицу узлов ,построить интерполяционный полином в форме Лагранжа, сравнить точное значение и значение интерполяционного полинома в средней точке каждого интервала.

Построить графики  $y(x)$  и интерполяционного полинома

- а) в одних осях,
- в) в разных осях в одном окне.

#### Варианты:

- 1)  $y(x) = a \exp(-bx^2)$ ,  $a=1,2,3$ ,  $b=a-0.5$
- 2)  $y(x) = \operatorname{ch}(ax)$ ,  $a=1,2,3$
- 3)  $y(x) = \operatorname{acos}(x)$ ,  $a=1,2,3$
- 4)  $y(x) = 1/(x^2+a)$ ,  $a=1,2,3$
- 5)  $y(x) = \ln(ax)$ ,  $a=1,2,3$

## Задание 2

1. Построить интерполяционный полином в форме Ньютона.
2. Найти значения табличной функции в точках  $0.5*(x_i+x_{i+1})$

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y	1.3	1.7	1.8	1.65	1.35

### Варианты:

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y	$1.3+0.1i$	$1.7+0.2i$	$1.8+0.3i$	$1.65+0.1i$	$1.35+0.1i$

$i=1,2,\dots,20$

## Задание 3

1. Приблизить табличную функцию естественным сплайном
2. Построить графики и сделать выводы.

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
y	1.83	1.87	1.84	1.82	1.79

### Варианты:

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
y	$1.83+0.02i$	$1.87+0.05i$	$1.84+0.03i$	$1.82+0.01i$	$1.79+0.01i$

$i=1,2,\dots,20$

## Типовые оценочные материалы по теме 5

### Типовые вопросы для опроса по теме 5

1. Приведите алгоритм вычисления определённого интеграла методом левосторонних прямоугольников
2. Приведите алгоритм вычисления определённого интеграла методом средних прямоугольников
3. Приведите алгоритм вычисления определённого интеграла методом трапеций
4. Приведите алгоритм вычисления определённого интеграла методом Симпсона.
5. Как найти определённый интеграл по формулам Гаусса?

### Задания по теме 5

По формуле средних прямоугольников и формуле трапеций с заданным числом разбиений промежутка интегрирования  $m$  вычислить интеграл. Найти погрешность интегрирования

$$\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{1+x^2} dx \quad m = 10, 20, 30$$

Варианты:

$$\int_0^1 \cos(\pi a x^2) dx, \quad m=10, 20, 30, \quad a=1, 2, 3$$

$$\int_2^3 \sqrt{ax} \sin (bx) dx, \quad m=2,10,20, \quad a=1,2,3, \quad b=2,4,5$$

$$\int_0^1 \frac{(\arctg(ax))^2}{1+bx} dx, \quad m=6,12,36, \quad a=1,2,3, \quad b=2,4,5$$

### Типовые оценочные материалы по теме 6

#### Типовые вопросы для опроса по теме 6

1. Приведите пример обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.
2. Какая задача называется задачей Коши?
3. Приведите алгоритм решения задачи Коши методом Эйлера
4. Приведите формулу для оценки погрешности метода Эйлера-Коши
5. Приведите алгоритм решения задачи Коши методом Рунге-Кутты

#### Задания по теме 6

Решить задачу Коши методом Эйлера и методом Рунге-Кутты с погрешностью не более  $10^{-4}$

$$y' = x^2 + y^2, y(0) = 0, \quad [a, b] = [0, 1]$$

#### Варианты:

$$y' = \sin xy, y(0) = 1, [a, b] = [0, \pi]$$

$$y' = 0,7xy, y(0) = 1, [a, b] = [0, 1]$$

$$y' = 2+xy^2, y(0) = 0, [a, b] = [0, 1]$$

$$y' = \sin 2xy, y(0) = 1, [a, b] = [0, \pi]$$

$$y' = 2+3xy^2, y(0) = 0, [a, b] = [0, 1]$$

$$y' = 3\sin xy, y(0) = 1, [a, b] = [0, \pi]$$

$$y' = x+y^2, y(0) = 0, [a, b] = [0, 1]$$

$$y' = 4xy^2, y(0) = 0, [a, b] = [0, 1]$$

$$y' = e^x - y^2, y(0) = 0, [a, b] = [0, 1]$$

$$y' = x \ln y - y \ln x, y(1) = 1, [a, b] = [1, 2]$$

$$y' = \cos (x+y) + 0.5(x-y), y(0) = 0, [a, b] = [0, 1]$$

$$y' = 0.25y^2 + x^2, y(0) = -1, [a, b] = [0, 0.5]$$

## 2.2. Промежуточная аттестация

### Типовые вопросы, выносимые на экзамен:

1. Точность вычислительного эксперимента. Основные источники погрешности.
2. Абсолютная и относительная погрешности
3. Решение нелинейных уравнений. Проблема отделения корней. Границы корней алгебраического уравнения. Теорема Лагранжа о верхней границе положительных корней.
4. Отделение действительных корней алгебраического уравнения. Теорема Штурма.

5. Графический способ отделения корней (2 варианта).
6. Метод половинного деления.
7. Метод простых итераций.
8. Метод хорд
9. Метод касательных .
10. Численные методы решения систем линейных уравнений
11. Метод исключения Гаусса
12. Метод Зейделя
13. Метод итераций.
14. Интерполирование функций. Интерполяционный полином в форме Лагранжа.
15. Интерполирование функций. Интерполяционный полином в форме Ньютона.
16. Интерполяция кубическими сплайнами.
17. Численное интегрирование. Формулы прямоугольников.
18. Численное интегрирование. Формула трапеций
19. Численное интегрирование. Формула Симпсона.
20. Численное дифференцирование.
21. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Графическое представление решений.
22. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера-Коши. Графическое представление решений.
23. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты. Графическое представление решений.

### **Задача 1**

Определить, какое равенство точнее  
 $14/17=0.824$  или  $\sqrt{53}=7.28$

### **Задача 2**

Найти предельные абсолютную и относительную погрешности приближенного числа, все цифры которого по умолчанию верные  
 7.28

### **Задача 3**

Дана функция спроса  $D(Q)=-4Q+120$  и функция предложения  $S(Q)=Q^2/4+Q/2+75$ , где  $Q$ - цена на товар. Найти равновесную цену методом половинного деления

### **Задача 4**

Дана функция спроса  $D(Q)=-4Q+120$  и функция предложения  $S(Q)=Q^2/4+Q/2+75$ , где  $Q$ - цена на товар. Найти равновесную цену методом простых итераций

### **Задача 5**

Решить СЛАУ  $Ax=v$  методом Гаусса

$$A = \begin{pmatrix} -13 & -8 & 3 \\ 0 & -1 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} 2.2 \\ -3.7 \\ 4.1 \end{pmatrix}$$

### **Задача 6**

Решить СЛАУ  $Ax=v$  методом Зейделя

$$A = \begin{pmatrix} -13 & -8 & 3 \\ 0 & -1 & 9 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2.2 \\ -3.7 \\ 4.7 \end{pmatrix}$$

### **Задача 7**

Решить СЛАУ  $Ax=b$  методом итераций

$$A = \begin{pmatrix} 15 & -8 & 3 \\ 0 & -1 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2.2 \\ -3.7 \\ 4.1 \end{pmatrix}$$

### **Задача 8**

1. Построить интерполяционный полином в форме Ньютона.
2. Найти значения табличной функции в точках  $0.5*(x_i+x_{i+1})$

x	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1
y	1.3	1.8	1.7	1.6	1.2

### **Задача 9**

1. Построить интерполяционный полином в форме Лагранжа.
2. Найти значения табличной функции в точках  $0.5*(x_i+x_{i+1})$

x	0.1	0.25	0.3	0.5	0.7
y	1.1	1.2	1.25	1.15	0.9

### **Задача 10**

1. Приблизить табличную функцию естественным сплайном
2. Найти значения табличной функции в точках  $0.5*(x_i+x_{i+1})$

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y	1.3	1.7	1.8	1.65	1.35

**Задача 11** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, методом средних прямоугольников, выбрав параметр разбиения самостоятельно

$$y=x^2+5x+6; \quad y=2x+6$$

**Задача 12** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, методом трапеций, выбрав параметр разбиения самостоятельно

$$y=x^2+5x+6; \quad y=2x+6$$

**Задача 13** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, методом Симпсона, выбрав параметр разбиения самостоятельно

$$y=x^2+5x+6; \quad y=2x+6$$

### **Задача 14**

Решить задачу Коши методом Эйлера, выбрав параметр разбиения самостоятельно

$$y' = 2 + 7xy^2, y(0) = 0, [a, b] = [0, 2]$$

### **] Задача 15**

Решить задачу Коши методом Эйлера-Коши, выбрав параметр разбиения самостоятельно

$$y' = 2 + 7xy^2, y(0) = 0, [a, b] = [0, 2]$$

### **Задача 16**

Решить задачу Коши методом Рунге-Кутты, выбрав параметр разбиения самостоятельно

$$y' = 2 + 7xy^2, y(0) = 0, [a, b] = [0, 2]$$

## **3. Описание системы оценивания, шкала оценивания**

### **3.1 Показатели и критерии оценивания для текущего контроля.**

**Опрос (О)** - это основной вид устной или письменной проверки, может использоваться как фронтальный (краткие ответы, как правило, с места на вопросы преподавателя по сравнительно небольшому объему материала), так и индивидуальный (проверка знаний отдельных обучающихся). Комбинированный опрос - одновременный вызов для ответа сразу нескольких обучающихся, из которых один отвечает устно, один-два готовятся к ответу, выполняя на доске различные записи, а остальные выполняют за отдельными столами индивидуальные письменные или практические задания преподавателя.

Критерии оценивания:

*Оценки «отлично»* заслуживает студент, правильно ответивший на вопрос;

*Оценки «хорошо»* заслуживает студент, в целом правильно ответивший на вопрос, но допустивший незначительные ошибки и неточности;

*Оценки «удовлетворительно»* заслуживает студент, допустивший погрешности в ответе, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя;

*Оценки «неудовлетворительно»* заслуживает студент, обнаруживший существенные пробелы в знании основного материала; не справляющийся с выполнением заданий, допустивший серьезные погрешности в ответах.

**Тестирование (Т)** – задания, с вариантами

ответов. Критерии оценивания

*Оценки «отлично»* заслуживает студент, если он ответил правильно на 90% вопросов теста

*Оценки «хорошо»* заслуживает студент, если он ответил правильно на часть вопросов 75%-90%;

*Оценки «удовлетворительно»* заслуживает студент, если он правильно ответил часть вопросов 50%-75%;

*Оценки «неудовлетворительно»* заслуживает студент, если он правильно ответил менее чем на 50% вопросов.

**Контрольная работа (КР)** - письменная работа по теме. Состоит из нескольких задач различной степени сложности.

#### Критерии оценивания

*Оценки «отлично»* заслуживает студент, обнаруживший глубокое знание материала, умение свободно выполнять задания, понимающий взаимосвязь основных понятий темы;

*Оценки «хорошо»* заслуживает студент, обнаруживший полное знание материала; успешно выполняющий предусмотренные задания; и допустивший незначительные ошибки: неточность фактов, стилистические ошибки;

*Оценки «удовлетворительно»* заслуживает студент, обнаруживший знания основного материала в объеме, необходимом для дальнейшего изучения дисциплины. Справляющийся с выполнением заданий; допустивший погрешности в ответе, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя;

*Оценки «неудовлетворительно»* заслуживает студент, обнаруживший существенные пробелы в знании основного материала; не справляющийся с выполнением заданий, допустивший серьезные погрешности в ответах, нуждающийся в повторении основных разделов курса под руководством преподавателя.

### 3.2 Показатели и критерии оценивания для промежуточного контроля

<b>Результаты обучения</b>	<b>Критерии оценки</b>	<b>Формы и методы оценки</b>
<p><i>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• методы хранения чисел в памяти электронно-вычислительной машины (далее – ЭВМ) и действия над ними, оценку точности вычислений;</li> <li>• методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ.</li> </ul>	<p>«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.</p> <p>«Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.</p>	Дифференцированный зачет
<p><i>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• использовать основные численные методы решения математических задач;</li> <li>• выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи;</li> <li>• давать математические характеристики точности исходной информации и</li> </ul>	<p>«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.</p> <p>«Неудовлетворительно» -</p>	

<p>оценивать точность полученного численного решения;</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.</li></ul>	<p>теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.</p>	
---	---	--